

## Rozsahy IP adres segmentů

### Postup:

- (1) Seřazení segmentů podle počtu potřebných adres
- (2) Zaokrouhlení nahoru na nejbližší mocninu dvou
- (3) Výpočet  $\log_2$  ze zaokrouhlených čísel z předchozího kroku.
- (4) Odečtením logaritmu od 32 se získá subnet maska v CIDR formátu

Adresy se přidělují od nuly, přičemž:

- U prvního (největšího) segmentu se nedělá nic
- U všech dalších segmentů se z leva otáčí  $(n_{pred} + m_{min})$ tý nulový bit, kde  $n_{pred}$  je počet wildcard bitů předchozího segmentu a  $m$  je pokolikáté se segment se stejnou velikostí bezprostředně předtím opakoval ( $1 \dots x$ ). Takové otočení bitu vynuluje všechny bity za ním otočené v předchozích krocích (protože by se jinak šeredilo s adresami).  $m_{min}$  je binární logaritmus nejmenší mocniny dvou přítomné v mocninovém součtu daného čísla:

$$m \in Z_0^+$$

$$m = \sum_{i=1}^k 2^{m_i}; m_1 < m_2 < \dots < m_k$$

$$m_{min} = m_1$$

- Například pro (/20, /23, /23, /28, /30 v /16):

**/20** => 12 wildcard bitů

aaaaaaaa.bbbbbbbb.0000**0000.00000000** -> M.M.0.0

aaaaaaaa.bbbbbbbb.0000**1111.11111111** -> M.M.15.255

**/23** => 9 wildcard bitů

aaaaaaaa.bbbbbbbb.000**10000.00000000** -> M.M.16.0

^ 13. bit (12b + 1b)

aaaaaaaa.bbbbbbbb.000**10001.11111111** -> M.M.17.255

**/23** => 9 wildcard bitů

aaaaaaaa.bbbbbbbb.000**10010.00000000** -> M.M.18.0

^ 10. bit (9b + 1b)

aaaaaaaa.bbbbbbbb.000**10011.11111111** -> M.M.19.255

**/28** => 4 wildcard bity

aaaaaaaa.bbbbbbbb.000**10100.00000000** -> M.M.20.0

^ 11. bit (9b + 2b, viz opakování)

aaaaaaaa.bbbbbbbb.000**10100.00001111** -> M.M.20.15

**/30** => 2 wildcard bity

aaaaaaaa.bbbbbbbb.000**10100.00010000** -> M.M.20.16

^ 11. bit (4b + 1b)

aaaaaaaa.bbbbbbbb.000**10100.00010011** -> M.M.20.19

O IP adrese se dá uvažovat jako o 32-bitovém čísle bez znaménka, rozdělení na oktety má vliv pouze na zápis. První oktet (zprava) se dá spočítat jako

$$o_1 = a \bmod 2^8$$

Kde  $a$  je IP adresa jako 32-bitové číslo, podobně pro další oktety:

$$o_2 = \frac{[a \bmod (2^8)^2] - (a \bmod 2^8)}{2^8}$$

$$o_3 = \frac{[a \bmod (2^8)^3] - [a \bmod (2^8)^2]}{(2^8)^2}$$

$$o_4 = \frac{a - [a \bmod (2^8)^3]}{(2^8)^3}$$

Demonstrace:

$$88.103.9.4 \equiv 01011000.01100111.00001001.00000110 \equiv 1483147524$$

$$o_1 = 1483147524 \bmod 2^8 = 1483147524 \bmod 256 = 4$$

$$o_2 = \frac{(1483147524 \bmod (2^8)^2) - (1483147524 \bmod 2^8)}{2^8} = \frac{2308 - 4}{2^8} = \frac{2304}{256} = 9$$

$$o_3 = \frac{[1483147524 \bmod (2^8)^3] - [1483147524 \bmod (2^8)^2]}{(2^8)^2} = \frac{6752516 - 2304}{65536} = 103$$

$$o_4 = \frac{1483147524 - [1483147524 \bmod (2^8)^3]}{(2^8)^3} = \frac{1483147524 - 6752516}{16777216} = 88$$

IP adresu lze vyjádřit takto:

$$a = k + (s_p - k) + x$$

Kde:

$k$ ..... vymaskované bity

$s_p$ ..... počátek segmentu

$x$ ..... hodnota v rámci segmentu,  $x \in [0, 2^n)$

Počátek a konec segmentu lze tedy vyjádřit takto:

$$s_{p_1} = k$$

$$s_{k_1} = k + (2^n - 1)$$

$$s_p = k + (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}$$

$$s_k = k + (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}} + (2^n - 1)$$

Kde  $z$  jsou předem obrácené "pevné" bity z minulých segmentů. Odečtení  $z - z \bmod 2^{n+m}$  značí vynulování  $z$  postupu. U prvního segmentu je  $z$  nula, proto je  $z$  rovnice vynecháno

Od  $n_{pred}$  odečítáme jedna, protože první bit značí  $2^0$ . Ověření pro 192.168.0.0/16 s /24 a /24:

