Física Geral

21048

Tema 1, parte 5/7

Orientações de resposta aos exercícios propostos

Livro de texto (Halliday), capítulo 7

Capítulo 7

Problema 5

Esta questão pode parecer complicada de início, mas basta equacioná-la para a tornar simples de resolver. Transformemos pois as situações inicial e final descritas no enunciado em quantidades físicas. Indicaremos o pai pelo índice maiúsculo "*P*" e o filho por "*F*". (Note-se também que o livro usa K para energia cinética – um anglicanismo.)

$$\begin{cases} E_{ci}^P = \frac{1}{2} E_{ci}^F \\ E_{cf}^P = E_{cf}^F \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} m_P v_{Pi}^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} m_F v_{Fi}^2\right) \\ \frac{1}{2} m_P v_{Pf}^2 = \frac{1}{2} m_F v_{Ff}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} m_P v_{Pi}^2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_P \cdot v_{Fi}^2\right) \\ \frac{1}{2} m_P (v_{Pi} + 1{,}0)^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} m_P \cdot v_{Fi}^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} v_{Pi}^2 = \frac{1}{4} v_{Fi}^2 \\ (v_{Pi} + 1{,}0)^2 = \frac{1}{2} v_{Fi}^2 \end{cases}$$

(Unidades SI.) Desenvolvendo o caso notável e resolvendo o sistema temos

$$\begin{cases} v_{Pi}^2 = \frac{1}{4} v_{Fi}^2 \\ v_{Pi}^2 + 2v_{Pi} + 1{,}0 = \frac{1}{2} v_{Fi}^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \cdot v_{Pi}^2 = -2 \cdot \frac{1}{4} v_{Fi}^2 \\ --- \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} --- \\ -v_{Pi}^2 + 2v_{Pi} + 1{,}0 = 0 \end{cases}$$

Onde multiplicámos a equação de cima por -2 e somámo-la à de baixo. Aplicando agora a fórmula resolvente $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ vem

$$\begin{cases} --- \\ v_{Pi} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 1{,}0}}{2} = \left(1 \pm \sqrt{2}\right) \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \end{cases}$$

A solução com sinal negativo é não-física[1] e temos por fim, isolando v_{Fi} da equação de cima,

[1] Tecnicamente corresponde a uma ambiguidade na escolha do sentido do aumento da rapidez do pai.

$$\begin{cases} v_{Fi} = \pm\sqrt{4v_{Pi}^2} = +2v_{Pi} = 4{,}828\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left(4{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \\ v_{Pi} = 2{,}414\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} \quad \left(2{,}4\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right) \end{cases}$$

Novamente a solução negativa para v_{Fi} é não-física. Note-se que o resultado final não depende das massas do pai e filho.

Problema 7

Se aqui tentássemos usar $W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$ teríamos um problema porque não sabemos nem a direção da força nem o módulo do deslocamento. A única maneira é então usar um dos teoremas de trabalho-energia, nomeadamente $W_{tot} = \Delta E_c$. Vem então

$$W_F = \Delta E_c = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 \Leftrightarrow W_F = \frac{1}{2} \cdot (2{,}0\ \text{kg}) \cdot \left[\left(6{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - \left(4{,}0\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2\right] = 20\ \text{J}$$

Assumimos aqui que a força indicada era a única a agir no corpo. Necessário, dado que de outra forma não podíamos resolver a questão. Note-se que a direção/sentido das velocidades não entrou no cálculo.

Problema 13

O trabalho total é a soma dos trabalhos individuais de cada força, os quais podem ser calculados da definição $W_F = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r}$. Assumindo esquerda como o sentido negativo dos *xx* temos que $\Delta\vec{r} = (-3{,}00\ \text{m})\ \hat{\mathbf{i}}$. Vem pois

$$W_{F_1} = \vec{F}_1 \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_1||\Delta\vec{r}|\cos\measuredangle(\vec{F}_1, \Delta\vec{r}) = (5{,}00\ \text{N}) \cdot (3{,}00\ \text{m}) \cdot (+1) = 15{,}0\ \text{J}$$

$$W_{F_2} = \vec{F}_2 \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_2||\Delta\vec{r}|\cos\measuredangle(\vec{F}_2, \Delta\vec{r}) = (9{,}00\ \text{N}) \cdot (3{,}00\ \text{m}) \cdot \cos(120º) = -13{,}5\ \text{J}$$

$$W_{F_3} = \vec{F}_3 \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_3||\Delta\vec{r}|\cos\measuredangle(\vec{F}_3, \Delta\vec{r}) = (3{,}00\ \text{N}) \cdot (3{,}00\ \text{m}) \cdot \cos(90º) = 0{,}00\ \text{J}$$

É importante perceber a proveniência de todos os sinais e quantidades acima indicadas. Em particular é de notar que no caso da força F_2 o coseno é 120º e não 60º porque o deslocamento é no sentido horizontal *negativo*, oposto à componente horizontal desta força. Seria 60º se o deslocamento e componente horizontal apontassem no mesmo sentido.

