



ИПМ им.М.В.Келдыша РАН

Абрау-2020 • Труды конференции



А.А. Печников, Д.Е. Чебуков

### **Сравнение графов сотрудничества учёных (на примере Math-Net.Ru)**

#### ***Рекомендуемая форма библиографической ссылки***

Печников А.А., Чебуков Д.Е. Сравнение графов сотрудничества учёных (на примере Math-Net.Ru) // Научный сервис в сети Интернет: труды XXII Всероссийской научной конференции (21-25 сентября 2020 г., онлайн). — М.: ИПМ им. М.В.Келдыша, 2020. — С. 527-538.

<https://doi.org/10.20948/abrau-2020-2>

<https://keldysh.ru/abrau/2020/theses/2.pdf>

[Видеозапись выступления](#)

# **Сравнение графов сотрудничества учёных (на примере Math-Net.Ru)**

**А.А. Печников<sup>1</sup>, Д.Е. Чебуков<sup>2</sup>**

*1 Институт прикладных математических исследований — обособленное подразделение ФИЦ "Карельский научный центр Российской академии наук"  
2 Математический институт им. В.А. Стеклова Российской академии наук*

**Аннотация.** Изложены результаты исследования двух графов научного сотрудничества, построенных по данным Общероссийского математического портала Math-Net.Ru. Первый из них - это граф научного сотрудничества на основе цитирования. Он представляет собой ориентированный граф без петель и кратных ребер, вершинами которого являются авторы публикаций, а дуги связывают их, когда имеется хотя бы одна публикация первого автора, цитирующая публикацию второго автора. Второй граф является графом соавторства, то есть неориентированным графом, в котором вершинами являются авторы, а ребра фиксируют соавторство двух авторов хотя бы в одной статье. Проводится традиционное исследование основных характеристик обоих графов: степени и значимость вершин, диаметр и среднее расстояние, компоненты связности и кластеризация. В обоих графах мы наблюдаем схожую структуру связности – наличие гигантской компоненты и большое количество маленьких компонент. С применением двух графов строится разбиение множества авторов Math-Net.Ru, в котором более 40 процентов авторов, имеющих соавторов, не имеют связей через цитирование, что означает отсутствие в журналах, входящих в Math-Net.Ru преднамеренного взаимного цитирования.

**Ключевые слова:** научное сотрудничество, цитирование, соавторство, граф, математический портал Math-Net.Ru.

# Comparison of scientific collaboration graphs: Math-Net.Ru as a case study

A.A. Pechnikov<sup>1</sup>, D.E. Chebukov<sup>2</sup>

*1 Institute of Applied Mathematical Research of the Karelian Research Centre*

*of the Russian Academy of Sciences*

*2 Steklov Mathematical Institute of RAS*

**Abstract.** This paper presents a study of two scientific collaboration graphs, which were constructed using the data obtained from all-Russian mathematical portal Math-Net.Ru. One of the graphs is a citation-based scientific collaboration graph. It is a directed graph with no loops and multiple edges. The vertices represent the authors of papers, while edges represent one author has cited another. The second graph is a co-authorship graph, that is, an undirected graph in which the vertices are authors, while the edges represent the fact that two authors have written at least one paper together. The main characteristics of both graphs – degree and significance of vertices, diameter and average distance, connected components and clustering – are examined. In both graphs, we observe a similar connection structure – presence of a giant component and a large number of small components. Using the two graphs, a partition of the set of Math-Net.Ru authors is constructed. In the set, over 40% of authors who have co-authored a paper with another author have not cited their co-authors in other papers. This means that there is no deliberate mutual citation in Math-Net.Ru journals.

**Keywords:** scientific collaboration, citation, co-authorship, graph, mathematical portal Math-Net.Ru.

## 1. Введение

Социальные сети являются предметом эмпирического и теоретического изучения в течение, по крайней мере, шестидесяти лет, отчасти из-за присущего к ним интереса в повторяющихся элементах человеческого взаимодействия, но и потому, что их структура имеет большое значение для распространения информации. Примерами таких сетей являются сети научного сотрудничества, построенные на основе публикаций учёных. Изучение научных связей учёных, структуры и динамики развития научных сообществ дает возможность оценивать тенденции развития различных научных направлений, идентифицировать персоны, научные центры и научные школы, выявлять взаимосвязи. Научная работа, как один из наиболее интеллектуально требовательных и сложных видов человеческой деятельности, не может быть просто оценена по единой универсальной схеме, тем не менее, задачи измерения отдельных количественных характеристик научной информации в конкретных научных областях решается с той или иной степенью успешности.

