

# Metody statystyczne

## Ćwiczenia numer 3

Vitalii Urbanevych

*vitalii.urbanevych@doctoral.uj.edu.pl*

19.12.2021

# Symulacja procesu kolejkowego



- Mamy process Poissona dla czasu pojawienia i wykonania zadań
- Zadania przychodzą w tempie  $\lambda_A$
- Serwer obsługuje zadania w tempie  $\lambda_D$

Odstępy czasu między  
pojawieniem zadań:

$$t_i^A = -\frac{\ln(n)}{\lambda_A}$$

$n$  - losowane z rozkładu jednorodnego

Czas na wykonanie zadania:

$$t_i^D = -\frac{\ln(n)}{\lambda_D}$$

$A_i$  - czas pojawienia zadania "i" w systemie

$D_i$  - czas kiedy zadanie "i" zostało wykonane

$D_i - A_i$  - czas który zadanie "i" oczekiwało na wykonanie

$$A_i = t_1^A + t_2^A + \dots + t_i^A$$

$$\begin{cases} D_1 = t_1^A + t_1^D \\ D_i = \max(D_{i-1}, A_i) + t_i^D \end{cases}$$

# Przykład 1

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

średnio 3 zadania wpływają co godzinę

$$\lambda_D = 4 \text{ [zad/godz]}$$

serwer wykonuje średnio 4 zadania na godzinę

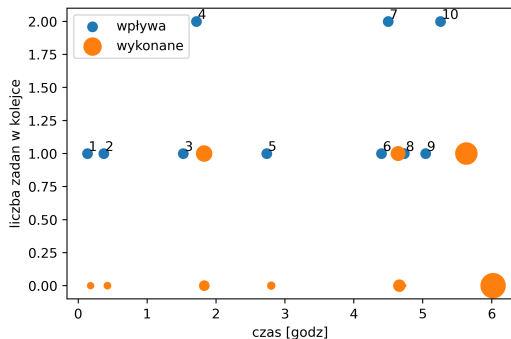
$$\lambda_A < \lambda_D$$

zadania wykonywane szybciej niż wpływają

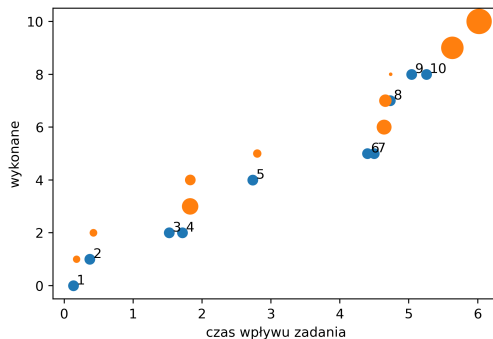
# Przykład 1

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 4 \text{ [zad/godz]}$$



(a) Liczba zadań w kolejce



(b) Liczba wykonanych zadań

## Przykład 2

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 0.5 \text{ [zad/godz]}$$

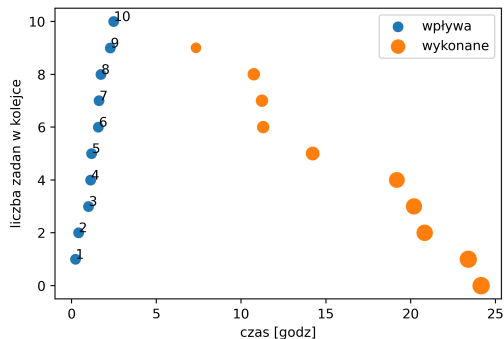
$$\lambda_A \gg \lambda_D$$

zadania wykonywane wolniej niż wpływają  
system się zatyka

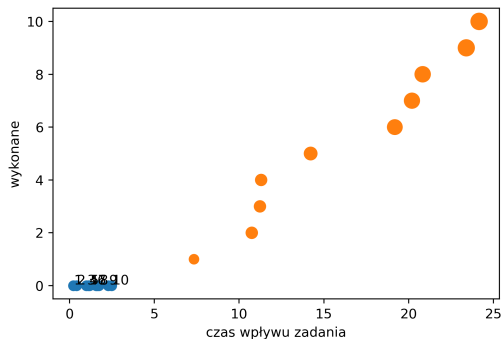
# Przykład 2

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 0.5 \text{ [zad/godz]}$$



(a) Liczba zadań w kolejce



(b) Liczba wykonanych zadań

## Przykład 3

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 12 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_A \ll \lambda_D$$

