Равномерная непрерывность.

Опр.

$$\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0 \quad \forall x_1, x_2 \in X \quad |x_1 - x_2| < \delta \Rightarrow |f(x_1) - f(x_2)| < \varepsilon.$$

В последовательностях:

$$f \in \hat{C} \iff \forall \{x_n\}_{n=0}^{\infty}, \{y_n\}_{n=0}^{\infty} \quad x_n - y_n \to 0 \Rightarrow f(x_n) - f(y_n) \to 0$$

Свойства:

$$f \in \hat{C}(a, b) \iff \begin{cases} f \in C(a, b) \\ \exists \lim\limits_{x \to a+} f(x) \in \mathbb{R} \\ \exists \lim\limits_{x \to b-} f(x) \in \mathbb{R} \end{cases}$$

Критерии:

$f \in \hat{C}$

1) $\left.\begin{matrix} f \in C[a, b] \\ f \in \hat{C}[b, +\infty) \end{matrix}\right] \Rightarrow f \in \hat{C}[a, +\infty)$

2) $\left.\begin{matrix} f \in D(I) \\ |f'| \leq M \end{matrix}\right] \Rightarrow f \in \hat{C}(I)$

3) $\left.\begin{matrix} f \in C[a, +\infty) \\ \exists \lim\limits_{x \to +\infty} f(x) \in \mathbb{R} \end{matrix}\right] \Rightarrow f \in \hat{C}[a, +\infty)$

$f \notin \hat{C}$

1) $\lim\limits_{x \to +\infty} f' = \infty \Rightarrow f \notin \hat{C}[a, +\infty)$

2) f - неограничена на X, $\Rightarrow f \notin \hat{C}(X)$
а X ограничена

Теорема (Кантора): $f \in C[a, b] \iff f \in \hat{C}[a, b]$