### 1. /24

$$k = 3232235520$$

$$z = 0$$

$$n = 32 - 24 = 8$$

$$n_{pred} = 0 \quad (\text{jedná se o první segment})$$

$$m = 0 \quad (\text{jedná se o první segment}) \Rightarrow m_{\min} = 0$$

### 2. /24

$$k = 3232235520$$

$$z = 0$$

$$n = 32 - 24 = 8$$

$$n_{pred} = 8$$

$$m = 1 \Rightarrow m_{\min} = 1$$

- (1) Počátek a konec prvního segmentu (/24):

$$s_{p_1} = k = 3232235520$$

$$s_{k_1} = k + (2^n - 1)$$

$$s_{k_1} = 3232235520 + (2^8 - 1) = 3232235520 + 255$$

$$s_{k_1} = 3232235775$$

- (2) Počet adres v segmentu:

$$s_r = s_k - s_p$$

$$s_r = 3232235775 - 3232235520$$

$$s_r = 255$$

- (3) Konverze konce segmentu do oktetového formátu (u počátku to není potřeba, protože se jedná o první segment, takže už víme že 192.168.0.0):

$$s_k = a$$

$$s_{k_1} = o_1 = a \bmod 2^8 = 3232235775 \bmod 256 = \mathbf{255}$$

$$s_{k_1} = o_2 = \frac{[a \bmod (2^8)^2] - (a \bmod 2^8)}{2^8} = \frac{255 - 255}{256} = \frac{0}{256} = \mathbf{0}$$

$$s_{k_2} = o_3 = \frac{[a \bmod (2^8)^3] - [a \bmod (2^8)^2]}{(2^8)^2} = \frac{11010303 - 255}{65536} = \frac{11010048}{65536} = \mathbf{168}$$

$$s_{k_3} = o_4 = \frac{a - [a \bmod (2^8)^3]}{(2^8)^3} = \frac{3232235775 - (3232235775 \bmod 16777216)}{16777216} = \frac{3221225472}{16777216} = \mathbf{192}$$

(4) Počátek a konec druhého segmentu:

$$s_p = k + (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}} = 3232235520 + (0 - 0) + 2^{8-1+1} = 3232235520 + 256 = \\ = 3232235776$$

$$s_k = k + (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}} + (2^n - 1) = s_p + (2^n - 1) = 3232235776 + 2^8 - 1 = \\ = 3232235776 + 255 = 3232236031$$

(5) Konverze do oktetového formátu:

$$3232235776 \equiv 192.168.1.0$$

$$3232236031 \equiv 192.168.1.255$$

Ověření Martinovy hypotézy:

(1) Pro dva segmenty, přičemž ten "první" je první:

$$z = 0$$

$$n_1 = n$$

$$m_2 = 1$$

$$n_2 \dots\dots\dots \text{není potřebné, pokud je platí, že } n_1 > n_2$$

$$n_{pred} = n$$

Úkolem je ověřit, že:

$$s_{p_2} \equiv s_{k_1} + 1$$

Obecně:

$$s_{k_1} = k + (2^n - 1) \Rightarrow s_{k_1} = k + 2^{n_1} - 1$$

$$s_p = k + (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}} \Rightarrow s_{p_2} = k + (0 - 0) + 2^{n_{pred}-1+m_2}$$

Úprava:

$$k + (0 - 0) + 2^{n_{pred}-1+m_2} = k + 2^{n_1} - 1 + 1$$

$$k + 2^{n_{pred}-1+m_2} = k + 2^{n_1}$$

$$2^{n_{pred}-1+m_2} = 2^{n_1}$$

$$2^{n-1+1} = 2^n$$

$$2^n = 2^n$$

$$"L" = P$$

(2) Pro dva segmenty, přičemž ten "první" není první:

$$z_1 = z$$

$$z_2 = (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}$$

$$n_1 = n$$

$$n_{pred_2} = n$$

Obecně:

$$s_k = k + (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}} + (2^n - 1)$$

$$s_p = k + (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}$$

$k$  můžeme vyloučit, protože je na obou stranách rovnice stejné:

$$L = (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}} + (2^n - 1) + 1$$

$$L = (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}} + 2^n$$

$$R = (z - z \bmod 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}) + 2^{n_{pred}-1+m_{\min}}$$

Po "dosazení":

$$L = z_1 - z_1 \bmod 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}} + 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}} + 2^{n_1}$$

$$R = (z_2 - z_2 \bmod 2^{n_{pred_2}-1+m_{\min_2}}) + 2^{n_{pred_2}-1+m_{\min_2}}$$

$n_{pred_2}$  nahradíme za  $n_1$ :

$$R = z_2 - z_2 \bmod 2^{n_1-1+m_{\min_2}} + 2^{n_1-1+m_{\min_2}}$$

Dále nahradíme  $z_2$  za celý "zetkový" výraz z první rovnice:

$$\begin{aligned} R = & z_1 - z_1 \bmod 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}} + 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}} - (z_1 - z_1 \bmod 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}} + \\ & + 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}}) \bmod 2^{n_1-1+m_{\min_2}} + 2^{n_1-1+m_{\min_2}} \end{aligned}$$

Některých členů se lze jednoduše zbavit:

$$L = 2^{n_1}$$

$$R = 2^{n_1-1+m_{\min_2}} - (z_1 - z_1 \bmod 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}} + 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}}) \bmod 2^{n_1-1+m_{\min_2}} + 2^{n_1-1+m_{\min_2}}$$

$$R = 2^{n_1-1+m_{\min_2}} + 2^{n_1-1+m_{\min_2}} - (z_1 - z_1 \bmod 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}} + 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}}) \bmod 2^{n_1-1+m_{\min_2}}$$

$$R = 2^{n_1+m_{\min_2}} - (z_1 - z_1 \bmod 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}} + 2^{n_{pred_1}-1+m_{\min_1}}) \bmod 2^{n_1-1+m_{\min_2}}$$

$$n = \sum_{i=0}^{\lfloor \log_r n \rfloor} n_i \cdot r^i$$

$$571 = \sum_{i=0}^{\lfloor \log_{10} 571 \rfloor} n_i \cdot 10^i = \sum_{i=0}^2 n_i \cdot 10^i = 1 \cdot 10^0 + 7 + + + \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^2$$

$$77_2 = ?$$