SEGUNDA PROVA DE TEORIA DA PROBABILIDADE 1 (CE304)

Prof. Benito Olivares Aguilera

2024/1s

UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARANÁ

SETOR DE CIÊNCIAS EXATAS

DEPTO. DE ESTATÍSTICA

1. **(65 pts.)** Uma variável aleatória X tem sua distribuição representada pela seguinte função:

$$g(x) = \begin{cases} 0, & \text{se } x < -\frac{3}{2}; \\ a, & \text{se } -\frac{3}{2} \leq x < 0; \\ 2a, & \text{se } 0 \leq x < 1; \\ a + \frac{1}{3}, & \text{se } 1 \leq x < \frac{3}{2}; \\ b, & \text{se } x \geq \frac{3}{2}. \end{cases}$$

   sendo a e b constantes reais. Nos seguintes dois casos (independentes entre si), responda os itens de a) até e):

   CASO I: Se $b = 1$ e $P(X = b) = 0$.
   CASO II: Se $b \neq 1$.

   (a) Obtenha o valor de a.
   (b) Determine a Função de Distribuição de X.
   (c) Calcule $P\left(X > -\frac{1}{2} \mid X \leq \frac{1}{2}\right)$.
   (d) Qual o valor de b tal que $P(X > b) = P(X < b)$? Comprove utilizando a FD.
   (e) Encontre o valor médio de X.

2. **(35 pts.)** Uma variável aleatória X tem Função Geradora de Momentos dada por:

$$M_X(t) = e^{\alpha t + \frac{\beta^2 t^2}{2}}, \quad \text{para } t \in \mathbb{R}, \alpha \in \mathbb{R} \text{ e } \beta > 0.$$

   (a) Encontrar a média e variância de X.
   (b) Prove que $Y = \frac{X-\alpha}{\beta}$ é uma variável aleatória de média zero e variância um utilizando:
      i. A FGM
      ii. As propriedades de esperança e variância
   (c) O que pode ser dito sobre a probabilidade $P(|X - \alpha| \geq 2\beta)$?