Модальное управление

Зададим систему линейных уравнений ДПТ

```
J = 0.01;   % Момент инерции ротора kg.m^2
b = 0.1;    % Коэффициент затухания мех. системы Nms
K = .01;    % ЭДС константа Nm/A
R = 1.0;    % Сопротивление Ohms
L = 0.5;    % Индуктивность Henrys
A = [-b/J K/J; -K/L -R/L];
B = [0; 1/L];
C = [1 1];
D = 0;
W = ss(A,B,C,D);
```

Оценим критерий устойчивости

```
pole(W) % найдем полюса системы
```

```
ans = 2×1
   -9.9975
   -2.0025
```

Все полюса отрицательны, значит система устойчива

Оценим управляемость системы

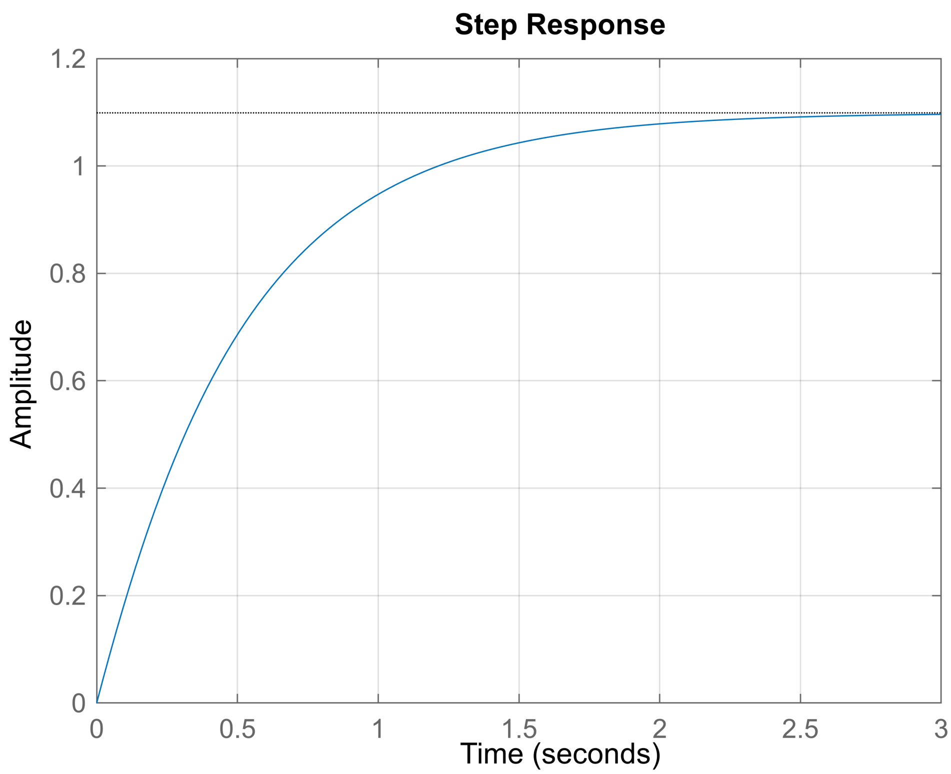
```
rank(ctrb(A,B)) % если ранг равен порядку системы то она полностью управляема
```

```
ans = 2
```

Система полностью управляема

Найдем реакцию системы на ступенчатый сигнал

```
step(W)
grid on
```



Подставим полюса в замкнутую систему

```
p = 4.45*[-1 -1.1]; % заданные полюса
K = place(A,B,p) % матрица K
```

```
K = 1×2
   14.1564   -1.3275
```

Проверим полюса замкнутой системы

```
AClosed = A - B*K;
BClosed = B;
CClosed = C;
DClosed = D;
Wclosed = ss(AClosed,BClosed,CClosed,DClosed);
pole(Wclosed)
```

