

PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE GOIÁS
ESCOLA DE CIÊNCIAS EXATAS E DA COMPUTAÇÃO



VITOR DE ALMEIDA SILVA

Matricula: 2016.1.0033.0549-7

LISTA DE EXCÍCIOS N2 BAYES

TALLES MARCELO G DE A BARBOSA

GOIÂNIA,

2019

//EXERCÍCIOS DE BAYES

DADOS DO ALUNO E DO CONTEÚDO:

Aluno: Vitor de Almeida Silva

Matrícula: 2016.1.0033.05497

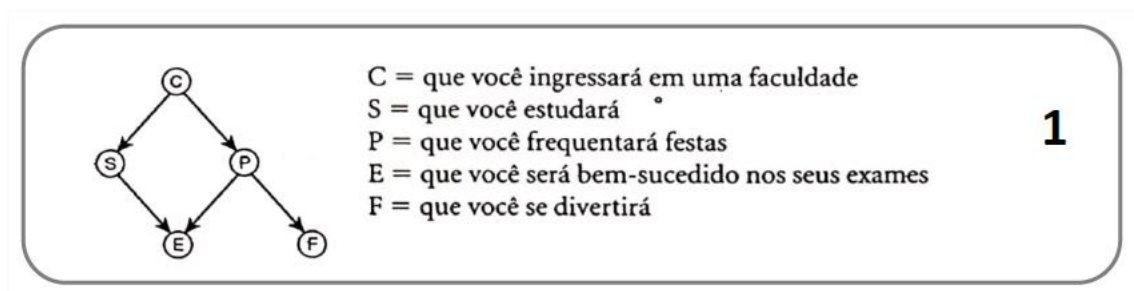
Conteúdo: Bayes

//EXERCÍCIOS SLIDE RBV2 BAYES obs: todos os códigos estão na pasta

Exercício 1 bayes

Exercício 1 (slide 34): Utilizando a ferramenta Microsoft MSBNx ou a ferramenta Java Bayes, modelar e executar pelo menos cinco inferências para o modelo da Figura 1:

Figura 1: Rede Bayesiana



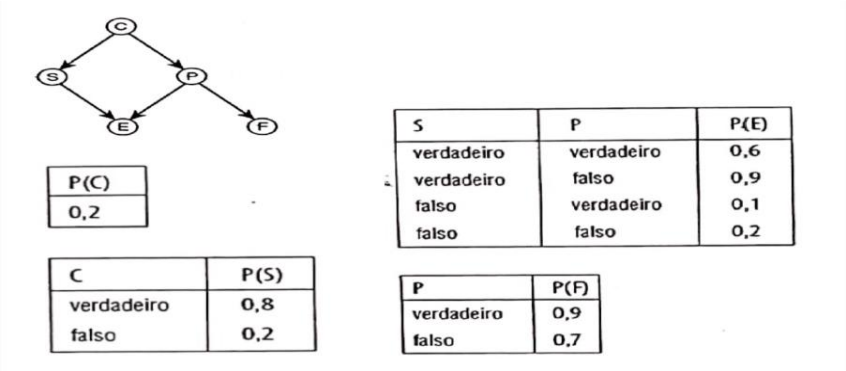
Fonte: retirado do livro texto

Resolução:

O modelo apresentado na questão é uma rede bayesiana. Isto consiste de um grafo orientado acíclico, onde as arestas representam as dependências entre os nós e os vértices as hipóteses ou evidências. Cada nó tem associado a si um valor de probabilidade combinada, de modo que aqueles independentes de outros nós, como é o caso do nó C no exercício, recebem probabilidades a priori ($p(c)$), já nós dependentes de outros como o E recebem probabilidades a posteriori ($P(E|S \wedge P)$).

Os dados de probabilidade do modelo são mostrados na Figura 2.

