Física Geral

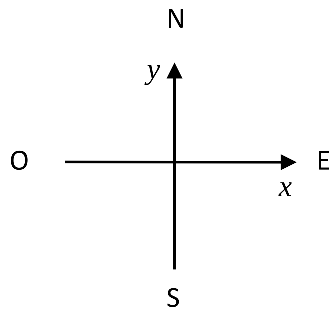
21048

Tema 1, parte 3/7

Orientações de resposta aos exercícios propostos

Livro de texto (Halliday), capítulo 4

Problema 8



Em primeiro lugar vamos definir um referencial para escrever as expressões. Na direção Este-Oeste colocamos o eixo dos *xx*, com sentido positivo para Este. Na direção Norte-Sul fica o eixo dos *yy*, sentido positivo para Norte. Ao lado temos um desenho deste referencial. Em todos os problemas semelhantes iremos assumir que é este o referencial que se está a usar.

Para a viagem inteira o deslocamento foi então de $\Delta\vec{r} = (483\text{ km})\,\hat{\mathbf{i}} + (-966\text{ km})\,\hat{\mathbf{j}}$ e o tempo total da viagem foi, em horas, de $\left(\frac{3}{4} + 1{,}5\right)\text{h} = \frac{9}{4}\text{h} = 2{,}25\text{ h}$. Como o deslocamento desenha um triângulo retângulo no plano *xy* (experimente fazer o desenho se não estiver convencido ☺), aplicando o teorema de Pitágoras temos $|\Delta\vec{r}| = \sqrt{483^2 + (-966)^2}\text{ km} = 1080\text{ km}$. Aplicando agora trigonometria elementar vemos que a direção do deslocamento faz um ângulo de $\theta = \text{arctg}\left(\frac{-966\text{ km}}{483\text{ km}}\right) = -63{,}4^{\text{o}}$ com a horizontal (semieixo +*x*).

Quanto à velocidade média, o seu módulo é de $|\vec{v}_{med}| = \left|\frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}\right| = \frac{1080\text{ km}}{2{,}25\text{ h}} = 480\text{ km/h}$ e a direção a mesma do deslocamento. Finalmente, para calcular a velocidade escalar, ou rapidez, média temos de ter o cuidado de aplicar a definição correta desta, que é $s_{med} = \frac{d_{total}}{\Delta \text{t}} = \frac{(483+966)\text{ km}}{2{,}25\text{ h}} = 644\text{ km/h}$.

O estudante deve rever com atenção este problema para compreender bem a diferença entre *velocidade* média (quantidade *vetorial*) e *rapidez* média (quantidade *escalar*).

Problema 11

Aplicando as definições de velocidade e aceleração instantâneos temos, em unidades SI,

$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\hat{\mathbf{i}} + 4t^2\hat{\mathbf{j}} + t\hat{\mathbf{k}}\right) = 8t\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}} \quad ; \quad \vec{a}(t) = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(8t\hat{\mathbf{j}} + \hat{\mathbf{k}}\right) = 8\hat{\mathbf{j}}$$

Problema 15

Precisamos de calcular o instante em que a coordenada *y* é máxima. Escrevamos as expressões para as velocidades em *x* e *y*:

$$\begin{cases} v_x = v_{0x} + a_x t \\ v_y = v_{0y} + a_y t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} v_x = \left(8{,}0\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \left(4{,}0\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot t \\ v_y = \left(12\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) - \left(2{,}0\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot t \end{cases}$$

Quando o carro atinge a posição máxima em *y* a componente da sua velocidade segundo esse eixo anula-se. Isso acontece para o instante

$$v_y = 0 \Leftrightarrow 0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \left(12\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) - \left(2{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot t \Leftrightarrow t = 6{,}0\ \mathrm{s}$$

Neste instante a velocidade segundo *x* é de

$$v_x = \left(8{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) + \left(4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(6{,}0\ \mathrm{s}) = 32\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A velocidade, em notação vetorial, é então

$$\vec{v}(y_{max}) = \left(32\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\,\hat{\mathbf{\imath}}$$