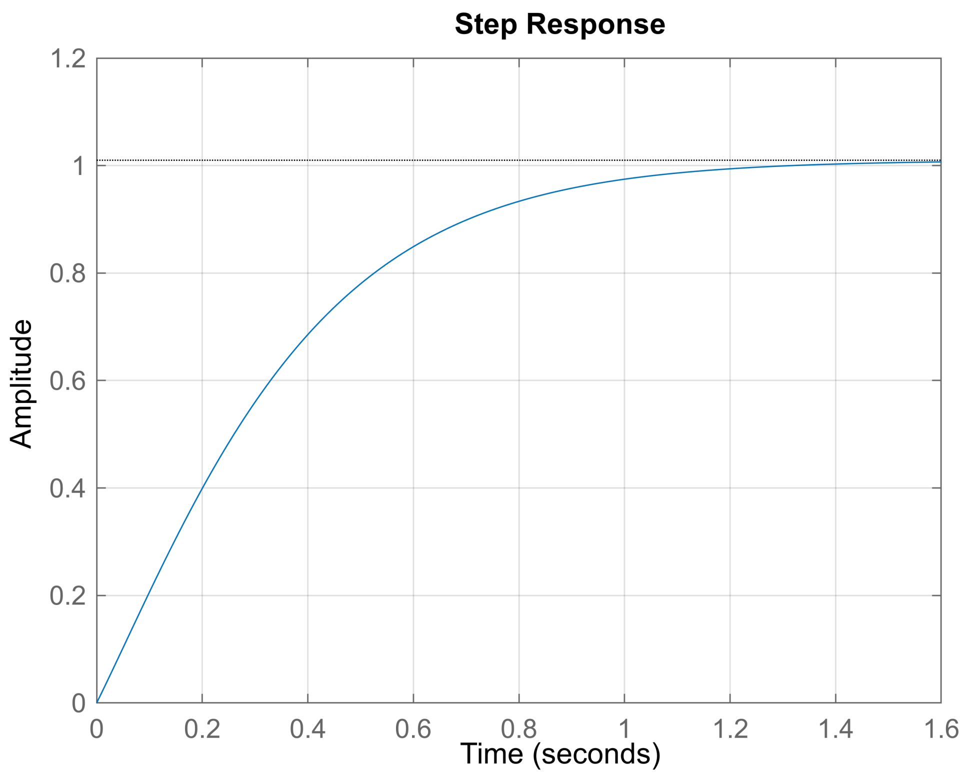
```
ans = 2×1
   -4.8950
   -4.4500
```

Полюса совпадают с задаными

Найдем реакцию замкнутой системы на ступенчатый сигнал

```
step(Wclosed)
```

```
grid on
```



Найдем матрицу К по алгоритму

Запишем матрицу замкнутой системы

```
L = length(B);
k = sym('k',[1,L]);
F = A - B*k % найдем расширенную матрицу F
```

```
F =
```

$$\begin{pmatrix} -10 & 1 \\ -2\,k_1 - \frac{1}{50} & -2\,k_2 - 2 \end{pmatrix}$$

Найдем характеристический полином

```
syms lamda
polyF = det(lamda*eye(L)-F) % характеристический полином
```

```
polyF =
```

$$2\,k_1 + 20\,k_2 + 12\,\mathrm{lamda} + 2\,k_2\,\mathrm{lamda} + \mathrm{lamda}^2 + \frac{1001}{50}$$

```
CoefF = fliplr(coeffs(polyF,lamda)) % коэффициенты полинома
```

```
CoefF =
```

$$\left(1 \quad 2\,k_2+12 \quad 2\,k_1+20\,k_2+\frac{1001}{50}\right)$$

```
CoefF(1) = [];
```

Назначим желаемый характеристический полином

```
polyL = (lamda-p(1))*(lamda-p(2)) % желаемый полином
```

```
polyL =
```

$$\left(\mathrm{lamda}+\frac{89}{20}\right)\,\left(\mathrm{lamda}+\frac{979}{200}\right)$$

```
CoefL = fliplr(coeffs(polyL,lamda)) % коэффициенты полинома
```

```
CoefL =
```

$$\left(1 \quad \frac{1869}{200} \quad \frac{87131}{4000}\right)$$

```
CoefL(1) = [];
```

Найдем элементы матрицы K

```
K = solve(CoefF == CoefL);
K = double([K.k1 K.k2]) % матрица K
```

```
K = 1×2
   14.1564   -1.3275
```

upd1

В MATLAB есть еще одна функция для вычисления матрицы K, которая использует формулу Аккермана, но которая работает только если система имеет один вход.

```
K = acker(A,B,p) % матрица K
```

```
K = 1×2
   14.1564   -1.3275
```

Найдем коэффициенты матрицы усиления K с помощью решения матричного уравнения Сильвестра

Запишем матрицы описания эталонной модели:

```
G = [0 -CoefL(2); 1 -CoefL(1)]; H = [0 1];
```

Решим уравнение Сильвестра:

```
% M*G-A*M-B*H == 0
M = lyap(-A,G,-B*H)
```

```
M = 2×2
```

```
   -0.0265   -0.0176
   -0.2826    0.5657
```

Найдем матрицу усиления:

```
K = -H*M^-1
```

```
K = 1×2
   14.1564   -1.3275
```

Найдем полюса системы:

```
eig(A - B*K)
```

```
ans = 2×1
   -4.8950
   -4.4500
```