Metody statystyczne

Zestaw zadań numer 2

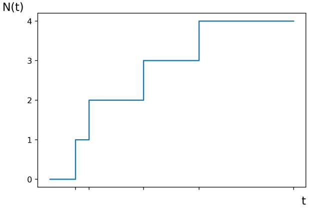
Vitalii Urbanevych

vitalii.urbanevych@doctoral.uj.edu.pl

14.12.2021

Process Poissona

- t_i - czas pomiędzy zdarzeniami $(i-1)$ i i,
  $t_0 = 0$
  $i = 1, 2, \ldots$
- t_i jest losowane z rozkładu wykładniczego, $f(t) = \lambda e^{-\lambda t}$
  - losujemy t_i metodą odwróconej dystrybuanty
  - $t_i = \frac{-\ln(n_i)}{\lambda}$
  - n_i losowane z rozkładu jednorodnego na przedziale (0,1)
- $N(t)$ - ilość zdarzeń, które wystąpiły do chwili t
  $N(0) = 0$
- Taki proces nazywa się procesem Poissona o intensywności λ
- $N(t)$ ma rozkład Poissona $P(N(t) = k) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}$, z parametrem λt



Problem A

Symulacja procesu Poissona

- $\lambda = 1$
- $t = 1, 10, 20, 90$
- Zaimplementować symulację pojawienia zdarzeń
- Dla każdej wartości t:
  - Otrzymać rozkład prawdopodobieństwa ilości zdarzeń
  - Porównać z rozkłądem Poissona z parametrem λt
- Sprawdzić że wartość średnia jest λt

Problem B

- Mamy symulację zdarzeń jak w A
- $\lambda = 1, \; t = 1, 10, 20, 90$
- Każde zdarzenie może należeć do jednej z trzech grup: 1,2,3
- Należność do jednej z grup jest losowane i prawdopodobieństwa należności do grup: $p_1 = 0.2, \; p_2 = 0.5, \; p_3 = 0.3 \; (p_1 + p_2 + p_3 = 1)$
- Sprawdzić że rozkład prawdopodobieństwa zdarzeń grupy i jest rozkładem Poissona z parametrem $\lambda t p_i$
- Sprawdzić że wartość średnia dla takiego rozkładu jest $\lambda t p_i$