Лабораторна робота №10

Назва: **Триангуляція Делоне – рандомізований інкрементний алгоритм**

Оцінка складності: O(N2)

**Алгоритм**

Триангуляція для скінченного набору точок з множини S є задачею триангуляції опуклої оболонки CH(S), що охоплює всі точки з набору S. Відрізки прямих ліній при триангуляції не можуть перетинатися – вони можуть тільки зустрічатися в спільних точка, що належать набору S. Оскільки відрізки прямих ліній замикають трикутники – будемо вважати їх ребрами.

Для даного набору точок S бачимо, що всі точки з множини S можуть бути поділені на ***граничні*** точки(ті, що лежать на границі опуклої оболонки СН(S)) та ***внутрішні*** точки(ті, що лежать усередині СН(S)). Так само можна класифікувати і ребра, отримані внаслідок триангуляції S, як ребра оболонки та внутрішні ребра.

Будь-який набір точок допускає більше одного способу триангуляції, однак будь-який спосіб триангуляції для даного набору визначає однакову кількість трикутників – n+i-2, де і – кількість внутрішніх точок.

***Триангуляція Делоне*** – добре збалансована, тобто всі трикутники, що формуються, намагаються бути рівнокутними.

Набор точок вважається ***круговим***, якщо існує деяка окружність, на якій лежать усі точки набору. Така окружність буде описаною для даного набору точок. Описана окружність для трикутника проходить через три його вершини. Кажуть, що окружність буде вільною від точок по відношенню до заданого набору точок S, якщо усередині окружності немає жодної точки з множини S.

Триангуляція для набору точок буле тріангуляцією Делоне, якщо описана окружність для кожного трикутника буде вільною від точок.

Власне алгоритм: алгоритм працює шляхом постійного нарощування існуючої триангуляції по одному трикутнику за один крок. Спочатку існуюча триангуляція складається з єдиного ребра оболонки.

Класифікація ребер триангуляції Делоне:

* Сплячі ребра – ще не були виявлені алгоритмом
* Живі ребра – виявлені, але відома тільки одна суміжна з ним область
* Мертві ребра – виявлені та відомі обидві суміжні до них області

Спочатку живим є єдине ребро, що належить опуклій оболонці, а всі інші ребра – сплячі. По мірі роботи алгоритму ребра із сплячих стають живими, потім мертвими. Границя на кожному кроці складається з живих ребер.

На кожній ітерації вибирається будь-яке одне ребро Е з границі і шукається невідома область, до якої належить ребро Е. Якщо ця область виявиться трикутником f, який визначений кінцевими точками ребра Е та якоюсь третьою вершиною v, то ребро Е стає мертвим, оскільки зараз відомі дві області, що суміжні з ним. Кожне з двох інших ребер трикутника t переходять в наступний стан. Тут вершина v буде називатися суміжною з ребром Е, в іншому випадку, якщо невідома область є нескінченною площиною то ребро Е помирає. В цьому випадку ребро Е не має суміжної вершини. Для зручності кожне ребро направляємо так, щоб невідома для нього область лежить справа від ребра.

Обґрунтування оцінки складності:

На кожній ітерації з границі вилучається одне ребро. Оскільки кожне ребро вилучається з границі рівно один раз – число ітерацій рівне числу ребер в триангуляції Делоне. Будь-яка триангуляція містить не більше ніж O(N) ребер. Оскільки на кожну ітерацію витрачається O(N) часу то повністю алгоритм виконується за час O(N2).