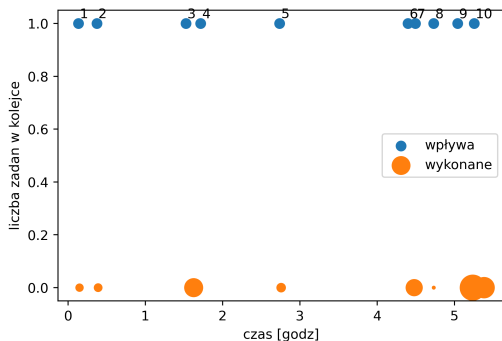
zadania wykonywane znacznie szybciej niż wpływają



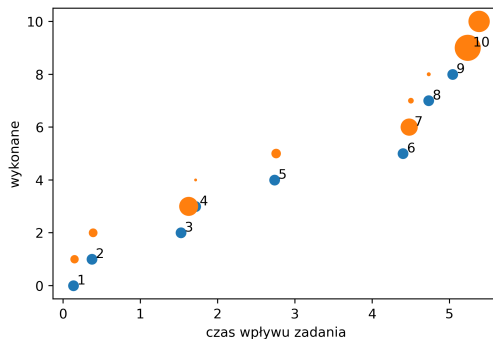
# Przykład 3

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 12 \text{ [zad/godz]}$$



(a) Liczba zadań w kolejce



(b) Liczba wykonanych zadań

## Problem A

Symulacja procesu kolejkowego dla 10 zadań dla  $\lambda_A = 2$ ,  $\lambda_S = 2.5$ . Zrobić wykresy:

- Liczba zadań w kolejce w zależności od czasu.
- Liczba wykonanych w zależności od czasu.
- Czas oczekiwania na wykonanie w zależności od czasu.
- Powtórzyć dla  $\lambda_A = 2$ ,  $\lambda_S = 1.5$

## Problem B

Sprawdzić prawo Little'a

$$E(R)\lambda_A = E(n)$$

$E(R)$  - średni czas spędzony przez zadanie w systemie ( $R_i = D_i - A_i$ )

$E(n)$  - średnia ilość zadań w kolejce

$$\lambda_A = 2, \lambda_S = 3$$

Symulacja dla 1000 zadań

Sprawdzić również dla  $\lambda_A = 2, \lambda_S = 5$

## Problem B (wskazówki)

- Prawo Little'a działa lepiej w przypadku  $\lambda_A \leq \lambda_D$
- Licząc średnią ilość zadań w systemie trzeba brać po uwagę czas.

Na przykład mamy w systemie:

5 min : 1 zadanie

10 min : 3 zadania

3 min : 4 zadania

W takim razie średnia ilość zadań:

$$E(n) = \frac{5 \times 1 + 10 \times 3 + 3 \times 4}{5 + 10 + 3}$$

## Problem C

- Zaobserwować zatykanie systemu
- $\lambda_A = 15$ ,  $\lambda_D = 8$
- $n=1000$  zadań
- Wykresy jak w A
- Pomyśleć co mogą znaczyć następujące wzory:

$$\frac{(\lambda_A - \lambda_D)t}{\lambda_D}$$

(można narysować wykresy i porównać z tymi które już mamy)

# Problem D

Wykresy:

- $E(\text{liczba zadań})$  w zależności od  $\lambda_A$
- $E(\text{liczba zadań})$  w zależności od  $\lambda_D$
- $E(\text{liczba zadań})$  w zależności od  $r = \frac{\lambda_A}{\lambda_D}$
- .. to samo dla  $E(\text{czas oczekiwania})$

## Problem E (powiązane z poprzednim zestawem)

Zrobić graf dla 3 użytkowników dowolną metodą