Problema 22

No instante do salto o atleta torna-se num projétil lançado à rapidez inicial de 9,5 m/s num ângulo de 45º. O ângulo assume-se ser 45º porque este é o ângulo de alcance máximo (c.f. livro de texto p.73). Num referencial *xy* com origem no local do salto e sentido positivo dos *yy* para cima uma partícula pontual desloca-se segundo um MRU no eixo dos *xx* e MRUV no eixo dos *yy*. As expressões paramétricas do movimento são então

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x} t \\ y = y_0 + v_{0y} t - \dfrac{1}{2} g t^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \left(9{,}5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cos(45^{\mathrm{o}})\,t \\ y = \left(9{,}5\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\mathrm{sen}(45^{\mathrm{o}})\ t - \dfrac{1}{2}\left(9{,}8\,\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)t^2 \end{cases}$$

O fim do salto dá-se quando *y* = 0 m. Substituindo na expressão dos *yy* e isolando *t*, vemos que tal acontece no instante

$$t = \frac{\left(9{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\mathrm{sen}(45^{\mathrm{o}})}{\frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)} = 1{,}371\ \mathrm{s}$$

Nesse instante a posição segundo *x* é, a 2 alg.sig., de

$$x(1{,}371\ \mathrm{s}) = \left(9{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cos(45^{\mathrm{o}})\cdot(1{,}371\ \mathrm{s}) = 9{,}21\ \mathrm{m}\quad (9{,}2\ \mathrm{m})$$

Este seria então o máximo possível para um atleta que salte vindo de uma rapidez inicial de 9,5 m/s. Este cálculo refere-se a uma situação ideal. Na prática há uma série de fatores, como o arrasto e o facto de o atleta não poder ser tratado como um corpo pontual, que teriam de ser considerados e que alteram o resultado.

Outra forma de resolver o problema seria aplicar diretamente a fórmula que nos dá o alcance de um projétil na ausência de arrasto, $R = \frac{v_0^2}{g}\,\mathrm{sen}(2\theta_0)$ (c.f. livro de texto p.73).

Problema 24

Sendo a bola pequena podemos tratá-la como pontual e temos um movimento de projétil. Num referencial *xy* de direções e sentidos iguais às do problema anterior e com origem no local onde a bola salta, temos

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = v_{0x}t \\ y = -\frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)t^2 \end{cases}$$

A bola chega ao chão quando $y = -1{,}2$ m. Substituindo esse valor na expressão dos *yy* vem

$$t_{\text{queda}} = \sqrt{\frac{-1{,}20\ \mathrm{m}}{-\frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)}} = 0{,}4949\ \mathrm{s} \quad (0{,}495\ \mathrm{s})$$

Do enunciado sabemos que ao fim deste tempo a bola terá percorrido uma distância de 1,52 m. Substituindo na expressão dos *xx* vemos que isso corresponde a uma velocidade inicial segundo *x* de

$$x = v_{0x}t \Leftrightarrow v_{0x} = \frac{1{,}52\ \mathrm{m}}{0{,}4949\ \mathrm{s}} = 3{,}071\ \mathrm{m/s}$$

Esta componente da velocidade mantém-se constante porque a bola não é acelerada segundo *x*. Segundo *y* temos

$$v_y = v_{0y} - gt \Leftrightarrow v_y^{\text{queda}} = 0 - \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(0{,}4949\ \mathrm{s}) = -4{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

No instante de embate a velocidade é então

$$\vec{v}_{\text{queda}} = \left(3{,}07\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\vec{\mathbf{i}} + \left(-4{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\vec{\mathbf{j}}$$

Se quiséssemos também a rapidez no embate teríamos

$$s_{\text{queda}} = \left|\vec{v}_{\text{queda}}\right| = \sqrt{\left(3{,}07\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + \left(-4{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2} = 5{,}74\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Problema 31

Para variar um pouco, escolhamos agora para origem do referencial *xy* um ponto no solo tal que o lançamento se dá, nesse referencial, em $x = 0$. As expressões do movimento tornam-se então

$$\begin{cases} x = x_0 + v_{0x}t \\ y = y_0 + v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = v_0\,\mathrm{sen}(53{,}0^{\mathrm{o}})\,t \\ y = 730\ \mathrm{m} - v_0 \cos(53{,}0^{\mathrm{o}})\,t - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)t^2 \end{cases}$$

