data / / S T Q Q S S D

2- Temos que para 2 e 3, como estão sem restrição, temos e^x como função geradora exponencial

Para 1 par temos

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \cdots \frac{x^r}{r!} + \cdots$$

$$e^{-x} = 1 - x + \frac{x^2}{2!} + \cdots + \frac{x^{2r}}{2r!} - \frac{x^{2r+1}}{(2r-1)!} + \cdots$$

$$e^x + e^{-x} = 2 + 2\frac{x^2}{2!} + 2\frac{x^{2r}}{(2r)!} + \cdots$$

$\frac{e^x + e^{-x}}{2}$ é a função geradora exponencial do 1

$$e^x - e^{-x} = 2x + \frac{2x^3}{3!} + \cdots \frac{2x^{2r+1}}{(2r+1)!} + \cdots$$

Logo $\frac{e^x - e^{-x}}{2}$ é a função geradora do 0

Multiplicando tudo temos $\frac{1}{4}(e^{4x} - 1)$

$$\frac{1}{4}(e^{4x} - 1) = \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(4x)^r}{4r!} - \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{4^r}{4} = 4^{r-1}$$

4^{r-1} é o número de sequências

3- $F(x) = 1 + 3x + 6x^2 + 10x^3 + \cdots$

$$x F(x) = x + 3x^2 + 6x^3 + 10x^4 + \cdots$$

$$(1-x) F(x) = 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \cdots$$

$x(1-x)F(x) = x + 2x^2 + 3x^3 + 4x^4 + \cdots$

$\underbrace{(1-x)-(x-x^2)}\,F(x) = x + x^2 + x^3 + x^4 + \cdots$

$(1-x)^2 F(x) = \dfrac{1}{(1-x)}$

$F(x) = \dfrac{1}{(1-x)^3}$

4- $x_0 + x_1 + x_2 = 6$

$1+1+1+1+1+1 = 6$

Agrupar em 3 categorias, $p=3$, $n=6$
Combinação com repetição

$\dfrac{(6+2)!}{6 \cdot 2!} = \dfrac{8!}{6! \cdot 2!} = 28$

5- Permutação circular retirando casos em que 1 ou mais casais estão juntos:

$23! - (22! \cdot 2) - (21! \cdot 2^2) - (20!\, 2^3) \cdots - (2! \cdot 2^{22})$
$- (1! \cdot 2^{23})$

$23! - \sum_{k=1}^{23} (23-k)!\, 2^k = 23378011271941521932288$