TP d'Optimisation

On considère la "fonction banane" de Rosenbrocks:

$$f(x_1, x_2) = (x_1 - 1)^2 + p(x_1^2 - x_2)^2 \tag{1}$$

avec $p = 10$.

La programmation des différentes fonctions sera effectuée sous matlab.

1) Ecrire deux fonctions, la première retournant la valeur de la fonction de Rosenbrocks en un point, fourni en entrée, et la seconde le gradient de cette fonction en ce même point, fourni aussi en entrée.

2) Ecrire un petit programme permettant de tracer les lignes de niveaux de cette fonction.

Dans la suite, nous allons mettre en oeuvre différents algorithmes permettant de déterminer le minimum de cette fonction.

3) <u>Algorithme du gradient à pas optimal</u>: chaque itération de cet algorithme fait appel à une recherche linéaire pour la détermination du pas optimal de descente.

3.a. Ecrire deux fonctions dont chacune fournit le pas optimal de descente. Le point ainsi que la direction de descente courants sont fournis en entrée de chacune de ces fonctions. La première fonction sera basée sur le critère de sélection d'Aramijo tandis que la seconde sera basée sur une interpolation parabolique.

3.b. Ecrire une fonction mettant en oeuvre l'algorithme du gradient à pas optimal. Parmi les paramètres en entrée à cette fonction, on en prévoira un dont la valeur permettra de choisir entre les deux fonctions de recherche linéaire écrites en 3.a. Tester cette fonction sur l'exemple considéré.

4) <u>Algorithme du gradient conjugué</u>: chaque itération de cet algorithme fait appel à une recherche linéaire pour la détermination du pas optimal de descente, comme dans le cas du gradient à pas optimal. En plus, une nouvelle direction de descente est engendrée à chaque itération. Parmi les méthodes permettant d'engendrer ces directions de descente, il y a celle de Fletcher-Reeves (méthode 1) et celle de Polack et Rivière (méthode 2) .

Ecrire une fonction mettant en oeuvre l'algorithme du gradient conjugué. Parmi les paramètres en entrée à cette fonction, on en prévoira deux paramètres: la valeur du premier permettra de choisir entre les deux fonctions de recherche linéaire écrites en 3.a. La valeur du deuxième paramètre permettra de déterminer la méthode (parmi les méthodes 1 et 2 citées ci-dessus) permettant d'engendrer la nouvelle direction de descente lors de chaque itération. Tester cette fonction sur l'exemple considéré.

5) <u>Algorithme de Davidon-Fletcher-Powell (DFP)</u>: Ecrire une fonction mettant en oeuvre cet algorithme.

6) <u>Algorithme de Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS)</u>: Ecrire une fonction mettant en oeuvre cet algorithme.