

Дослідження операцій
Домашня робота №5

Демедюк Віталій

27 листопада 2020 р.

Зміст

1	Умова	3
2	Розв’язок	4
2.1	Опорний план	4
2.2	Ітерації	5
2.2.1	Ітерація №1	5
2.2.2	Ітерація №2	6
2.2.3	Ітерація №3	7
2.2.4	Ітерація №4	8
2.2.5	Ітерація №5	10
3	Відповідь	11

1 Умова

	b_1	b_2	b_3	b_4	Запаси
a_1	2	4	1	3	30
a_2	5	6	5	4	20
a_3	3	7	9	5	40
a_4	1	2	2	7	50
Потреба	35	20	55	30	

Табл. 1: Умова

Необхідна й достатня умова розв'язності

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 140$$

$$b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = 140$$

Запаси й потреби рівні. Умова виконується!

2 Розв'язок

2.1 Опорний план

Найдемо опорний план методом найменшої вартості.

	1	2	3	4	a
1		2	4	1	3
			30		30
2		5	6	5	4
				20	20
3		3	7	9	5
		5	25	10	40
4		1	2	2	7
	35	15			50
b	35	20	55	30	

Табл. 2: Опорний план

$$L(x) = 30 \cdot 1 + 20 \cdot 4 + 5 \cdot 7 + 25 \cdot 9 + 10 \cdot 5 + 35 \cdot 1 + 15 \cdot 2 = 485$$

2.2 Ітерації

2.2.1 Ітерація №1

Знайдемо потенціали:

поставимо $U_1 = 0$;

порахуємо всі інші потенціали за формулою $c_{ij} = v_j - u_i$.

Використовуємо двоїстий критерій оптимальності:

знайдемо симплекс-різниці по формулі $\Delta_{ij} = c_{ij} - (v_j + u_i)$;

оскільки в таблиці є від'ємні симплекс-різниці, то виберемо змінну (жовтий колір), якій відповідає найменша симплекс-різниця і введемо її у базис.

C	1	2	3	4	a	U
1		2	4	1	3	
			30			30 0
	4	5		6		
2		5	6 +	5	-	4
				20		20 -7
	0	0	-3			
3		3	7 -	9	+	5
		5	25	10		40 -8
	-3					
4		1	2	2	7	
	35	15				50 -3
			-2	7		
b	35	20	55	30		
V	-2	-1	1	-3		

Табл. 3: Ітерація №1

Покращуємо опорний план перераховуючи таблицю.

Цикл перерозподілу перевезень (жовтий та зелений колір в таблиці вище) $(2, 3 \rightarrow 2, 4 \rightarrow 3, 4 \rightarrow 3, 3)$.

Виберемо θ як мінімальний з елементів циклу зі знаком "-". $\theta = 20$.
Віднімемо θ від елементів циклу зі знаком "-". Додамо θ до елементів циклу зі знаком "+".

2.2.2 Ітерація №2

Знайдемо потенціали:

поставимо $U_1 = 0$;

порахуємо всі інші потенціали за формулою $c_{ij} = v_j - u_i$.

Використовуємо двоїстий критерій оптимальності:

знайдемо симплекс-різниці по формулі $\Delta_{ij} = c_{ij} - (v_j + u_i)$;

оскільки в таблиці є від'ємні симплекс-різниці, то виберемо змінну (жовтий колір), якій відповідає найменша симплекс-різниця і введемо її у базис.

C	1	2	3	4	a	U
1	2	4	1	3	30	0
	4	5	0	6		
2	5	6	5	4	20	-4
	3	3	0	3		
3	+	3	-	7	9	5
	-3	0	0	0	30	40
4	-	1	+	2	2	7
	0	0	-2	7	35	15
b	35	20	55	30		
V	-2	-1	1	-3		

Табл. 4: Ітерація №2

Покращуємо опорний план перераховуючи таблицю.

Цикл перерозподілу перевезень(жовтий та зелений колір в таблиці вище) $(3, 1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 4, 2 \rightarrow 4, 1)$.

Виберемо θ як мінімальний з елементів циклу зі знаком "-". $\theta = 5$. Віднімемо θ від елементів циклу зі знаком "-". Додамо θ до елементів циклу зі знаком "+".

2.2.3 Ітерація №3

Знайдемо потенціали:

поставимо $U_1 = 0$;

порахуємо всі інші потенціали за формулою $c_{ij} = v_j - u_i$.

