UNIVERSIDADE ESTADUAL DE MARINGÁ
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE INFORMÁTICA

CIÊNCIA DA COMPUTAÇÃO

Matemática Computacional(6900)

TRABALHO No.1

Data:

Professor: Airton Marco Polidorio

Discentes

R.A.	**Nome**
106769	Vítor Rodrigues Gôngora
119188	Pedro Lucas Keizo Honda
120116	Vitor Fernandes Gonçalves da Cruz

Introdução

A triangulação de sinal é uma técnica utilizada para determinar a posição exata de um dispositivo, como um telefone celular ou um GPS, utilizando informações de várias fontes, como torres de transmissão de sinal, satélites, etc. Esta técnica é amplamente utilizada em aplicações como navegação, localização e monitoramento de atividades.

Veremos como que com os dados dos sinais transmitidos podem ser capturados e utilizados para calcular a posição de um dispositivo. Vamos discutir também a importância da precisão e confiabilidade na triangulação de sinal e como as diferentes fontes de erro podem afetar seu desempenho.

Objetivo

O presente trabalho tem como objetivo analisar a presença de erros no modelo e nos dados no cálculo da estimativa da localização do emissor a partir de vários receptores.

Fundamentação Teórica Matemática

Utilizando os dados do Receptor, sua posição, distância radial do Emissor e Posição do Emissor conseguimos formular uma maneira de se conseguir calcular a localização do emissor do sinal.

Receptor	Posição	Distância Radial do Emissor	Posição do Emissor
1	(x1,y1)	r1	(x,y)
2	(x2,y2)	r2	(x,y)
3	(x3,y3)	r3	(x,y)
4	(x4,y4)	r4	(x,y)
5	(x5,y5)	r5	(x,y)

Onde conhecemos a Posição do Receptor (x_n, y_n) e podemos calcular a Distância Radial do Emissor ($r_k = d_k$) e queremos encontrar a posição do Emissor (x, y).

$$d_k = 10^{\frac{\rho_o^k - \rho^k}{10L^k}}$$

ρ_o^k = é a potência de referência do k-ésimo receptor medido a 1 metro de distância da fonte de sinal.

L^k = Fator de atenuação para o receptor k

ρ^k = Força do sinal (dBm) que o receptor k está recebendo o sinal emitido pelo emissor.

d^k = Estimativa de distância radial que uma fonte emissora está do receptor k (em metros) em função da força do sinal ρ^k que ele recebe

Utilizando a equação geral da circunferência temos:

$(x - xc)^2 + (y - yc)^2 = r^2$
$x^2 - 2xxc + xc^2 + y^2 - 2yyc + yc^2 = r^2$
$x^2 + y^2 - 2xxc - 2yyc = r^2 - xc^2 - yc^2$

Como temos 5 receptores, possuímos então um sistema de equações.

$x^2 + y^2 - 2xx1 - 2yy1 = r1^2 - x1^2 - y1^2$
$x^2 + y^2 - 2xx2 - 2yy2 = r2^2 - x2^2 - y2^2$
$x^2 + y^2 - 2xx3 - 2yy3 = r3^2 - x3^2 - y3^2$
$x^2 + y^2 - 2xx4 - 2yy4 = r4^2 - x4^2 - y4^2$
$x^2 + y^2 - 2xx5 - 2yy5 = r5^2 - x5^2 - y5^2$

Precisamos então fazer a linearização do sistema escolhendo uma equação n para realizar a subtração dela com as demais equações.

substituindo: $rk^2 - xk^2 - yk^2 = wk$

(eq1 - eq5):
$\ x^2 + y^2 - 2xx1 - 2yy1 = w1$
$- x^2 + y^2 - 2xx5 - 2yy5 = wn$
$\ 0 + 0 + 2x(x5 - x1) + 2y(y5 - y1) = w1 - w5$

Após realizar a linearização do sistema com as demais equações temos então:

$$A = \begin{bmatrix} 2(x5 - x1) & 2(y5 - y1) \\ 2(x5 - x2) & 2(y5 - y2) \\ 2(x5 - x3) & 2(y5 - y3) \\ 2(x5 - x4) & 2(y5 - y4) \end{bmatrix}_{4x2} \quad B = \begin{bmatrix} w1-wn \\ w2-wn \\ w3-wn \\ w4-wn \end{bmatrix}_{4x1} \quad S = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{2x1}$$

$$A_{4x2} \cdot S_{2x1} = B_{4x1}$$

Como queremos a matriz S (solução) utilizamos então o método dos mínimos quadrados (sistema redundante) para normalizar o sistema:

