Física Geral

21048

Tema 1, parte 2/7

Orientações de resposta aos exercícios propostos

Livro de texto (Halliday), capítulo 2

Capítulo 2

Problema 1

Neste caso, como o movimento não mudou nem de direção nem de sentido, a velocidade média e a rapidez média têm o mesmo valor numérico. Os tempos para fazer os percursos foram de

$$t_1 = \frac{40\ \text{km}}{30\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 1{,}333\ \text{h} \quad ; \quad t_2 = \frac{40\ \text{km}}{60\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = 0{,}667\ \text{h}$$

o que corresponde então a velocidades e rapidezes médias de

$$v_{med} = s_{med} = \frac{(40+40)\ \text{km}}{t_1 + t_2} = \frac{80\ \text{km}}{2\ \text{h}} = 40\ \text{km/h}$$

Notar que usámos 3 e 4 alg.sig. nos cálculos intermédios dos tempos. Só truncámos a 2 alg.sig. no resultado final.

Problema 4

A rapidez média do recordista de 1992 foi, em km/h,

$$v_1 = \frac{200\ \text{m}}{6{,}509\ \text{s}} = \frac{0{,}200\ \text{km}}{(6{,}509\ \text{s}) \cdot \frac{1}{3600}\ \text{h}} = 110{,}6\ \text{km/h}$$

Em 2001 o novo recordista fez então os 200 m à rapidez média de $v_2 = (110{,}6 + 19)\ \text{km/h} = 129{,}6\ \text{km/h}$. Isto corresponde a uma marca de

$$t_2 = \frac{d}{v_2} = \frac{200\ \text{m}}{129{,}6\,\frac{\text{km}}{\text{h}}} = \frac{200\ \text{m}}{129{,}6 \cdot \frac{1000\ \text{m}}{3600\ \text{s}}} = 5{,}556\ \text{s}$$

Problema 15

A velocidade instantânea é, por definição, a taxa de variação da posição em relação ao tempo, i.e. a derivada da posição, $v = \frac{dx}{dt}$. Derivando então a expressão da posição temos, nas unidades do enunciado,

$$v(t) = \frac{dx(t)}{dt} = -12 + 6t \rightarrow v(1\ \mathrm{s}) = -12 + 6 \cdot 1 = -6\ \mathrm{m/s}$$

Só colocámos a unidade no fim porque se subentende que as grandezas estão no sistema SI nos passos intermédios. No entanto, sempre que tal não torne as expressões demasiado confusas, deve-se colocar unidades em todas as grandezas, mesmo nos passos intermédios.

Voltando às questões, temos que em $t = 1$ s a velocidade é negativa, pelo que o movimento tem esse mesmo sentido. A rapidez instantânea, módulo da velocidade e por conseguinte quantidade sempre positiva, é então de 6 m/s nesse mesmo instante. Olhando à expressão da velocidade, $v(t)$, vemos também que a rapidez está também a diminuir em $t = 1$ s, continuando essa diminuição de maneira uniforme, até se anular em $t =$ 2 s, passando depois a aumentar. Finalmente, após $t = 2$ s a velocidade é sempre positiva pelo que a partícula não mais se move em sentido negativo.

Problema 26

Num movimento retilíneo uniformemente variado a aceleração é constante e as expressões para a posição velocidade são

$$\begin{cases} x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \\ v = v_0 + at \end{cases}$$

No nosso caso temos, no sentido do movimento, $v_0 = 24{,}6\ \mathrm{m/s}$ e $a = -4{,}92\ \mathrm{m/s^2}$. Note-se o sinal negativo da aceleração: o carro está diminuir de velocidade, logo a aceleração é no sentido contrário ao movimento. Parar significa ter velocidade nula o que, substituindo na expressão da velocidade nos dá

$$0 = 24{,}6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \left(4{,}92\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right) \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{24{,}6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{4{,}92\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}} = 5{,}00\ \mathrm{s}$$

A distância percorrida durante esse tempo será então, substituindo na expressão para a posição,

$$d = |x - x_0| = \left(24{,}6\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot (5{,}00\ \mathrm{s}) - \frac{1}{2} \cdot \left(4{,}92\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s^2}}\right) \cdot (5{,}00\ \mathrm{s})^2 = 61{,}5\ \mathrm{m}$$

Esta distância podia ter sido obtida de outras equações, como p.ex. a expressão 2-16 do livro de texto, p.25, $v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$.

