Do opisu obserwabli spinowych używamy macierzy gęstości $\rho \stackrel{def}{=} |\Psi\rangle\langle\Psi|$, mającej elementy $\rho_{mm'} \stackrel{def}{=} \langle m|\Psi\rangle\langle\Psi|m'\rangle$ gdzie $|m\rangle$ to stany spinowe

Można ρ wyrazić przez macierze reprezentujące operatory spinu ($\mathbb{1}$ i macierze Pauliego dla $s=\frac{1}{2}$, $\mathbb{1}$ i macierze $S^{(i)}$ dla $s=1$) (patrz Glöckle_raport Eq. 114

Wygodniej wyrazić ρ przez tensory nieredukowalne t_{kq} i operatory τ_{kq}

$$t_{kq} \stackrel{def}{=} \sqrt{2s+1} \sum_{\mu\mu'} (-1)^{s-\mu} \underbrace{\langle s\mu' s -\mu | k q\rangle}_{\text{Clebsch-Gordan coefficient}} \rho_{\mu\mu'}$$

$k = 0, 1, \ldots 2s$

$-k \leq q \leq k$

$$\langle s\mu'|\tau_{kq}|s\mu\rangle \stackrel{def}{=} \sqrt{2s+1}\,(-)^{s-\mu} \langle s\mu' s -\mu | kq\rangle$$

wtedy

$$\rho_{\mu\mu'} = \frac{1}{\sqrt{2s+1}} \sum_{kq} (-)^{s-\mu} \langle s\mu' s -\mu | kq\rangle\, t_{kq}$$

$$\boxed{\rho = \frac{1}{2s+1} \sum_{kq} t_{kq}\, \tau^{+}_{kq}}$$

zachodzi też $t^{*}_{kq} = (-)^{q}\, t_{k-q}$

Dla dwóch cząstek

$$\rho = \rho_1 \otimes \rho_2$$

~~u nas~~ rozpatrzmy niespolaryzowany foton i spolaryzowany deuteron

$$\rho^{in} = \rho_{foton} \otimes \rho_{deuteron} \overset{\downarrow}{=} \mathbb{1} \otimes \rho_{deuter}$$

Dla reakcji:

Niech T to operator przejścia z stanu początkowego do końcowego. U nas

$$T \sim N^{m_p\, m_n}_{\underbrace{\lambda = \pm 1}_{foton},\, m_d}$$

← stan out

← stan in

u programie to TRAMPPLUS TRAMPMINUS

macierz gęstości w stanie końcowym

$$\boxed{\rho^{out} = T \rho^{in} T^{\dagger}}$$

przekrój czynny $\sigma = Tr(\rho^{out})$

normalization

dla cząstek niespolaryzowanych $\rho^{in} = \mathbb{1} \cdot \frac{1}{2s+1} \overset{s=1}{=} \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

czyli dla $a + b \to c + d$

$$\sigma^0 = Tr(\rho^{out}) = \frac{1}{(2s_a+1)} \cdot \frac{1}{(2s_b+1)} Tr(TT^{\dagger})$$

niespolaryzowane

(3)

Zdolności analizujące

$$\vec{a} + b \to c + d \qquad (\vec{d} + \gamma \to n + p)$$

$$\rho^{in} = \frac{1}{(2s_a+1)} \frac{1}{(2s_b+1)} \mathbb{1}_b \otimes \underbrace{\sum_{kq} t_{kq}^{(a)} \tau_{kq}^{+}}_{\text{dla cząstki } a}$$

$$\sigma = \mathrm{Tr}\left(\rho^{out}\right) = \mathrm{Tr}\left(T \rho^{in} T^{+}\right) =$$

$$= \frac{1}{2s_a+1} \frac{1}{2s_b+1} \sum_{kq} t_{kq}^{(a)} \, \mathrm{Tr}\left(T \left(\mathbb{1} \otimes \tau_{kq}^{+}\right) T^{+}\right) * \cdot \frac{\mathrm{Tr}(TT}{\mathrm{Tr}(TT}$$

$$= \boxed{\sigma^0 \sum_{kq} t_{kq}^{(a)} \, T_{kq}^{(a)*} = \sigma}$$

where $$\boxed{T_{kq}^{(a)*} \overset{\text{def}}{=} \frac{\mathrm{Tr}\left(T \tau_{kq}^{+} T^{+}\right)}{\mathrm{Tr}\left(TT^{+}\right)}}$$ ← definition of analyzing powers

(see Glöckle-report Eq 13h

T_{1q} vector, T_{2q} tensor

where

rectangular tensor P_i P_{ij} (tensory kartezjańskie?)

są używane. Istnieją związki P_i, P_{ij} z τ_{ki} i stąd

związki pomiędzy A_i, A_{jk} i T_{ij}

$t_{kq}^{(a)}$ opisują ustawienie spinu przygotowane przez eksperyment

$T_{kq}^{(a)*}$ opisują mechanizm reakcji przez wybrane elementy amplitudy przejścia w przestrzeni spinów