O sinal negativo de v_{0y} é devido ao facto de o projétil ser lançado com o avião a picar, i.e. a dirigir-se no sentido *negativo* do eixo dos *yy*. Ao fim de 5,00 s o projétil chega ao chão, i.e. a *y* = 0 m. Note-se também que neste caso o ângulo em jogo é contado a partir da *vertical*, pelo que há que ter atenção que as componentes da velocidade trocam seno e coseno, por comparação ao caso em que o ângulo é medido a partir da horizontal. Substituindo o tempo na expressão dos *yy* podemos extrair a rapidez de lançamento (quantidade sempre positiva), que é

$$0\ \mathrm{m} = 730\ \mathrm{m} - v_0 \cos(53{,}0^{\mathrm{o}}) \cdot (5{,}00\ \mathrm{s}) - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (5{,}00\ \mathrm{s})^2 \Leftrightarrow v_0 = 201{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A velocidade de lançamento é então (atenção novamente ao seno e coseno)

$$\vec{v} = \left(201{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\mathrm{sen}(53{,}0^{\mathrm{o}})\,\hat{\mathbf{i}} - \left(201{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\cos(53{,}0^{\mathrm{o}})\,\hat{\mathbf{j}} \Leftrightarrow \vec{v} = \left(161\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} - \left(121\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{j}}$$

(Três alg.sig. na expressão final.)

O projétil percorre uma distância horizontal de $d = x(5{,}00\ \mathrm{s}) = \left(161{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot (5{,}00\ \mathrm{s}) = 806\ \mathrm{m}$ durante o voo e, das expressões para as componentes da velocidade, $v_x = v_{0x}$ e $v_y = v_{0y} - (9{,}8\ \mathrm{m/s^2})t$, atinge o solo com velocidade

$$\vec{v}(5{,}00\ \mathrm{s}) = v_x(5{,}00\ \mathrm{s})\,\hat{\mathbf{i}} + v_y(5{,}00\ \mathrm{s})\,\hat{\mathbf{j}} = \left(161{,}2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} + \left(-121{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot (5{,}00\ \mathrm{s})\right)\hat{\mathbf{j}} \Leftrightarrow \vec{v} = \left(161\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{i}} - \left(171\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)\hat{\mathbf{j}} \to v_{0x} = 161\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\ ;\ v_{0y} = -171\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Problema 60

Trata-se aqui de um corpo em movimento circular uniforme. Há apenas que ter em atenção que o raio da órbita *não é* 640 km mais sim (6370 + 640) km, correspondentes ao raio da Terra mais a altitude da órbita. Tendo isto em atenção e passando as unidades ao SI temos, para 1 revolução completa,

$$v = \frac{\text{distância}}{\Delta t} = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot (7{,}010 \times 10^6\ \mathrm{m})}{98{,}0 \cdot 60\ \mathrm{s}} = 74\underline{9}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\quad ;\quad a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(74\underline{9}1\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{7{,}010 \times 10^6\ \mathrm{m}} = 8{,}01\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

Problema 62

A distância de 1 revolução é simplesmente o perímetro do MCU associado, que é $2\pi \cdot (0{,}15\ \mathrm{m}) = 0{,}9425\ \mathrm{m}$. A frequência de 1200 rev/min corresponde a 1 revolução em

$$T = \frac{60\ \mathrm{s}}{1200} = 0{,}050\ \mathrm{s}$$

Por definição, este é o período do movimento (i.e. tempo que demora a perfazer 1 rev). Substituindo o período na expressão (4-35) do livro de texto, $T = \frac{2\pi R}{v}$, podemos tirar a velocidade linear, que é

$$v = \frac{2\pi R}{T} = \frac{2\pi \cdot (0{,}15\ \mathrm{m})}{0{,}050\ \mathrm{s}} = 18{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

A aceleração é então de

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{\left(18{,}85\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{0{,}15\ \mathrm{m}} = 2370\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \left(2{,}4 \times 10^3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)$$

Pode-se, naturalmente, obter os mesmos resultados por uma ordem diferente.