1.28. вариант 22

Сформировать задачу ЛП на максимум в канонической форме и решить её.

$\varphi = -x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 2x_4 + x_5 \to max$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ -2x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_4 + 3x_5 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \le x_1 \le 4 \\ -1 \le x_2 \le 3 \\ 1 \le x_3 \le 4 \\ 2 \le x_4 \le 5 \\ 0 \le x_5 \le 4 \end{cases}$$

Решение Составим задачу для первой фазы.

$x_1 = 4$
$x_2 = -1$
$x_3 = 1$
$x_4 = 2$
$x_5 = 0$

$\varphi = -x_6 - x_7 - x_8 \to max$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_6 = 4 \\ -2x_2 + 3x_3 + x_7 = 6 \\ -x_1 + 2x_4 + 3x_5 + x_8 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \le x_1 \le 4 \\ -1 \le x_2 \le 3 \\ 1 \le x_3 \le 4 \\ 2 \le x_4 \le 5 \\ 0 \le x_5 \le 4 \\ x_6, x_7, x_8 \ge 0 \end{cases}$$

Начальный план: $x = (4, -1, 1, 2, 0, 2, 1, 2)$

Начнём итерации Симплекс метода:

1) $J_Б = \{6, 7, 8\}$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right] \Rightarrow u = \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = -\left(-1,-1,-1\right)\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Delta_2 = -\left(-1,-1,-1\right)\begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Delta_3 = -\left(-1,-1,-1\right)\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix} = 3$$

$j_0 = 3$

$l_1 = 0$
$l_2 = 0$
$l_3 = 1$
$l_4 = 0$
$l_5 = 0$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$l_6 = 0$
$l_7 = -3$
$l_8 = 0$

$\theta_1 = \infty$
$\theta_2 = \infty$
$\theta_3 = 3$
$\theta_4 = \infty$
$\theta_5 = \infty$
$\theta_6 = \infty$
$\theta_7 = \frac{1}{3}$
$\theta_8 = \infty$

$\theta = \frac{1}{3}$

$j_* = 7$

$\overline{x} = (4, -1, \frac{4}{3}, 2, 0, 2, 0, 2)$

$\overline{J_Б} = \{3, 6, 8\}$

x_7 занулилась, значит, можем её выкинуть

2) $\varphi = -x_6 - x_8 \to max$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_6 = 4 \\ -2x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_4 + 3x_5 + x_8 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \le x_1 \le 4 \\ -1 \le x_2 \le 3 \\ 1 \le x_3 \le 4 \\ 2 \le x_4 \le 5 \\ 0 \le x_5 \le 4 \\ x_6, x_8 \ge 0 \end{cases}$$

$x = (4, -1, \frac{4}{3}, 2, 0, 2, 2)$

$J_{\text{Б}} = \{3, 6, 8\}$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right] \Rightarrow u = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = -(-1, 0, -1) \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Delta_2 = -(-1, 0, -1) \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} = 2$$

$j_0 = 2$

$l_1 = 0$
$l_2 = 1$
$l_4 = 0$
$l_5 = 0$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 1 & 0 & -2 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$l_3 = \frac{2}{3}$
$l_6 = -2$
$l_8 = 0$

$\theta_1 = \infty$
$\theta_2 = 4$

$\theta_3 = 4$
$\theta_4 = \infty$
$\theta_5 = \infty$
$\theta_6 = 1$
$\theta_8 = \infty$

$\theta = 1$

$j_* = 6$

$\overline{x} = (4, 0, 2, 2, 0, 0, 2)$

$\overline{J_{\text{Б}}} = \{2, 3, 8\}$

3) $\varphi = -x_8 \to max$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 4 \\ -2x_2 + 3x_3 = 6 \\ -x_1 + 2x_4 + 3x_5 + x_8 = 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2 \leq x_1 \leq 4 \\ -1 \leq x_2 \leq 3 \\ 1 \leq x_3 \leq 4 \\ 2 \leq x_4 \leq 5 \\ 0 \leq x_5 \leq 4 \\ x_8 \geq 0 \end{cases}$$

$x = (4, 0, 2, 2, 0, 2)$

$J_{\text{Б}} = \{2, 3, 8\}$

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{array}\right] \Rightarrow u = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_4 = -(0, 0, -1) \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = 2$$

$j_0 = 4$

$l_1 = 0$
$l_4 = 1$
$l_5 = 0$

$$\left[\begin{array}{rrr|r} 2 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{array}\right] \Rightarrow$$

$l_2 = 0$
$l_3 = 0$
$l_8 = -2$

$\theta_1 = \infty$
$\theta_2 = \infty$
$\theta_3 = \infty$
$\theta_4 = 3$
$\theta_5 = \infty$
$\theta_8 = 1$

$\theta = 1$

$j_* = 8$

$\overline{x} = (4, 0, 2, 3, 0, 0)$

$\overline{J_Б} = \{2, 3, 4\}$

Теперь у нас есть начальный план $x = (4, 0, 2, 3, 0)$. Начнём итерации Симплекс метода для исходной задачи.

1) $x = (4, 0, 2, 3, 0),\ J_Б = \{2, 3, 4\}$

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 0 & 0 & -6 \\ -2 & 3 & 0 & 6 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{array}\right] \Rightarrow u = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\Delta_1 = -1 - (1, 0, -1) \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = 3$$

$$\Delta_1 = 1 - (0, 0, 3) \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = -2$$

Критерий оптимальности выполняется.

Ответ: Максимум - $x = (4, 0, 2, 3, 0)$