Одной из первых публикаций на эту тему является основополагающая статья Дерека Джона де Солла Прайс [1], посвященная сетям цитирования, вышедшая в 1965 году и связанная с появлением электронных хранилищ научных публикаций. Основные исследуемые объекты с тех пор и до настоящего времени – это сети цитирования и сети соавторства, построенные на основе данных, получаемых из различных электронных источников, включая Google Scholar. На основе этих данных строятся графы сотрудничества (цитирования, соавторства), которые далее исследуются теоретико-графовыми методами (степени вершин, компоненты связности, кластеризация) с дальнейшей содержательной интерпретацией результатов. В последнее время появился большой интерес к исследованиям динамики таких графов во времени, что очевидно связано с большими объемами накопленной информации. Несмотря на большой объем проделанной работы, тема представляется неисчерпаемой, никакой единой теории сетей научного сотрудничества не построено, исследования конкретных электронных библиотек приносят новые, порой неожиданные, результаты, расширяется спектр применяемых теоретических подходов и методов, появляются новые технические и программные возможности. Хороший обзор публикаций на английском языкедается в работе [2].

В данной работе исследуются графы научного сотрудничества учёных, построенные на основе сведений из базы данных Общероссийского математического портала Math-Net.Ru (<http://www.mathnet.ru>), известного веб-ресурса, содержащего богатую коллекцию полнотекстовых архивов ведущих российских математических журналов и информацию об их авторах. По данным на 30 марта 2020 года на портале зарегистрировано 119139 авторов, 238733 научных статьи из 135 журналов (периодических изданий). Ключевым элементом реляционной базы данных (используется СУБД MSSQL) является таблица, содержащая метаданные статей. Изначально база создавалась таким образом, что авторы и аффилиации содержались в отдельных таблицах, и таблица статей соединялась с таблицами авторов и аффилиаций посредством связи «один ко многим». Каждый автор статьи и каждая аффилиация являются уникальными элементами базы данных, которые объединяются в таблицы персоналий и организаций. Данный подход позволяет для каждого автора выбрать список его публикаций по его коду (author\_id), а не поиском по фамилии, как реализовано в Web of Science и некоторых других библиографических ресурсах. База персоналий с их привязкой к статьям легко позволяет выбрать авторов одних и тех же статей – соавторов, а также авторов, работающих индивидуально, то есть не имеющих соавторов.

Информационная система Math-Net.Ru также индексирует списки литературы и хранит их в базе данных в структурированном виде [3]. Списки литературы всех публикаций объединены в одну таблицу базы данных, в которой в отдельных колонках хранятся данные об авторе, названии, где, томе, страницах цитируемой публикации. Каждой индивидуальной ссылке

соответствует одна запись в таблице. Такой подход облегчает задачу автоматического проставления гиперссылок на библиометрические базы данных, решает задачу поиска обратных ссылок, а также позволяет автоматически экспортить ссылки в разные форматы: PDF, XML, HTML. Среди гиперссылок с элементов списков литературы есть и ссылки на статьи, индексированные в базе публикаций Math-Net.Ru. Таким способом осуществляется связь между цитирующей и цитированной статьями.

В данной работе из базы данных списков литературы были выгружены данные для построения графов научного сотрудничества, использующих сведения о цитировании и соавторстве. Мы следуем определению Ньюмана: «Мы изучаем сети ученых, в которых два ученых считаются связанными, если они совместно написали статью. Это кажется разумным определением научного знакомства: большинство людей, которые написали статью вместе, будут хорошо знать друг друга. Это – умеренно строгое определение, так как есть много ученых, которые знают друг друга до некоторой степени, но никогда не сотрудничали в написании статьи» [4, стр. 404]. Разовьем эту идею и будем считать по отношению к цитированию, что один учёный «знает» (не обязательно лично) другого ученого, если в своей статье он сделал ссылку на работу этого ученого (обратное неверно). Исходя из сказанного, в графах научного сотрудничества, построенных на основе соавторства и цитирования, дуги (ребра) имеют кратность 1, поскольку мы не ставим задачу изучения силы сотрудничества в зависимости от количества статей, написанных в соавторстве или ссылок от одного автора на статьи другого.