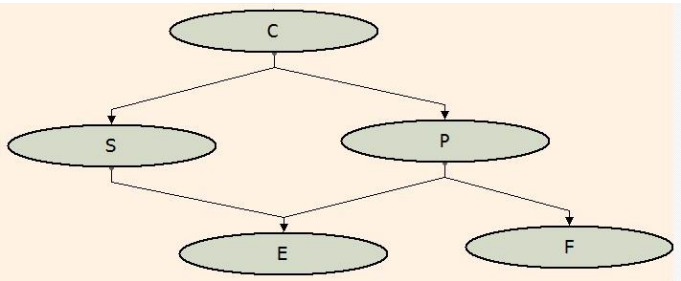
Figura 2: Dados do exercício



Fonte: retirado do livro texto

Foi utilizado a ferramenta **Microsoft MSBNx** Para construir o modelo. Desse modo, ele ficou com a topologia ilustrada na Figura 3.

Figura 3: Modelo bayes exe 1

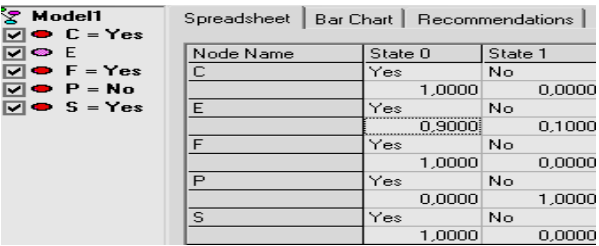


Fonte: Autor

Dado o modelo se torna possível a realização das inferências, foram definidas 5 inferências, são elas:

- 1) $P(E | F \wedge \sim P \wedge S \wedge C)$: Figura 4, mostra o resultado.

Figura 4: $P(E | F \wedge \sim P \wedge S \wedge C)$



Fonte: Autor

Essa é a probabilidade de “você ser bem-sucedido nos exames, fazendo todo o resto, porém, sem ir a festas “.

- 2) $P(F | E \wedge \sim P \wedge S \wedge C)$: Probabilidade de você se divertir dado que você tenha feito todo o resto menos ir as festas, Figura 5.

Figura 5: $P(F | E \wedge \sim P \wedge S \wedge C)$

<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="radio"/> C = Yes	
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="radio"/> E = Yes	
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="radio"/> F	
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="radio"/> P = No	
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="radio"/> S = Yes	

Node Name	State 0	State 1
C	Yes	No
	1,0000	0,0000
E	Yes	No
	1,0000	0,0000
F	Yes	No
	0,7000	0,3000
P	Yes	No
	0,0000	1,0000
S	Yes	No
	1,0000	0,0000

Fonte: Autor

- 3) $P(P | E \wedge \sim F \wedge S \wedge C)$: Probabilidade de você irá nas festas dado que você tenha feito todo o resto menos se divertir, Figura 6.

Figura 6: $P(P | E \wedge \sim F \wedge S \wedge C)$






<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="radio"/> C = Yes	
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="radio"/> E = Yes	
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="radio"/> F = No	
<input checked="" type="checkbox"/> <input type="radio"/> P	
<input checked="" type="checkbox"/> <input checked="" type="radio"/> S = Yes	

Node Name	State 0	State 1
C	Yes	No
	1,0000	0,0000
E	Yes	No
	1,0000	0,0000
F	Yes	No
	0,0000	1,0000
P	Yes	No
	0,4706	0,5294
S	Yes	No
	1,0000	0,0000

Fonte: Autor

- 4) $P(S | E \wedge F \wedge P \wedge C)$: Probabilidade de você irá estudar dado que você tenha feito todo o resto, Figura 7.






Figura 7: $P(S | E \wedge F \wedge P \wedge C)$

<input checked="" type="checkbox"/>  C = Yes	Node Name	State 0	State 1
<input checked="" type="checkbox"/>  E = Yes	C	Yes	No
<input checked="" type="checkbox"/>  F = Yes		1,0000	0,0000
<input checked="" type="checkbox"/>  P = Yes	E	Yes	No
<input checked="" type="checkbox"/>  S		1,0000	0,0000
	F	Yes	No
		1,0000	0,0000
	P	Yes	No
		1,0000	0,0000
	S	Yes	No
		0,9600	0,0400

Fonte: Autor

- 5) $P(C | \sim S \wedge E \wedge \sim F \wedge \sim P \wedge C)$: Probabilidade de você irá para a faculdade dado que você não fará todo o resto exceto sair bem nos exames, Figura 9.

