

Metody statystyczne

Ćwiczenia numer 3

Vitalii Urbanevych

vitalii.urbanevych@doctoral.uj.edu.pl

19.12.2021

Symulacja procesu kolejkowego



- Mamy process Poissona dla czasu pojawienia i wykonania zadań
- Zadania przychodzą w tempie λ_A
- Serwer obsługuje zadania w tempie λ_D

Odstępy czasu między
pojawieniem zadań:

$$t_i^A = -\frac{\ln(n)}{\lambda_A}$$

n - losowane z rozkładu jednorodnego

Czas na wykonanie zadania:

$$t_i^D = -\frac{\ln(n)}{\lambda_D}$$

A_i - czas pojawienia zadania "i" w systemie

D_i - czas kiedy zadanie "i" zostało wykonane

$(D_i - A_i)$ - czas który zadanie "i" oczekiwało na wykonanie

$$\begin{aligned} A_i &= t_1^A + t_2^A + \dots + t_i^A \\ \begin{cases} D_1 = t_1^A + t_1^D \\ D_i = \max(D_{i-1}, A_i) + t_i^D \end{cases} \end{aligned}$$

Przykład 1

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

średnio 3 zadania wpływają co godzinę

$$\lambda_D = 4 \text{ [zad/godz]}$$

serwer wykonuje średnio 4 zadania na godzinę

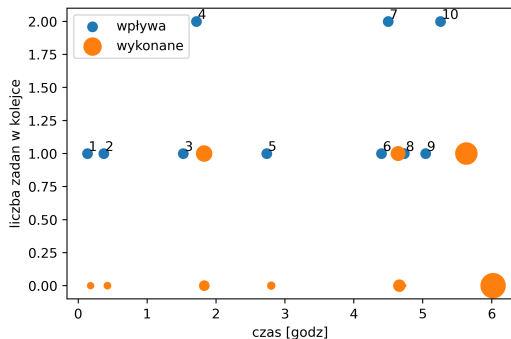
$$\lambda_A < \lambda_D$$

zadania wykonywane szybciej niż wpływają

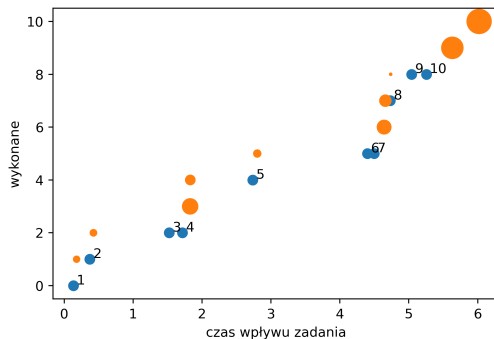
Przykład 1

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 4 \text{ [zad/godz]}$$



(a) Liczba zadań w kolejce



(b) Liczba wykonanych zadań

Przykład 2

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 0.5 \text{ [zad/godz]}$$

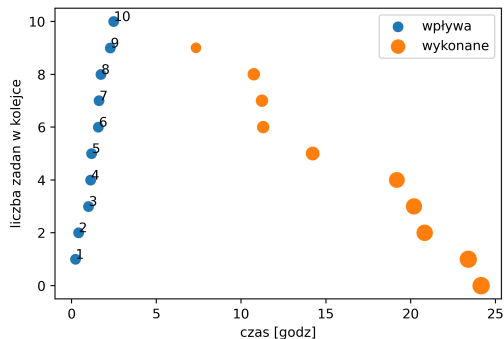
$$\lambda_A \gg \lambda_D$$

zadania wykonywane wolniej niż wpływają
system się zatyka

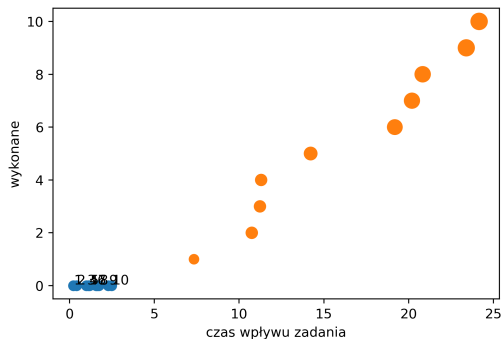
Przykład 2

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 0.5 \text{ [zad/godz]}$$



(a) Liczba zadań w kolejce



(b) Liczba wykonanych zadań

Przykład 3

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 12 \text{ [zad/godz]}$$

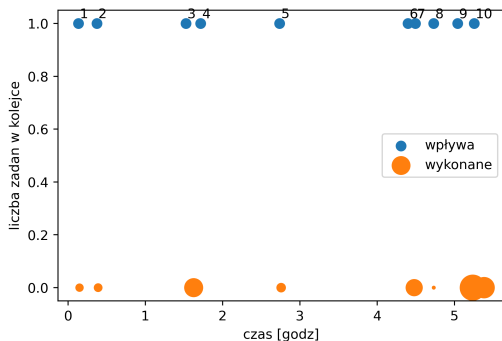
