Metody statystyczne

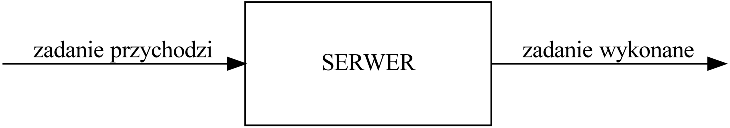
Ćwiczenia numer 3

Vitalii Urbanevych

vitalii.urbanevych@doctoral.uj.edu.pl

21.12.2021

Symulacja procesu kolejkowego



- Mamy process Poissona dla czasu pojawienia i wykonania zadań
- Zadania przychodzą w tempie λ_A
- Serwer obsługuje zadania w tempie λ_D

Odstępy czasu między pojawieniem zadań:
$t_i^A = -\frac{\ln(n)}{\lambda_A}$
n - losowane z rozkładu jednorodnego

Czas na wykonanie zadania:
$t_i^D = -\frac{\ln(n)}{\lambda_D}$

A_i - czas pojawienia zadania "i" w systemie
D_i - czas kiedy zadanie "i" zostało wykonane
$(D_i - A_i)$ - czas który zadanie "i" oczekiwało na wykonanie

$$A_i = t_1^A + t_2^A + ... + t_i^A$$

$$\begin{cases} D_1 = t_1^A + t_1^D \\ D_i = max(D_{i-1}, A_i) + t_i^D \end{cases}$$

Przykład 1

$$\lambda_A = 3 \; [zad/godz]$$

średnio 3 zadania wpływają co godzinę

$$\lambda_D = 4 \; [zad/godz]$$

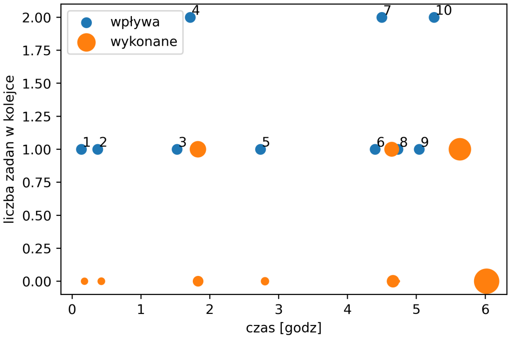
serwer wykonuję średni 4 zadania na godzinę

$$\lambda_A < \lambda_D$$

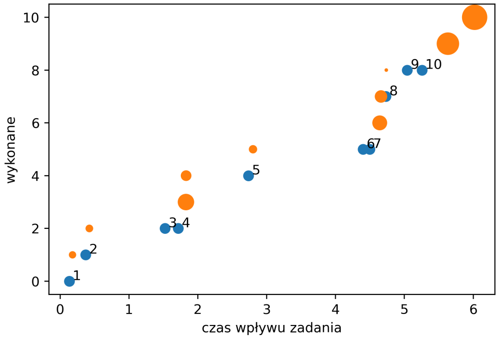
zadania wykonywane szybciej niż wpływają

Przykład 1

$$\lambda_A = 3\ [zad/godz] \qquad \lambda_D = 4\ [zad/godz]$$



(a) Liczba zadań w kolejce



(b) Liczba wykonanych zadań

Przykład 2

$\lambda_A = 3\ [zad/godz]$

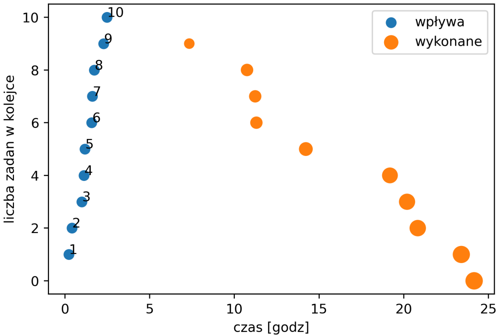
$\lambda_D = 0.5\ [zad/godz]$

$$\lambda_A >> \lambda_D$$

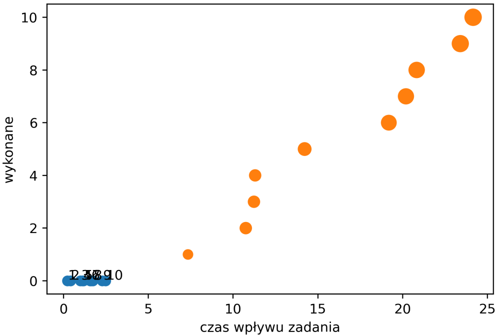
zadania wykonywane wolniej niż wpływają
system się zatyka