Figura 9: $P(S | E \wedge F \wedge P \wedge C)$

<input checked="" type="checkbox"/>  C	Node Name	State 0	State 1
<input checked="" type="checkbox"/>  E = Yes	C	Yes	No
<input checked="" type="checkbox"/>  F = No		0,0154	0,9846
<input checked="" type="checkbox"/>  P = No	E	Yes	No
<input checked="" type="checkbox"/>  S = No		1,0000	0,0000
	F	Yes	No
		0,0000	1,0000
	P	Yes	No
		0,0000	1,0000
	S	Yes	No
		0,0000	1,0000

Fonte: Autor

EXERCÍCIOS SLIDE 54:

12.1 Explique o que é entendido por probabilidade condicionada de evento.

Resposta:

É a probabilidade que um dado evento ocorra dado que outro evento ocorreu ou não. Este modelo de probabilidade é expresso na forma da Formula (1):

$$P(B|A) \quad (1)$$

Se lê “a probabilidade de B dado A”. Pode ser interpretada como, a probabilidade de B ser verdade dado que A também seja.

12.2 “O teorema de Bayes usa uma probabilidade condicionada e duas probabilidades a priori para calcular apenas uma probabilidade condicionada. Isso não parece muito útil.” Discuta esse comentário.

O teorema de Bayes segue a Formula (2):

$$P(B|A) = (P(A|B) * P(B)) / P(A) \quad (2)$$

De início pode parecer um tipo de raciocínio redundante, porém, essa análise da probabilidade condicionada dado por bayes, garante algumas vantagens. Uma das vantagens são as propriedades como do produtor. Outra delas é a abertura a manipulações da equação como por exemplo a Normalização, onde ao final pode se calcular $P(B|A)$ sem calcular $P(A)$.

12.4 Explique como o teorema de Bayes pode ser usado para desenvolver sistemas de aprendizagem.

Para além das redes Bayesianas que se baseiam em grafos e na probabilidade condicionada entre as dependências dos nós, existe o classificador de Bayes. Por meio destes é possível criar modelos de aprendizagens simples.

Um destes é o classificador ótimo de bayes, mostrado na Figura 3, que é considerado o melhor sistema de classificação possível, porém, é muito complexo.

Figura 3: Classificador Ótimo de Bayes

$$P(c_j|x_1 \dots x_n) = \sum_{i=1}^m P(c_j|h_i) \cdot P(h_i|x_1 \dots x_n)$$

Fonte: retirado do livro texto

Em resposta a esse modelo, existe o modelo de **classificação ingênuo de Bayes**. Este modelo é simples e efetivo, utiliza de conjuntos de dados e classifica-os em uma única categoria, ele escolhe a maior probabilidade a posteriori como a correta. A Formula deste modelo é mostrado na Figura 4.

Figura 4: Classificador ingênuo de bayes

$$P(c_i) \cdot \prod_{j=1}^n P(d_j|c_i)$$

Fonte: Livro texto

Com esse modelo é possível classificar conjunto de dados separando-os em categorias. Também por meio da probabilidade é possível associar a cada categoria novos conjuntos de elementos que não existiam anteriormente tendo em vista o comportamento das classificações atuais. Melhorando este processo com a estimativa-m mostrada na Figura 5.

Figura 5: estimativa -m

$$\frac{a + mp}{b + m}$$

Fonte: livro texto

Está consegue retornar uma probabilidade para algum conjunto de modo levando em consideração o tamanho do conjunto usado, ele reduz os erros ao se introduzir nos dados algum conjunto que provoca uma indecisão, ou que não se tem dados os suficientes para classificá-los. Desse modo o teorema pode

Bayes pode ser usado para desenvolver sistemas de aprendizado, notando o comportamento de uma data set, e utilizando uma regra de classificação para separar os dados em suas devidas categorias.