$$\lambda_A \ll \lambda_D$$

zadania wykonywane znacznie szybciej niż wpływają

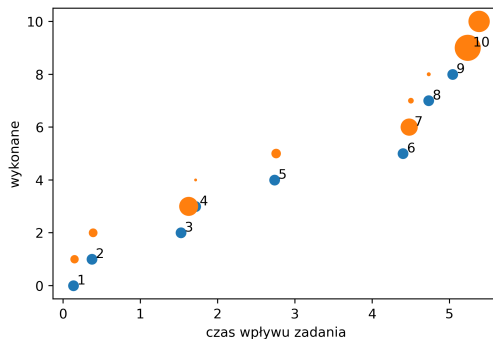
Przykład 3

$$\lambda_A = 3 \text{ [zad/godz]}$$

$$\lambda_D = 12 \text{ [zad/godz]}$$



(a) Liczba zadań w kolejce



(b) Liczba wykonanych zadań

Problem A

Symulacja procesu kolejkowego dla 10 zadań dla $\lambda_A = 2$, $\lambda_D = 2.5$. Zrobić wykresy:

- Liczba zadań w kolejce w zależności od czasu.
- Liczba wykonanych w zależności od czasu.
- Czas oczekiwania na wykonanie w zależności od czasu.
- Powtórzyć dla $\lambda_A = 2$, $\lambda_D = 1.5$

Problem B

Sprawdzić prawo Little'a

$$E(R)\lambda_A = E(n)$$

$E(R)$ - średni czas spędzony przez zadanie w systemie ($R_i = D_i - A_i$)

$E(n)$ - średnia ilość zadań w kolejce

$$\lambda_A = 2, \lambda_D = 3$$

Symulacja dla 1000 zadań

Sprawdzić również dla $\lambda_A = 2, \lambda_D = 5$

Problem B (wskazówki)

- Prawo Little'a działa lepiej w przypadku $\lambda_A \leq \lambda_D$
- Licząc średnią ilość zadań w systemie trzeba brać po uwagę czas.

Na przykład mamy w systemie:

5 min : 1 zadanie

10 min : 3 zadania

3 min : 4 zadania

W takim razie średnia ilość zadań:

$$E(n) = \frac{5 \times 1 + 10 \times 3 + 3 \times 4}{5 + 10 + 3}$$

Problem C

- Zaobserwować zatykanie systemu
- $\lambda_A = 15$, $\lambda_D = 8$
- $n=1000$ zadań
- Wykresy jak w A
- Pomyśleć co mogą znaczyć następujące wzory:

$$\frac{(\lambda_A - \lambda_D)t}{\lambda_D}$$

(można narysować wykresy i porównać z tymi które już mamy)

Problem D

Wykresy:

- $E(\text{liczba zadań})$ w zależności od λ_A
- $E(\text{liczba zadań})$ w zależności od λ_D
- $E(\text{liczba zadań})$ w zależności od $r = \frac{\lambda_A}{\lambda_D}$
- .. to samo dla $E(\text{czas oczekiwania})$

Problem E (powiązane z poprzednim zestawem)

Zrobić graf dla 3 użytkowników dowolną metodą