В работе построены два вида графов научного сотрудничества на основе данных о цитировании и соавторстве в Math-Net.ru. Граф понимается в традиционном смысле как пара множеств, первое из которых является множеством вершин, а второе множеством пар вершин. Пары вершин в зависимости от контекста бывают ориентированными, когда пара вершин  $(a,b) \neq (b,a)$ , и тогда мы такую пару называем дугой, либо неориентированными,  $(a,b) = (b,a)$ , которую называем ребром. Граф цитирования является ориентированным графом, поскольку цитирование одного автора другим не обязательно влечет обратное цитирование. Граф соавторства является неориентированным графом, поскольку отношение соавторства симметрично.

Проводится традиционное исследование основных характеристик обоих графов, таких как степени и значимость вершин, диаметр и среднее расстояние, компоненты связности и кластеризация, и обсуждаются их сходство и различие. С применением двух графов строится разбиение множества авторов на четыре непересекающихся подмножества по их связям через соавторство и/или цитирование, показывающее отсутствие в Math-Net.Ru преднамеренного взаимного цитирования.

## 2. Граф на основе цитирования

Обозначим граф научного сотрудничества, построенный на основе цитирования, как Cit-graph. Изначально по данным о цитировании в Math-Net.Ru имеется более 69 тысяч авторов и более 1 млн. ссылок, сделанных в публикациях этих авторов. Речь идет о более чем 12 тысячах статьях, проиндексированных в Math-Net.Ru, и написанных индивидуально или в соавторстве авторами, зарегистрированными на портале, в которых имеются ссылки на более чем 18 тысяч статей, также проиндексированных в Math-Net.Ru, и написанных индивидуально или в соавторстве авторами, также зарегистрированными на портале. С учетом пересечения указанных множеств, всего обработано около 20000 статей.

Затем из 1 млн. ссылок были удалены все ссылки, сделанные на публикации авторов, не зарегистрированные в Math-Net, и ссылки, являющиеся самоцитированиями. Все кратные ссылки заменены на одну дугу. Из 69 тысяч авторов были удалены все авторы, не имеющие ссылок на других авторов или ссылок на них от других авторов, а все «параллельные» кратные ссылки заменены дугами (ориентированными ребрами). Таким образом, мы получили ориентированный граф Cit-graph без петель и кратных дуг, не имеющий изолированных вершин, который содержит 52728 вершин и 388654 дуги. Вершины графа обозначаются идентификаторами авторов в Math-Net.Ru (author\_id), а дуги – парами (author\_id-source, author\_id-target).

Основные характеристики графа: плотность очень мала (0.00013), диаметр равен 16, средняя длина пути 5.715, а средняя степень вершины 7.731.

Важность вершин для ориентированного графа можно определить, например, как степень влиятельности (точнее – собственный вектор центральности, eigenvector centrality) [5]. Основная идея заключается в том, что связь с вершиной высокой степени влиятельности вкладывает больше в показатель рассматриваемой вершины, чем аналогичная связь с вершиной низкой степени влиятельности. Высокая степень влиятельности означает, что вершина связана со многими вершинами, имеющими высокие степени влиятельности.

Укажем author\_id первых семи вершин графа, имеющих наибольшие значения, и самих авторов:

- 8938 - Гельфанд Израиль Моисеевич (1.0, 280, 787),
- 4537 - Новиков Сергей Петрович (0.99, 702, 699),
- 4874 - Арнольд Владимир Игоревич (0.91, 307, 830),
- 9160 - Фаддеев Людвиг Дмитриевич (0.82, 401, 740),
- 8582 - Олейник Ольга Арсеньевна (0.80, 310, 280),
- 14007 - Колмогоров Андрей Николаевич (0.71, 230, 498),
- 8485 - Вишик Марко Иосифович (0.70, 207, 467).

В скобках указаны значения центральности и количество входящих и исходящих дуг для каждой вершины. Приведенная информация соответствует

нашим представлениям о значимости этих учёных в системе российской математики.

Связность является важной характеристикой сети. В нашем случае, если считать ориентацию дуг не имеющей значения, мы имеем максимальную компоненту связности (КС), содержащую 50931 вершину, а вторая по размерности компонента содержит 24 вершины. Всего же граф содержит 504 компоненты связности. То есть имеется гигантская компонента и много маленьких компонент, не связанных с ней и между собой.