12.5 Explique como o classificador ótimo de Bayes e o classificador ingênuo de Bayes funcionam.

- **Classificador ótimo de Bayes:** baseia-se na classificação de hipóteses. A probabilidade de um novo item y , seja classificado por c_j é definido como na Figura 3. Nesse modelo ele examina através do somatório todas as hipóteses disponíveis e suas condições $P(H_j | x_1 \dots x_n)$. A classificação ótima para y é a classificação C_i de valor máximo. Esse método é considerado o ideal porém não é de fácil uso devido sua complexidade.
- **Classificador ingênuo de Bayes:** Neste, cada fragmento de dados a ser classificado consiste em um conjunto de atributos, cada um dos quais podendo assumir diversos valores. Aqui a classificação correta que assumida, é a classificação cujo a probabilidade a posteriori seja a maior. Por conta do modelo conter um conjunto independente de C_i este pode ser omitido na equação, de modo ficar como na Figura 4. O classificador ingênuo retorna a probabilidade de um determinado conjunto depender a uma categoria.

Ambos os classificadores se baseiam em conjuntos de dados a serem separados em categorias, eles ainda podem fazer uso da estimativa-m mostrada na Figura 5, para otimizar a adesão de um novo valor em uma categoria. A vantagem do ingênuo de Bayes é a questão da simplicidade e eficácia, que o torna mais viável de se usar.

12.6 Explique por que filtragem colaborativa é uma técnica tão útil. Quanto bem-sucedida você acha que ela pode ser? o que poderia limitar sua eficácia?

Filtragem colaborativa estuda a probabilidade de, por exemplo, dois indivíduos A e B, gostando dos produtos x, y e z , dado que B gosta do produto T, é plausível supor que A goste também do produto T, já que A e B tendem a

ter as mesmas preferências. Isso é muito usado em empresas de vendas online como a amazon.

Essa abordagem é útil pois pode, como no exemplo, recomendar itens para clientes, ou descobrir tendências de gostos de pessoas, poderia por exemplo servir de teste para o lançamento de um novo produto ou mesmo uma música. No campo da pesquisa, ele poderia prever comportamentos de indivíduos dado um novo caso de uso e uma tendência comportamental nos anteriores. dessa forma ela poderia ser bem-sucedida em vários casos.

Um limitante a sua eficácia poderia ser o caso de receber alguma informação falsa, por exemplo, se a pessoa A compra um presente para uma pessoa B, porém a pessoa A não necessariamente gosta do produto, logo recomendar produtos similares assumindo que A gostaria seria um erro.

//exercícios da seção 12.13

12.1: Implemente uma rede baysiana de crença para representar uma área de seu interesse (por exemplo, você poderia utilizá-la para diagnosticar condições médicas a partir de sintomas ou identificar uma banda a partir da descrição do estilo musical dela).

A área escolhida foi a de animes. O objetivo da rede é identificar qual a probabilidade de um determinado anime ser shonen (jovem/luta) mediante algumas descrições.

A: tem muitas cenas de luta

B: Os personagens tem poderes

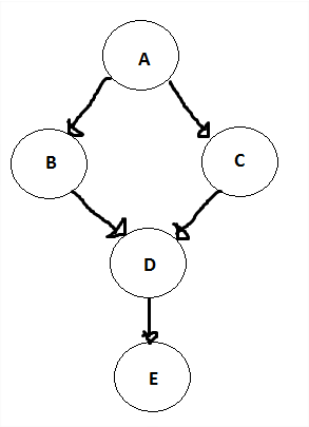
C: Tem frases motivadores de poder da amizade

D: Personagens tem poderes ocultos (demoníacos, fúria, surgi da raiva)

E: O anime é shonen

A topologia da rede é mostrada na Figura a.