Przykład 2

$$\lambda_A = 3\ [zad/godz] \qquad \lambda_D = 0.5\ [zad/godz]$$



(a) Liczba zadań w kolejce



(b) Liczba wykonanych zadań

Przykład 3

$\lambda_A = 3\ [zad/godz]$

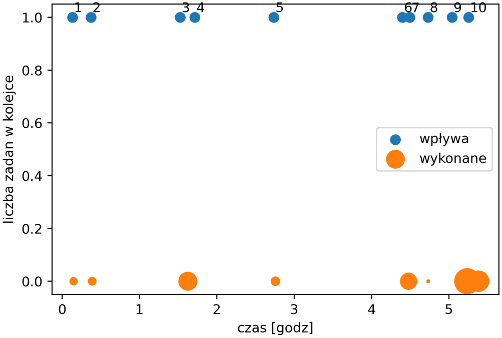
$\lambda_D = 12\ [zad/godz]$

$$\lambda_A << \lambda_D$$

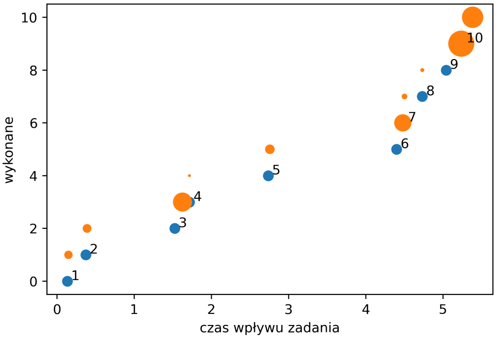
zadania wykonywane znacznie szybciej niż wpływają

Przykład 3

$$\lambda_A = 3\ [zad/godz] \qquad \lambda_D = 12\ [zad/godz]$$



(a) Liczba zadań w kolejce



(b) Liczba wykonanych zadań

Problem A

Symulacja procesu kolejkowego dla 10 zadań dla $\lambda_A = 2$, $\lambda_D = 2.5$. Zrobić wykresy:

- Liczba zadań w kolejce w zależności od czasu.
- Liczba wykonanych w zależności od czasu.
- Czas oczekiwania na wykonanie w zależności od czasu.
- Powtórzyć dla $\lambda_A = 2$, $\lambda_D = 1.5$

Problem B

Sprawdzić prawo Little'a

$$E(R)\lambda_A = E(n)$$

E(R) - średni czas spędzony przez zadanie w systemie $(R_i = D_i - A_i)$
E(n) - średnia ilość zadań w kolejcę
$\lambda_A = 2$, $\lambda_D = 3$
Symulacja dla 1000 zadań
Sprawdzić również dla $\lambda_A = 2$, $\lambda_D = 5$

Problem B (wskazówki)

- Prawo Little'a działa lepiej w przypadku $\lambda_A <= \lambda_D$
- Licząc średnią ilość zadań w systemie trzeba brać po uwagę czas.
  Na przykład mamy w systemie:
  5 min : 1 zadanie
  10 min : 3 zadania
  3 min : 4 zadania
  W takim razie średnia ilość zadań:

$$E(n) = \frac{5 \times 1 + 10 \times 3 + 3 \times 4}{5 + 10 + 3}$$

Problem C

- Zaobserwować zatykanie systemu
- $\lambda_A = 15$, $\lambda_D = 8$
- n=1000 zadań
- Wykresy jak w A
- Pomyśleć co mogą znaczyć następne wzory:

$$(\lambda_A - \lambda_D)t$$
$$\frac{\lambda_A - \lambda_D}{\lambda_D}t$$

(można narysować wykresy i porównać z tymi które juz mamy)

Problem D

Wykresy:

- E(liczba zadań) w zależności od λ_A
- E(liczba zadań) w zależności od λ_D
- E(liczba zadań) w zależności od $r = \frac{\lambda_A}{\lambda_D}$
- .. to samo dla E(czas oczekiwania)