Рассмотрим одну из маленьких компонент связности, состоящую из четырех вершин: 145585 – Наяк Хамса, India; 67904 – Молхаси Али, Iran; 145586 – Кунчам Сям, India; 145587 – Кедукоди Бабушри С, India. Оказывается, первый, третий и четвертый автор в своей совместной публикации сослались на публикацию второго автора.

В случае, когда ориентация дуг имеет значение, мы получаем сильную связность. Максимальная компонента сильной связности (КСС) содержит 21108 вершин, её диаметр равен 16, средняя длина (ориентированного) пути 5.29.

Вторая по размерности КСС содержит всего 19 вершин. Еще 841 компонента содержит от 2 до 13 вершин, а более 29 тысяч компонент состоят из одной «висячей» вершины.

Несколько проверенных КСС из четырех-шести вершин показывают, что, как правило, это авторы, работающие в одном институте, написавших две и более совместных статьи, у которых в последующих статьях есть ссылка на хотя бы одну предыдущую.

Интересная особенность реальных сетей заключается в наличии у них свойства кластеризации или структуры в виде сообществ, в соответствии с которым топология графа организована в сообщества (также называемые модулями или кластерами) [6]. Один из теоретически хорошо обоснованных подходов для неориентированных графов к формализации этой проблемы называется кластеризацией на основе плотности связей. Мера модулярности показывает, насколько данное разбиение качественно в том смысле, что существует много дуг, лежащих внутри сообществ, и мало дуг, лежащих вне сообществ, но соединяющих их между собой. Модулярность часто используется для определения качества разбиения графа на сообщества. Мы здесь используем определение меры модулярности  $Q$  из [7]. Значение  $Q$  лежит в интервале  $[-1,1]$  и разбиение считается хорошим, если значение  $Q$  больше 0.7.

Для графа Cit-graph алгоритм, предложенный в [8], дает значение  $Q=0.722$ . При этом максимальное сообщество содержит 12796 вершин, общее количество сообществ равно 605, самые маленькие сообщества содержат по 2 вершины. Содержательные объяснения по поводу организации маленьких сообществ те же самые, что и в случае КС и КСС.

Если в Cit-graph оставить только подграф, состоящий из максимальной КС, то значение меры модулярности остается почти тем же,  $Q_{CC}=0.724$ , но их количество уменьшается до 90, максимальное сообщество содержит 12045

вершин. Самые маленькие сообщества содержат по 3 вершины, их количество равно 10.

Если же в Cit-graph оставить только подграф, состоящий из максимальной КСС, то получаем  $Q_{SCC}=0.687$  и 24 сообщества размерности от 3 до 5472 вершин. Сообщество из трех вершин только одно, все его участники работают в одной организации.

Следующее по величине сообщество содержит 11 вершин, и тут получаем 8 участников из Молдовы, 2 из Испании и 1 из Канады. Содержательно все ссылки сделаны из статей, опубликованных в журнале «Buletinul Academiei de Stiinte a Republicii Moldova. Matematica», на статьи из этого же журнала. Большие сообщества не поддаются содержательной интерпретации с такой же легкостью.

### 3. Граф на основе соавторства

Обозначим граф научного сотрудничества, построенный на основе данных о соавторстве Co\_auth-graph. Используя определение Ньюмана «...два ученых считаются связанными, если они совместно написали статью», и данные о соавторстве из Math-Net.Ru, получаем более 105 тысяч авторов и более 340 тысяч случаев соавторства, то есть пар авторов в том случае, если они совместно написали хотя бы одну статью. Таким образом, имеем неориентированный граф Co\_auth-graph без петель и кратных ребер, не имеющий изолированных вершин, который содержит 105327 вершин и 340643 ребра. Как и ранее, вершины графа обозначаются идентификаторами авторов в Math-Net.Ru (author\_id), а ребра – парами (author\_id-source, author\_id-target).

Основные характеристики графа: плотность очень мала (0.00006), диаметр 24, средняя длина пути 19.062, а средняя степень вершины 6.468.

Степени вершин показывают количество соавторов данного автора. У академика А.М. Прохорова наибольшая степень вершины в этом графе (798), у авторов данной статьи 9 и 4 соответственно.