Figura a: topologia exercício 12.1



Fonte: autoral

$P(A) = 0,5$

A	P(B)
verdadeiro	0.8
Falso	0.2

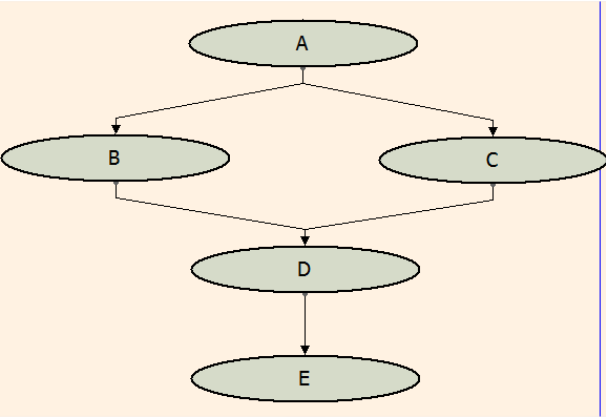
B	C	P(D)
verdadeiro	verdadeiro	0.8
Verdadeiro	Falso	0.5
Falso	verdadeiro	0.2
Falso	Falso	0.1

D	P(E)
Verdadeiro	0.9
Falso	0.1

A	P(C)
verdadeiro	0.7
Falso	0.3

A topologia da rede criada no software é mostrada na Figura b.

Figura b: topologia da rede exer12.1



Fonte: Autoral

Para teste será realizado 1 inferência na rede, que é a seguinte:

$P(E \mid A \wedge B \wedge \sim C \wedge \sim D)$: O anime é shonen dado que tem cenas de luta e os personagens tem poderes e não tem frases de amizade nem personagens com poderes ocultos.

☒ ● A = Yes

☒ ● B = Yes

☒ ● C = No

☒ ● D = No

☒ ● E

Node Name	State 0	State 1
A	Yes	No
	1,0000	0,0000
B	Yes	No
	1,0000	0,0000
C	Yes	No
	0,0000	1,0000
D	Yes	No
	0,0000	1,0000
E	Yes	No
	0,1000	0,9000

$P(E \mid A \wedge \sim B \wedge C \wedge D)$: O anime é shonen dado que tem cenas de luta e os personagens não tem poderes e tem frases de amizade e personagens com poderes ocultos.

☒ ● A = Yes

☒ ● B = No

☒ ● C = Yes

☒ ● D = Yes

☒ ● E

Node Name	State 0	State 1
A	Yes	No
	1,0000	0,0000
B	Yes	No
	0,0000	1,0000
C	Yes	No
	1,0000	0,0000
D	Yes	No
	1,0000	0,0000
E	Yes	No
	0,9000	0,1000

12.1.1 implementar o exemplo do livro sobre rede bayesiana para alarme residencial, página 602 pdf, utilizando a ferramenta Microsoft MSBNx.

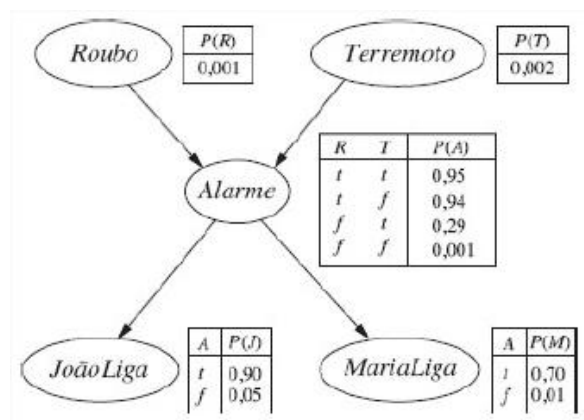
Resposta:

O exemplo considerado consiste de um alarme de alta precisão contra assaltantes, instalado em uma residência. Também são agregados alguns personagens ao exemplo, sendo eles:

- João: Que prometeu chamar o dono do alarme no trabalho assim que ouvir o toque do alarme;
- Maria: Que se dispôs a fazer o mesmo que João, mas porém, por ouvir musica muito alta por vezes não ouve o alarme;

O alarme também responde a pequenos terremotos. Dessa forma, dada a inferência de quem telefonou ou não telefonou, tem-se como objetivo estimar a probabilidade de um roubo. A topologia da rede é mostrada na Figura c.