Використовуємо двоїстий критерій оптимальності:

знайдемо симплекс-різниці по формулі $\Delta_{ij} = c_{ij} - (v_j + u_i)$;

оскільки в таблиці є від'ємні симплекс-різниці, то виберемо змінну(жовтий колір), якій відповідає найменша симплекс-різниця і введемо її у базис.

C	1	2	3	4	a	U
1	2	4	1	3	30	0
	7	8	0	6		
2	5	6	5	4	20	-4
	6	6	0	3		
3	+	3	7	-	9	5
	5		5	30	40	-8
	0	3	0	0		
4	-	1	2	+	2	7
	30	20			50	-6
	0	0	-5	4		
b	35	20	55	30		
V	-5	-4	1	-3		

Табл. 5: Ітерація №3

Покращуємо опорний план перераховуючи таблицю.

Цикл перерозподілу перевезень(жовтий та зелений колір в таблиці вище) $(4, 3 \rightarrow 4, 1 \rightarrow 3, 1 \rightarrow 3, 3)$.

Виберемо θ як мінімальний з елементів циклу зі знаком "-". $\theta = 5$. Віднімемо θ від елементів циклу зі знаком "-". Додамо θ до елементів циклу зі знаком "+".

2.2.4 Ітерація №4

Знайдемо потенціали:

поставимо $U_1 = 0$;

порахуємо всі інші потенціали за формулою $c_{ij} = v_j - u_i$.

Використовуємо двоїтий критерій оптимальності:

знайдемо симплекс-різниці по формулі $\Delta_{ij} = c_{ij} - (v_j + u_i)$;
оскільки в таблиці є від'ємні симплекс-різниці, то виберемо змінну (жовтий колір), якій відповідає найменша симплекс-різниця і введемо її у базис.

C	1	2	3	4	a	U
1	2	4	1	3	30	0
	2	3	0	1		
2	5	6	-	5	+	4
	1	1	0	-2		
3	+	3	7	9	-	5
	0	3	5	0		
4	-	1	2	+	2	7
	0	0	0	4		
b	35	20	55	30		
V	0	1	1	2		

Табл. 6: Ітерація №4

Покращуємо опорний план перераховуючи таблицю.

Цикл перерозподілу перевезень (жовтий та зелений колір в таблиці вище) $(2, 4 \rightarrow 2, 3 \rightarrow 4, 3 \rightarrow 4, 1 \rightarrow 3, 1 \rightarrow 3, 4)$.

Виберемо θ як мінімальний з елементів циклу зі знаком "-". $\theta = 20$. Віднімемо θ від елементів циклу зі знаком "-". Додамо θ до елементів циклу зі знаком "+".

2.2.5 Ітерація №5

Знайдемо потенціали:

поставимо $U_1 = 0$;

порахуємо всі інші потенціали за формулою $c_{ij} = v_j - u_i$.

Використовуємо двоїстий критерій оптимальності:

знайдемо симплекс-різниці по формулі $\Delta_{ij} = c_{ij} - (v_j + u_i)$;

в таблиці немає від'ємних симплекс-різниць. Задача розв'язана!

C	1	2	3	4	a	U
1	<div>2</div>	<div>4</div>	<div>1</div>	<div>3</div>	30	0
	<div>2</div>	<div>3</div>	<div>0</div>	<div>1</div>		
2	<div>5</div>	<div>6</div>	<div>5</div>	<div>4</div>	20	-2
	<div>3</div>	<div>3</div>	<div>2</div>	<div>0</div>		
3	<div>3</div>	<div>7</div>	<div>9</div>	<div>5</div>	10	-3
	<div>0</div>	<div>3</div>	<div>5</div>	<div>0</div>	40	
4	<div>1</div>	<div>2</div>	<div>2</div>	<div>7</div>	50	-1
	<div>0</div>	<div>0</div>	<div>0</div>	<div>4</div>		
b	35	20	55	30		
V	0	1	1	2		

Табл. 7: Ітерація №5

3 Відповідь

Оптимальний план перевезень:

З пункту видачі №1 30 одиниць продукції \longrightarrow в пункт прийому №3.

З пункту видачі №2 20 одиниць продукції \longrightarrow в пункт прийому №4.

З пункту видачі №3 30 одиниць продукції \longrightarrow в пункт прийому №1.

З пункту видачі №3 10 одиниць продукції \longrightarrow в пункт прийому №4.

З пункту видачі №4 5 одиниць продукції \longrightarrow в пункт прийому №1.

З пункту видачі №4 20 одиниць продукції \longrightarrow в пункт прийому №2.

З пункту видачі №4 25 одиниць продукції \longrightarrow в пункт прийому №3.