

Vitor Hugo Klein
Ra: 2577895

1. Utilizando o lema do bombeamento, prove que as seguintes linguagens não são regulares:

a. $L1 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem mais símbolos "a" do que "b" } \}$
aab, aba

$$1e2) w = a^m \cdot b^{m-1} \parallel w = a^m \cdot b^m \cdot a$$

$$3) w = x.y.z$$

$$x = a^p$$

$$y = a^q$$

$$z = a^R \cdot b^{m-1}$$

$$p \geq 0, q \geq 1, R \geq 0, p+q+R = m \text{ equivalente } p+R = m - q$$

$$I = 0$$

$$xyz \rightarrow a^p \cdot a^R \cdot b^{m-1}$$

$$p+R > m-1????$$

$$m - q > m - 1????$$

nao, pq sabemos que $q \geq 1$

b. $L2 = \{ ww \mid w \in \{a, b\}^* \}$

e, aa, bb, aaaa, bbbb, abab, baba, ...

$$a^n b^m a^n b^m \rightarrow a^{2n} b^{2m}$$

$$x = a^p$$

$$y = a^q$$

$$z = a^R \cdot b^{2m}$$

$$p \geq 0$$

$$q \geq 1$$

$$R \geq 0$$

$$p+q+R = 2n \rightarrow p+R = 2n-q$$

$$I = 0$$

$$xyz \rightarrow a^p a^q a^R b^{2m}$$

$$a^p a^R b^{2m} \rightarrow a^{p+R} b^{2m}$$

$$a^{2n-q} b^{2m}$$

$2n-q > 2n$? Não, porque $1 \geq 1$. Portanto o Lema falhou.

c. $L3 = \{ a^n b^k \mid n \geq k \}$

$n = 2, k = 1$

aab, aaab, aaaab, ...

$w = a^m \cdot b^{m-1}$

$w = x.y.z$

$x = a^p$

$y = a^q$

$z = a^R b^{m-1}$

$p \geq 0, q \geq 1, R \geq 0, p+q+R = m \rightarrow p+R = m - q$

$l = 0$

$xyz \rightarrow a^p \cdot a^q \cdot a^R \cdot b^{m-1}$

$a^p a^R b^{m-1}$

$a^{p+R} b^{m-1}$

$a^{m-q} b^{m-1}$

$p+R > m-q$?

$m - q > m-1$? ($q \geq 1$, então $m-q$ nunca será $>$ que $m-1$) Não

Portanto o lema falhou.

d. $L4 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w = w^R \}$

Exemplos de cadeias pertencentes à linguagem L4:

• aabaa

• baaabaaab

• aba

1) $w = \{ a^m b^{m+1} a^m \}$

2) ^^

3) $w = x.y.z$

$x = a^p$

$y = a^q$

$z = a^R \cdot b^{m+1} \cdot a^m$

$p \geq 0, q \geq 1, R \geq 0, p + q + R = M$

4) $X.Y^l.Z$ pertence a L4?

$l = 0$

$X \cdot Z$

$a^p \cdot a^R \cdot b^{m+1} \cdot a^m$ pertence a L4?

$p+R = m$? não

portanto não é regular

Exemplos de cadeias pertencentes à linguagem L4: • aabaa • baaabaaab

e. $L5 = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ tem a mesma quantidade de símbolos "a" e "b" } \}$

Obs: Considere o exemplo da linguagem do duplo balanceamento para a solução desta linguagem.

e, ab, abab, aabb, abba, ...
 $a^n.b^n$

$x = a^p$
 $y = a^q$
 $z = a^k . b^n$
 $p+q \leq n$
 $q \geq 1$
 $k \geq 0$
 $p+q+k = n$
 $p+k = n - q$
 $l = 0$
 $xyz \rightarrow a^p a^q a^k b^n$
 $a^p a^k b^n$
 $a^{p+k} b^n$
 $a^{n-q} b^n$
sim, se $n-q = n$.
Mas como $q \geq 1$, conclui-se que $n-q < n$
Portanto, o lema falhou

f. $L2 = \{ a^n b^k a^j \mid j = n + k \}$

abaa, aabaaa, aabbaaaa
 $n+j = 2n+k$
 $a^n b^k a^j \rightarrow a^{2n+k} b^k$
 $x = a^p$
 $y = a^q$
 $z = a^R b^k$
 $p+q+R = 2n+k$
 $p \geq 0$
 $q \geq 1$
 $R \geq 0$
 $k \geq 0$
 $l = 0$
 $xyz \rightarrow a^p a^q a^R b^k$
 $a^p a^R b^k$
 $a^{p+R} b^k \rightarrow a^{2n+k-q} a^k$
 $2n+k-q = j$? Não, portanto o lema falhou.