Somando os três trabalhos temos $W_{tot} = (15{,}0 - 13{,}5 + 0)\text{J} = 1{,}50\ \text{J}$. Sendo este trabalho positivo e não atuando mais nenhuma força no corpo temos, pelo teorema de trabalho-energia, $W_{tot} = \Delta E_c > 0$ logo a energia cinética do baú *aumenta* neste deslocamento.

Problema 20

Novamente basta calcular o trabalho de cada uma das forças individualmente. Notando que o deslocamento faz 30º com a força horizontal e 120º com o peso (marque o peso no desenho e verifique, se não estiver convencido) temos

$$W_{F_a} = \vec{F}_a \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_a||\Delta\vec{r}| \cos \measuredangle(\vec{F}_a, \Delta\vec{r}) = (20{,}0\ \mathrm{N}) \cdot (0{,}500\ \mathrm{m}) \cdot \cos(30{,}0º) = 8{,}66\ \mathrm{J}$$

$$W_{F_g} = \vec{F}_g \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}_g||\Delta\vec{r}| \cos \measuredangle(\vec{F}_g, \Delta\vec{r}) = \left(3{,}00\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (0{,}500\ \mathrm{m}) \cdot \cos(120º) = -7{,}35\ \mathrm{J}$$

$$W_{F_N} = 0$$

O trabalho do peso podia também ter sido calculado pelo 2º teorema de trabalho-energia, $W_C = -\Delta E_p$. Mas este teorema só será abordado no capítulo 8, pelo que adiaremos a sua aplicação até lá.

O trabalho total é então $W_{tot} = (8{,}66 - 7{,}35)\ \mathrm{J} = 1{,}31\ \mathrm{J}$. Esta é, por $W_{tot} = \Delta E_c$, a variação de energia cinética do livro, o qual termina com 1,31 J de energia a subida. Isto corresponde a uma rapidez de $v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = 0{,}935 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Problema 26

Basta aplicar a expressão que nos dá o trabalho de uma força elástica (c.f. livro de texto p.163):

$$W_{F_{elast}} = \frac{1}{2}kx^2 \Leftrightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \left(100 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}\right) \cdot (5{,}00\ \mathrm{m})^2 = 1250\ \mathrm{J}$$

Problema 47

Sobre o elevador atuam duas forças: o peso da sua massa e carga e a tensão no cabo de tração. Parte da tensão é causada pelo contrapeso, pelo que o motor só tem de produzir o que resta para fazer subir a carga. O trabalho do peso em 54 m de deslocamento é

$$W_{F_g} = \left(1200\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (54\ \mathrm{m}) \cdot (-1) = -635\ \mathrm{kJ}$$

O sinal negativo aparece porque o peso atua no sentido contrário ao deslocamento. O trabalho do contrapeso pode ser calculado de forma semelhante:

$$W_{F_{CP}} = \left(950\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}8 \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (54\ \mathrm{m}) \cdot (+1) = 503\ \mathrm{kJ}$$

O motor terá então de juntar ao trabalho do contrapeso um trabalho tal que o total seja pelo menos nulo, i.e.

$$W_{tot} = W_{F_g} + W_{F_{CP}} + W_{mot} = 0 \Leftrightarrow W_{mot} = (635 - 503)\mathrm{kJ} = 132\ \mathrm{kJ}$$

Se o motor fizer mais do que este trabalho teremos $W_{tot} > 0$ e o elevador ganhará energia cinética durante a subida i.e. *acelerará*.

Como W_{mot} tem de ser realizado em 3 mins a potência média do motor terá de ser no mínimo de

$$P_{med} = \frac{W_{mot}}{\Delta t} \Leftrightarrow P_{med} = \frac{132 \text{ kJ}}{3{,}0 \cdot 60 \text{ s}} = 733{,}3 \text{ W} \quad (730 \text{ W})$$

Esta potência é aproximadamente um cavalo-vapor (1 cv = 736 W). Um aquecedor elétrico tem normalmente potências desta ordem.