Note-se que apenas podemos dizer que $d = |x - x_0|$ porque não houve inversão do sentido do movimento. Caso tivesse havido inversão, haveria que separar o movimento em várias partes, calcular d para cada uma delas e no fim somar todas as distâncias parciais.

Problema 29

Na primeira parte do movimento a velocidade é dada por

$$v = v_0 + at \Leftrightarrow v = 0 + \left(2{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t$$

A rapidez de 20 m/s é atingida ao fim de 10 s. A distância percorrida é de

$$d = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \Leftrightarrow s = 0 + \frac{1}{2} \cdot \left(2{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (10\ \mathrm{s})^2 = 100\ \mathrm{m}$$

Finda esta parte do movimento, se pusermos o cronómetro a zero temos, para a segunda parte do movimento,

$$v = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - \left(1{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t$$

e o veículo pára (i.e. atinge $v = 0$) ao fim de 20 s. Note-se novamente o sinal negativo da aceleração, que aparece porque o carro está a diminuir a sua rapidez. A distância percorrida é agora de

$$d = \left(20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot (20\ \mathrm{s}) - \frac{1}{2} \cdot \left(1{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot (20\ \mathrm{s})^2 = 200\ \mathrm{m}$$

No total os dois movimentos duram 30 s e o veículo percorre 300 m.

Problema 46

Escolhamos em primeiro lugar um sentido positivo para o movimento, p.ex. para cima. Com esta escolha, e fazendo $x = 0$ m à altura do solo, a expressão da posição torna-se

$$x(t) = 30{,}0\ \mathrm{m} - \left(12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t^2$$

Note-se aqui que a pedra é atirada *para baixo*, logo no sentido que arbitrámos *negativo* para o movimento. O mesmo acontece para a aceleração da gravidade. Note-se também que a expressão podia ser escrita de uma forma mais "limpa" como

$$x(t) = 30{,}0 - 12{,}0\,t - \frac{1}{2} 9{,}8\,t^2 \quad \text{(SI)}$$

No entanto, como já foi dito acima, não se recomenda retirar as unidades das grandezas porque a sua presença ajuda a controlar erros e esquecimentos.

Continuando para as questões temos que a pedra atinge o solo quando $x = 0$. Ora isso acontece no instante

$$0 = 30{,}0\ \mathrm{m} - \left(12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot t^2$$

Esta é uma equação de 2º grau, que se resolve aplicando a fórmula resolvente $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$. No nosso caso temos então

$$t = \frac{12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \pm \sqrt{\left(12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 4\cdot\left(-4{,}9\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \cdot (30{,}0\ \mathrm{m})}}{-9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}} \Leftrightarrow t = \begin{cases} +1{,}536\ \mathrm{s} \\ -3{,}985\ \mathrm{s} \end{cases}$$

Recorde-se que uma equação de 2º grau tem duas soluções. Neste caso a solução $t = -3{,}985$ s diz-se "não-física" porque não corresponde ao enunciado do problema, que assume $t = 0$ no momento do lançamento. A solução $t = 1{,}536$ s é a que faz sentido. Para este valor do tempo a velocidade é de

$$v = -12{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} - 9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\cdot(1{,}536\ \mathrm{s}) = -27{,}06\ \mathrm{m/s}$$

que corresponde a uma rapidez de 27 m/s no momento do embate no solo. Note-se que apesar de a altura do edifício e a rapidez serem conhecidos com 3 alg.sig., a precisão menor de $g = 9{,}8\ \mathrm{m/s^2}$ limita-nos a 2 alg.sig.

Problema 51

Temos aqui dois movimentos. Um MRU segundo o rio e um MRUV na vertical. As expressões das posições são, respetivamente e fazendo a origem das posições no local de impacto,

$$\begin{cases} x = -12\ \mathrm{m} + v_x t \\ y = 45\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot t^2 \end{cases}$$

O tempo de queda da chave é então de

$$0\ \mathrm{m} = 45\ \mathrm{m} - \frac{1}{2}\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot t^2 \Leftrightarrow t = 3{,}03\ \mathrm{s}$$

Substituindo este valor na expressão para a posição do barco temos

$$0\ \mathrm{m} = -12\ \mathrm{m} + v_x\cdot(3{,}03\ \mathrm{s}) \Leftrightarrow v_x = 3{,}96\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \quad \left(4{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)$$

Entre parêntesis o resultado com a precisão permitida pelos dados, 2 alg.sig.