5. Задача 8.6 вариант 29

$$f(x) = x_1 + \frac{x_2^2}{4x_1} + \frac{x_3^2}{x_2} + \frac{2}{x_3}$$
$$x_1 > 0, x_2 > 0, x_3 > 0$$

Решение

$$\begin{cases} f_{x_1} = 1 - \dfrac{x_2^2}{4x_1^2} = 0 \\ f_{x_2} = \dfrac{x_2}{2x_1} - \dfrac{x_3^2}{x_2^2} = 0 \\ f_{x_3} = \dfrac{2x_3}{x_2} - \dfrac{2}{x_3^2} = 0 \end{cases}$$

$$\frac{x_2}{2x_1} = 1 = \frac{x_3}{x_2} = \frac{1}{x_3}$$

$$\begin{cases} x_1 = \dfrac{1}{2} \\ x_2 = 1 \\ x_3 = 1 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} f_{x_1x_1} & f_{x_1x_2} & f_{x_1x_3} \\ f_{x_2x_1} & f_{x_2x_2} & f_{x_2x_3} \\ f_{x_3x_1} & f_{x_3x_2} & f_{x_3x} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{x_2^2}{2x_1^3} & -\frac{x_2}{2x_1^2} & 0 \\ -\frac{x_2}{2x_1^2} & \frac{1}{2x_1} + \frac{2x_3^2}{x_2^3} & -\frac{2x_3}{x_2^2} \\ 0 & -\frac{2x_3}{x_2^2} & \frac{2}{x_2} + \frac{4}{x_3^3} \end{pmatrix}$$

В точке $(\frac{1}{2}, 1, 1)$:

$$\begin{pmatrix} 4 & -2 & 0 \\ -2 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 6 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \Delta_1 = 4 > 0 \\ \Delta_2 = 16 > 0 \\ \Delta_1 = 32 > 0 \end{matrix} \implies \text{Положительно определена} \implies (\frac{1}{2}, 1, 1) - \text{лок. min}$$