Степень влиятельности по собственному вектору центральности для первых семи вершин графа, имеющих наибольшие значения, с указанием самих авторов, приводятся далее:

4537 - Новиков Сергей Петрович (1.0, 532)

74733 - Прохоров Александр Михайлович (0.959, 798)

44810 - Скринский Александр Николаевич (0.923, 408)

45287 - Крохин Олег Николаевич (0.894, 414)

4406 - Осипов Юрий Сергеевич (0.866, 320)

26158 - Фортов Владимир Евгеньевич (0.839, 611)

21689 - Велихов Евгений Павлович (0.837, 399)

Интересно отметить, что из первой семерки Cit-graph только С.П. Новиков попал в семерку Co\_auth-graph. Кроме того, в Cit-graph первая семерка целиком представлена математиками, а здесь из семи ученых четыре физика.

Максимальная КС Co\_auth-graph содержит 79517 вершин, а вторая по размерности компонента содержит 78 вершин. Всего же граф содержит 7939 компонент связности. Как и в случае Cit-graph имеется гигантская компонента и еще больше маленьких компонент, не связанных с ней и между собой. Причем количество компонент из двух вершин равно 4115, трёх – 1833, четырёх – 849, пяти – 408, и так далее по убыванию. В сумме «маленькие» КС содержат почти четверть всех вершин графа.

Рассмотрим компоненту из 78 вершин. Оказывается, большую ее часть составляют вершины, идентифицирующие коллег из Самарского государственного университета при участии небольшого числа ученых из других институтов и вузов, ведущих исследования в области органической химии и публикующиеся в «Вестнике Самарского университета. Естественнонаучная серия», входящего в раздел «Журналы» Math-Net.Ru.

Несколько произвольно выбранных КС из четырех-шести вершин показывают, что наиболее часто это авторы, работающие в одном институте, имеющие статью в соавторстве. Хотя этот пример нельзя и абсолютизировать, встречаются примеры авторских групп из разных вузов одного города, а иногда (очень редко) из разных городов и стран.

Для графа Co\_auth-graph алгоритм [8] дает значение  $Q=0.857$ . Очевидно, столь высокое значение  $Q$  объясняется почти восемью тысячами компонент связности: граф просто «распадается» на несвязные части.

Максимальное сообщество содержит 11502 вершины, общее количество сообществ равно 8229, самые маленькие сообщества количеством 4115 содержат по 2 вершины, еще 1833 сообщества по 3 вершины и т.д. Более 20 сообществ имеют от тысячи до почти четырех тысяч вершин. Для содержательной интерпретации представляют интерес сообщества, которые образуются в максимальной КС.

Для максимальной компоненты связности графа Co\_auth-graph  $Q_{CC}=0.842$ , то есть тенденция к разбиению на сообщества остается большой. Максимальное сообщество осталось большим (10346 вершины), но общее количество сообществ уменьшилось до 294. При этом исчезли все сообщества размерности 2 и 3, сообществ из четырех вершин оказалось 27, из пяти – 24, а из шести – 19.

#### 4. Разбиение множества авторов Math-Net.Ru

Имея графы Cit-graph и Co\_auth-graph, характеризующие сотрудничество всех авторов Math-Net.Ru через соавторство и цитирование, можно провести разбиение всего множества авторов на четыре непересекающихся подмножества:

- (1) авторы, не имеющие соавторов, никого не цитирующие и/или никем не цитируемые,
- (2) авторы, не имеющие соавторов, цитирующие и/или цитируемые другими авторами,

(3) авторы, имеющие соавторов, цитирующие и/или цитируемые другими авторами, и

(4) авторы, имеющие соавторов, никого не цитирующие и/или никем не цитируемые.

Построим граф Combi по следующему правилу. Возьмем множество вершин Cit-graph и наложим на него множество ребер Co\_auth-graph без добавления вершин, которых нет в Cit-graph. Получим неориентированный граф, содержащий 52728 вершин и 180208 ребер. Удалим из него все изолированные вершины и получим граф с тем же количество ребер и количеством вершин равным 46647. Содержательно вершины графа Combi соответствуют авторам, которые одновременно являются соавторами статей в Math-Net.Ru и при этом цитируют кого-то из других авторов и/или являются цитируемыми другими авторами.

Тогда структуру множества авторов по признакам соавторства и цитирования можно представить так, как это сделано на рис. 1. Как уже говорилось, мощность множества всех авторов статей, зарегистрированных на Math-Net.Ru, немного больше 119 тысяч. На рисунке множество, обозначенное номером 1, содержит 11,5% от этого числа (Напомним, что все сказанное касается только 238733 статей, опубликованных в 135 журналах и проиндексированных в Math-Net.Ru).