$(A^t_{2x4} \cdot A_{4x2})_{2x2} \cdot S_{2x1} = A^t_{2x4} \cdot B_{4x1}$
$(A^t \cdot A)^{-1} \cdot (A^t \cdot A) \cdot S = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t \cdot B$
Matriz Identidade $\cdot S = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t \cdot B$

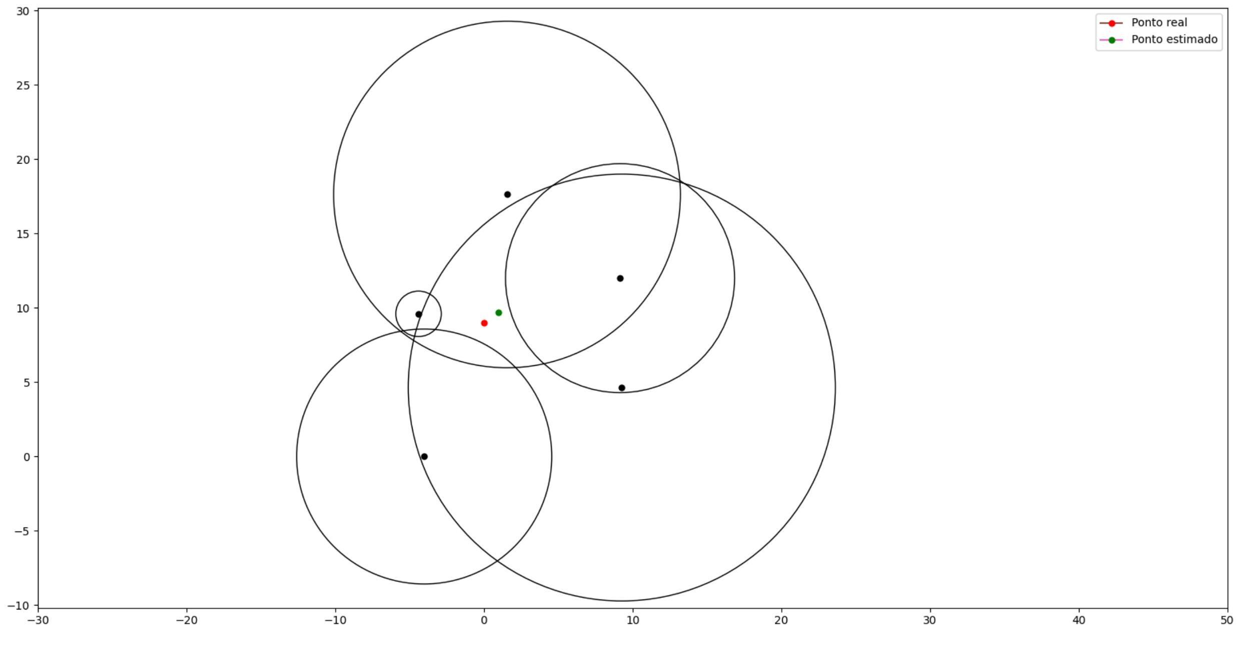
$\mathbf{S = (A^t \cdot A)^{-1} \cdot A^t \cdot B}$

Resultados obtidos

1. **Primeiro caso**
   Posição real do emissor é (x,y,z)=(0.00,9.00,1.24)

Receptor K	Coordenadas (metros)	p0K (Receptor)	Lk (Receptor)	pK (Receptor)	dk (Distância Radial)
1	(1.55,17.63)	-26.0	2.1	-48.4	11.65
2	(-4.02,0)	-33.8	1.8	-50.6	8.57
3	(-4.40,9.60)	-29.8	1.3	-32.2	1.53
4	(9.27,4.64)	-31.2	1.4	- 47.4	14.35
5	(9.15,12)	-33.0	1.5	-46.3	7.70

Posição estimada : (0.99252613 , 9.71044952)
Acurácia : 1.2205927449427434
Visualização gráfica:

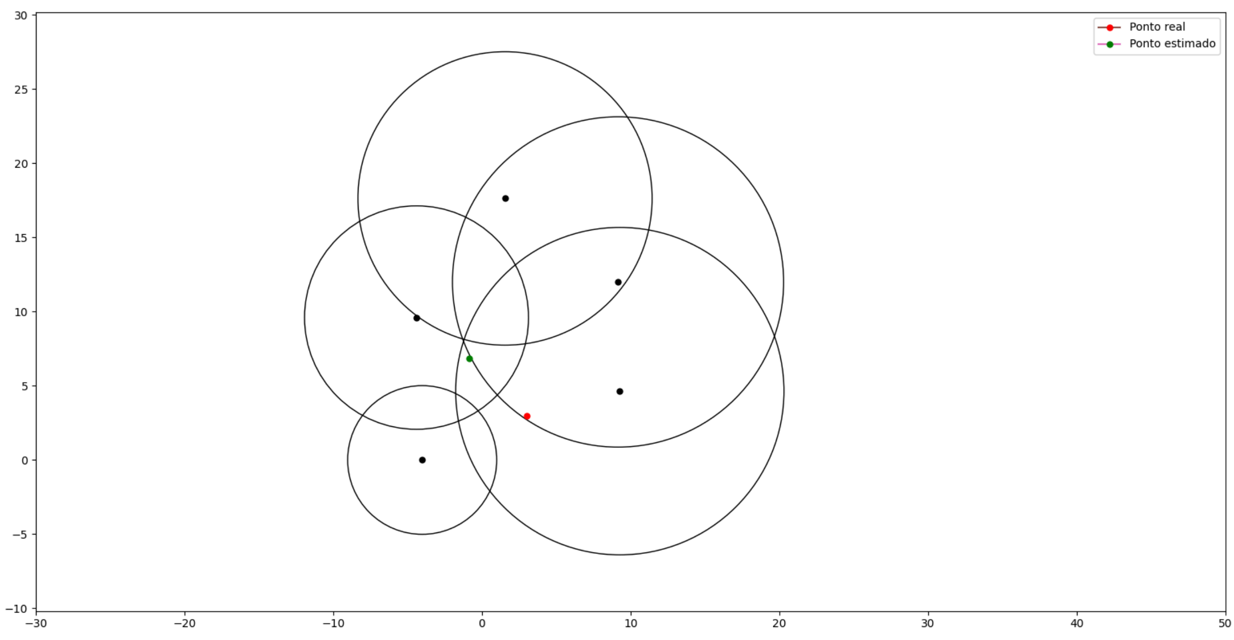


2. Segundo caso

Posição real do emissor é (x,y,z)= (3.00,3.00,1.24)

Receptor K	Coordenadas (metros)	p0K (Receptor)	Lk (Receptor)	pK (Receptor)	dk (Distância Radial)
1	(1.55,17.63)	-26.0	2.1	-46.9	9.89
2	(-4.02,0)	-33.8	1.8	-46.4	5.01
3	(-4.40,9.60)	-29.8	1.3	-41.2	7.53
4	(9.27,4.64)	-31.2	1.4	- 45.8	11.03
5	(9.15,12)	-33.0	1.5	-48.7	11.13

Posição estimada : (-0.87386104 , 6.84236916)
Acurácia : 5.456244143319051
Visualização gráfica:



Obs: A equação escolhida na linearização do sistema foi a última equação (5), assim, diferentes escolhas produzem diferentes respostas.

Conclusão

Analisando os resultados obtidos nota-se uma menor precisão no caso 2. Erros nos valores estimados podem ser explicados principalmente por erro nos dados. O erro de arredondamento também existe mas é inexpressivo nessa situação.

Os erros nos dados podem ser explicados por interferências causadas por outras fontes de sinais, edificações, poeira, temperatura do ar, erro de calibração do instrumento de medida, baixa precisão da trena utilizada para medir as distâncias e outros fatores decorrentes do ambiente onde o experimento foi realizado. Os erros no modelo são pequenos, pois sabe-se que apesar de não considerar todas variáveis que influenciam o resultado ele é confiável. Sendo assim, conclui-se que atingiu-se o objetivo do experimento de mostrar a presença de erros no modelo e nos dados.