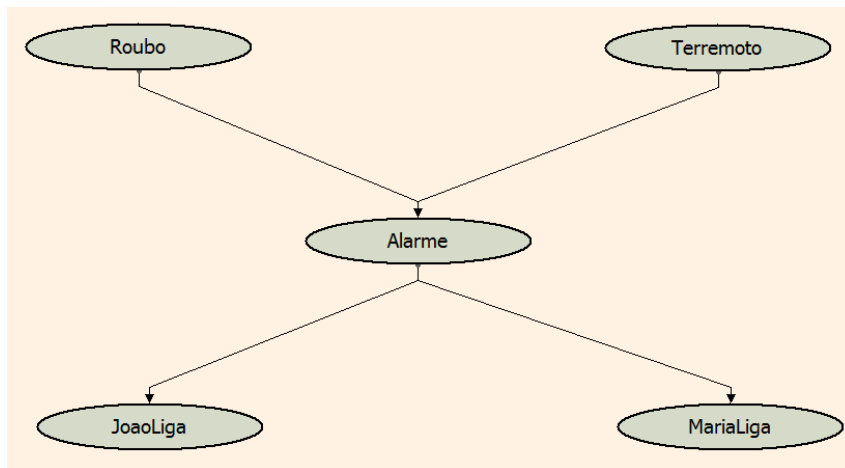
Figura c: topologia da rede bayesiana exemplo do alarme



Fonte: (RUSSELL,2014)

Deste modo, foi replicada a topologia utilizando a ferramenta indicada. O resultado é mostrado na Figura d.

Figura d: Topologia alarme Microsoft MSBNx



Fonte: Autoral

Para testar a rede foi realizado duas inferências diferentes, são as seguintes:

- 1) qual a probabilidade de João ligar, dado que o alarme tocou, que ouve o terremoto e que não ouve o roubo e maria não ligou.

☒ ● Alarme = Yes

☒ ● JoaoLiga

☒ ● MariaLiga = No

☒ ● Roubo = No

☒ ● Terremoto = Yes

Node Name	State 0	State 1
Alarme	Yes	No
	1,0000	0,0000
JoaoLiga	Yes	No
	0,9000	0,1000
MariaLiga	Yes	No
	0,0000	1,0000
Roubo	Yes	No
	0,0000	1,0000
Terremoto	Yes	No
	1,0000	0,0000

- 2) qual a probabilidade de ter auido o roubo, dado que o alarme tocou, que não ouve o terremoto e maria nem João ligaram.

☒ ● Alarme = Yes

☒ ● JoaoLiga = No

☒ ● MariaLiga = No

☒ ● Roubo

☒ ● Terremoto = No

Node Name	State 0	State 1
Alarme	Yes	No
	1,0000	0,0000
JoaoLiga	Yes	No
	0,0000	1,0000
MariaLiga	Yes	No
	0,0000	1,0000
Roubo	Yes	No
	0,4848	0,5152
Terremoto	Yes	No
	0,0000	1,0000

12.2: /////fazer

12.3: Use os seguintes fatos para calcular valores normalizados para $P(B|A)$ e $P(\sim B|A)$:

$$P(A)=0,0025;$$

$$P(B)= 0,015;$$

$$P(A|B)= 0,6;$$

$$P(A|\sim B)=0,25;$$

$$P(B|A) = P(B \wedge A) / P(A)$$

$$P(B|A)= P(A|B) * P(B) / P(A)$$

Handwritten calculations for normalized probabilities:

$$P(B|A) = \frac{P(A|B) \cdot P(B)}{P(A|B) \cdot P(B) + P(A|\sim B) \cdot P(\sim B)} = \frac{0,6 \cdot 0,015}{0,6 \cdot 0,015 + 0,25 \cdot 0,985} = 0,03525$$
$$P(\sim B|A) = \frac{P(A|\sim B) \cdot P(\sim B)}{P(A|\sim B) \cdot P(\sim B) + P(A|B) \cdot P(B)} = \frac{0,25 \cdot 0,985}{0,25 \cdot 0,985 + 0,6 \cdot 0,015} = 0,96474$$
$$P(B|A) + P(\sim B|A) = 1 \Rightarrow 0,03525 + 0,96474 = 1 \Rightarrow 0,9999 \approx 1 \Rightarrow 1 = 1$$