Под номером 2 представлено множество авторов, цитирующих других авторов и/или цитируемых ими, но не имеющими ни одного соавтора.

Под номером 3 мы имеем множество авторов, которые одновременно являются соавторами статей в Math-Net.Ru и при этом цитируют кого-то из других авторов и/или являются цитируемыми другими авторами (множество вершин графа Combi).

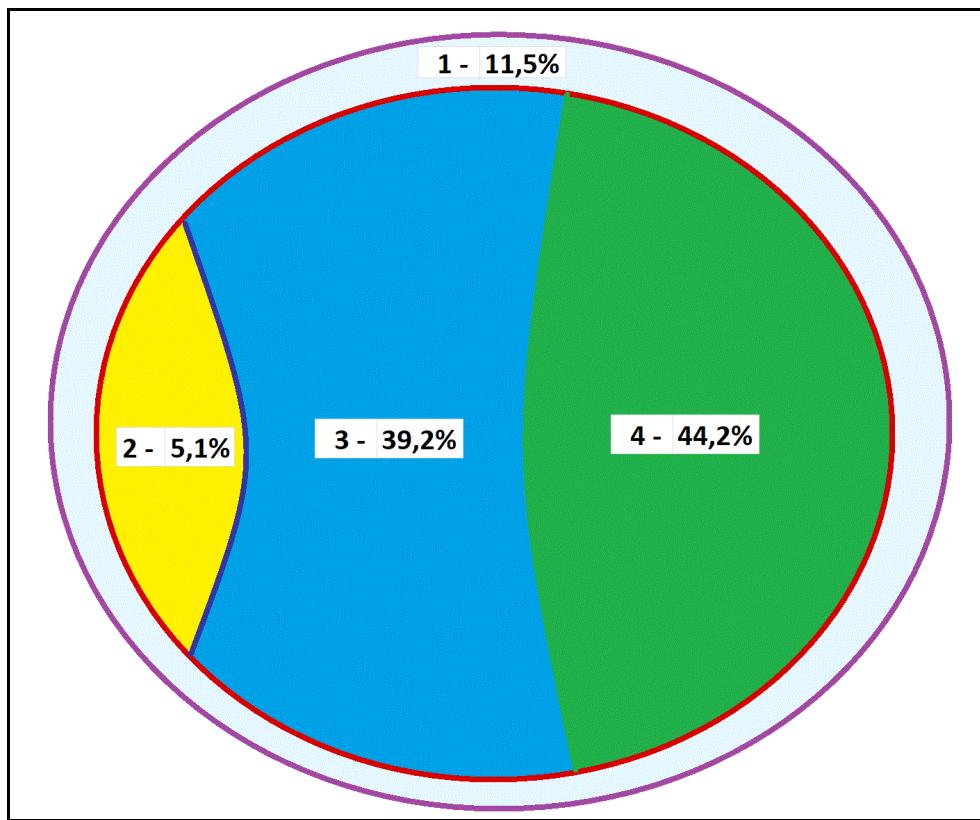


Рис. 1. Разбиение множества авторов Math-Net.Ru

Под номером 4 мы имеем множество авторов, имеющих хотя бы одного соавтора, но не имеющих цитат на других авторов или цитат от них.

Объединение множеств 2 и 3 дает множество вершин графа Cit-graph, а множеств 3 и 4 – соответственно графа Co\_auth-graph.

## 5. Обсуждение результатов и выводы

Графы Cit-graph и Co\_auth-graph построены на основании разных подходов, первый является ориентированным, а второй нет, и существенно различаются по мощности множеств вершин. Тем не менее, можно заметить некоторые схожие черты, такие как очень маленькую плотность, большой диаметр и высокую степень модулярности. В обоих графах мы наблюдаем схожую структуру связности – наличие гигантской компоненты, содержащей десятки тысяч вершин, следующую по размерности компоненту в тысячу раз меньшую гигантской и большое количество маленьких компонент связности. Понятно, что в обоих случаях это является показателем того, что «знакомство по цитированию» и «знакомство по соавторству» часто проявляется в небольших коллективах авторов.

Отсюда же следует и объяснение больших значений коэффициента модулярности: графы с такой структурой связности, очевидно, показывают тенденцию к кластеризации в большое количество слабо- или несвязных сообществ.