Obliczanie zdolności analizujących $\vec{a}+b \to c+d$

$$T_{kq}^{(a)*} = \frac{Tr\left(T \tau_{kq}^{+} T^{+}\right)}{Tr\left(TT^{+}\right)} = \frac{\sum_{\mu_i} \langle \mu_i | T \tau_{kq}^{+} T^{+} | \mu_i \rangle}{\sum_{\mu_i} \langle \mu_i | TT^{+} | \mu_i \rangle} =$$

gdzie $|\mu_i\rangle$ opisują stan końcowy $|\frac{1}{2} m_p\rangle |\frac{1}{2} m_n\rangle$ (proton, neutron)

$$\boxed{= \frac{\sum_{\mu_i} \sum_{\mu_k} \sum_{\mu_k'} \langle \mu_i | T | \mu_k \rangle \langle \mu_k | \tau_{kq}^{+} | \mu_k' \rangle \langle \mu_k' | T^{+} | \mu_i \rangle}{\sum_{\mu_i} \sum_{\mu_k} \langle \mu_i | T | \mu_k \rangle \langle \mu_k | T^{+} | \mu' \rangle}}$$

gdzie $|\mu_k\rangle$, $|\mu_k'\rangle$ opisują stan początkowy deuteronu $|1\, m_d\rangle$ (i fotonu)

$\langle \mu_i | T | \mu_k \rangle$ i $\langle \mu_k' | T^{+} | \mu_i \rangle$ to w programie TRAPPLUS i TRAMPMINUS $(IM1, IM2, M$ … $)$ (p, n, d)

pozostaje obliczyć $\langle \mu_k | \tau_{kq}^{+} | \mu_k' \rangle = (-)^{q} \langle \mu_k | \tau_{k-q} | \mu_k'\rangle$

$$\boxed{= (-)^{q} \hat{s} (-)^{s-\mu_k'} \langle s\, \mu_k\, s\, -\mu_k' | k\, -q \rangle}$$

używając własności współczynników Clebsch-Gordana można to przekształcić dalej ~~przeświadczyć~~ do użycia innego Clebscha i fazy.

Odpowiedź na pytanie

Prof Gluza i Prof Majewski

Sens fizyczny zdolności analizujących łatwiej zauważyć gdy użyjemy opisu reakcji przez macierz gęstości

$$\rho^{out} = T \rho^{in} T^{\dagger}$$

Przekrój czynny wyraża się przez $\sigma = \mathrm{Tr}(\rho^{out})$

~~Wygodnie jest~~ Używając tensorów sferycznych dla reakcji $\vec{a} + b \to c + d$ mamy

$$\rho^{in} = \frac{1}{2s_a+1} \frac{1}{2s_b+1} \mathbb{1}^{(b)} \otimes \sum_{kq} t^{(a)}_{kq} \tau^{\dagger}_{kq}$$

opisuje stan spinowy przygotowany eksperymentalnie

operator w przestrzeni spinu

wtedy

$$\sigma = \sigma^0 \sum_{kq} t^{(a)}_{kq} T^{(a)*}_{kq}$$

przekrój ~~niespolaryzowany~~ dla cząstek niespolaryzowanych

zdolności analizujące

$$T^{(a)*}_{kq} = \frac{\mathrm{Tr}(T \tau^{\dagger}_{kq} T^{\dagger})}{\mathrm{Tr}(T T^{\dagger})}$$

W zdolnościach analizujących są zatem wybrane elementy w przest. spinu amplitudy przejścia czyli widzimy jaki wkład do przekroju czynnego dają odpowiednie kombinacje początkowego stanu spinowego

Dla reakcji ze spolaryzowanymi fotonami $\vec{\gamma} + d \to n + p$

prowadzimy analogiczne rozumowanie, tylko należy pamiętać

że nie wszystkie rzuty krętu fotonu są możliwe

$m_{\lambda=\pm 1} \neq 0 \quad m_{\lambda=0} = 0$

Użyta w pracy
Asymetria fotonowa Σ_l odpowiada wektorowej zdolności analizującej A_x

(razem z T_{1q}). Nazywamy ją asymetrią bo

alternatywnie da się wyprowadzić jako różnicę

$$\Sigma_l \sim \frac{\sigma(\theta, \varphi=0) - \sigma(\theta, \varphi=\frac{\pi}{2})}{\sigma(\theta, \varphi=0) + \sigma(\theta, \varphi=\frac{\pi}{2})}$$

Wyprowadzenie tego wzoru polega na zastosowaniu

rotacji o kąt φ układu współrzędnych w którym zdefiniowane

są spiny i T_{kq}. Wykorzystuje się własności tensorów

sferycznych przy obrotach. Ta definicja jest wygodna

dla eksperymentatorów.