Не вызывает сомнения тот факт, что несовпадение персоналий, которым соответствуют наиболее значимые вершины в Cit-graph и Co\_auth-graph объясняется разными принципами их построения.

Содержательный анализ некоторых небольших компонент связности и сообществ может навести на неправильные соображения о том, что их структура объясняется только личными отношениями авторов. Этот тезис, несомненно, имеет место.

Однако построенное разбиение множества авторов Math-Net.Ru показывает, что более 40 процентов авторов, имеющих соавторов, не имеют отношений через цитирование, а почти 17 процентов не имеют соавторов, хотя при этом большая часть из них цитирует других авторов. И это существенный факт, во многом говорящий об отсутствии в журналах, входящих в Math-Net.Ru, «... радости взаимного цитирования» [9].

В заключение необходимо отметить, что портал Math-Net.Ru содержит ограниченный объем информации даже среди российских журналов в области математических наук. Списки литературы проиндексированы, начиная с 2000 года, а для более ранних публикаций обработаны выборочно. Это, безусловно, влияет на результаты, полученные в данной работе, которые будут отличаться от потенциального «глобального» исследования. Вместе с тем, нельзя недооценивать и того, что журналы, входящие в Math-Net.Ru, представляют собой хорошую выборку из множества математических периодических изданий России.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 18-07-00628-а.

## Литература

1. D.J. de Solla Price Networks of scientific paper // Science. 1965. № 149(3683). P. 510–515.
2. Kas M., Carley K.M., Carley L.R. Trends in science networks: understanding structures and statistics of scientific networks // Social Network Analysis and Mining. 2012. № 2. P. 169–187.
3. Chebukov D., Izaak A., Misurina O., Pupyrev Yu., Zhizhchenko A. Math-Net.Ru as a digital archive of the Russian mathematical knowledge from the XIX century to today // Lecture Notes in Comput. Sci. 2013. Vol. 7961. P. 344–348.
4. Newman M.E.J. The structure of scientific collaboration networks // Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA. 2001. №98 (2). P. 404-409.
5. Easley D., Kleinberg J. Networks, Crowds, and Markets. - Cambridge University Press: 2010. 833 p.
6. F.D. Malliaros, M. Vazirgiannis Clustering and community detection in directed networks: A survey // Physics Reports. 2013. Vol. 533, Iss. 4. P. 95-142.
7. Newman M.E., Girvan M. Finding and evaluating community structure in networks // Physical Review E. 2004. Vol. 69(2). P 026113.

8. Blondel V.D., Guillaume J-L., Lambiotte R., Lefebvre E. Fast unfolding of communities in large networks // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. 2008. P 10008.
9. Гулёва М. Радость взаимного цитирования // Троицкий вариант – Наука. 2019. № 287. С. 3. <https://trv-science.ru/2019/09/10/radost-vzaimnogo-citirovaniya>.

## References

1. D.J. de Solla Price Networks of scientific paper // Science. 1965. № 149(3683). P. 510–515.
2. Kas M., Carley K.M., Carley L.R. Trends in science networks: understanding structures and statistics of scientific networks // Social Network Analysis and Mining. 2012. № 2. P. 169–187.
3. Chebukov D., Izaak A., Misurina O., Pupyrev Yu., Zhizhchenko A. Math-Net.Ru as a digital archive of the Russian mathematical knowledge from the XIX century to today // Lecture Notes in Comput. Sci. 2013. Vol. 7961. P. 344–348.
4. Newman M.E.J. The structure of scientific collaboration networks // Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA. 2001. №98 (2). P. 404-409.
5. Easley D., Kleinberg J. Networks, Crowds, and Markets. - Cambridge University Press: 2010. 833 p.
6. F.D. Malliaros, M. Vazirgiannis Clustering and community detection in directed networks: A survey // Physics Reports. 2013. Vol. 533, Iss. 4. P. 95-142.
7. Newman M.E., Girvan M. Finding and evaluating community structure in networks // Physical Review E. 2004. Vol. 69(2). P 026113.
8. Blondel V.D., Guillaume J-L., Lambiotte R., Lefebvre E. Fast unfolding of communities in large networks // Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment. 2008. P 10008.
9. Gulyova M. Radost vzaimnogo citirovaniya // Troickii variant – Nauka. 2019. № 287. S. 3.