Física Geral

21048

Tema 1, parte 6/7

Orientações de resposta aos exercícios propostos

Livro de texto (Halliday), capítulo 8

Capítulo 8

Problema 2

A partir do fim do empurrão só a força gravitacional realiza trabalho. Sendo esta uma força conservativa, podemos resolver o problema aplicando o 2º teorema de trabalho-energia, $W_C = -\Delta E_p$. Definindo o zero do potencial gravitacional massa-Terra no ponto B (i.e. fazendo $h_B = 0$ m), temos então

$$W_C^{A\to B} = -\Delta E_{pg}^{A\to B} \Leftrightarrow W_C^{A\to B} = -(mgh_B - mgh_A) = -\left[(0{,}341\ \mathrm{kg})\cdot\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\right]\cdot(0 - 0{,}452\ \mathrm{m}) = 1{,}51\ \mathrm{J}$$

$$W_C^{A\to C} = -\Delta E_{pg}^{A\to C} \Leftrightarrow W_C^{A\to C} = -(mgh_C - mgh_A) = 0\ \mathrm{J}$$

$$W_C^{A\to D} = -\Delta E_{pg}^{A\to D} \Leftrightarrow W_C^{A\to D} = -(mgh_B - mgh_D) = -\left[(0{,}341\ \mathrm{kg})\cdot\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\right]\cdot(0{,}904\ \mathrm{m} - 0{,}452\ \mathrm{m}) = -1{,}51\ \mathrm{J}$$

(Note-se que o livro de texto usa o símbolo U para energia potencial.)

O valor da energia potencial nos pontos B, C e D é, da definição de energia potencial gravítica e origem que arbitrámos,

$$E_p(B) = mgh_B = 0\ \mathrm{J} \quad ; \quad E_p(C) = mgh_C = 1{,}51\ \mathrm{J} \quad ; \quad E_p(D) = mgh_D = 3{,}02\ \mathrm{J}$$

Finalmente, se o empurrão inicial fosse maior nada do escrito acima mudaria. A energia potencial não depende da velocidade; apenas da altura. O estudante é convidado a repetir o problema definindo um novo zero para o potencial, p.ex. $h_A = 0$ m.

Problema 9

Não havendo atrito há conservação de energia mecânica. Fazendo o zero do potencial gravítico camião-Terra na base da rampa temos, notando também que $130\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 36{,}11\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$,

$$\Delta E_m = 0 \Leftrightarrow E_c^{\text{base}} + E_{pg}^{\text{base}} = E_c^{\text{topo}} + E_{pg}^{\text{topo}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_{\text{base}}^2 + 0 = 0 + mgh_{\text{topo}} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m \cdot \left(36{,}11\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 0$$
$$= 0 + m \cdot \left(9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot h_{\text{topo}} \Leftrightarrow h_{\text{topo}} = 66{,}53\ \text{m}$$

Esta altura corresponde a um comprimento ao longo da rampa de

$$c = \frac{h}{\text{sen } 15º} = 257\ \text{m} \quad (260\ \text{m})$$

Note-se que nenhum dos cálculos depende da massa do camião, pelo que o resultado seria o mesmo se esta fosse maior ou menor. Já a rapidez do camião na chegada à base influencia o comprimento mínimo para parar. Quanto mais rápido o camião vier, mais longa terá de ser a rampa.

Na prática as rampas de emergência são bem mais pequenas do que isto porque o seu piso é de areia grossa, o que causa bastante atrito entre os veículos e o piso.

Problema 33

Das três forças atuantes, uma (normal) não realiza trabalho e as outras duas (peso, força elástica) são conservativas. Assim sendo, a energia mecânica do sistema lata-mola-Terra conserva-se e basta-nos recorrer a esse facto para resolver o problema. Designemos por A, B e C respetivamente os pontos de compressão máxima da mola, de relaxação da mola e solo. Fazendo a origem do potencial gravitacional no solo temos, nos pontos A e B,

$$E_m^A = E_m^B \Leftrightarrow E_c^A + E_{pg}^A + E_{p.elast}^A = E_c^B + E_{pg}^B + E_{p.elast}^B \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + mgh_A + \frac{1}{2} k x_A^2$$
$$= \frac{1}{2} m v_B^2 + mgh_B + \frac{1}{2} k x_B^2$$

onde x é o elongamento da mola ($x = 0$ m no ponto de relaxação). Simplificando e substituindo os valores do enunciado temos a rapidez no ponto B:

$$0 + mgh_A + \frac{1}{2} k x_A^2 = \frac{1}{2} m v_B^2 + mgh_B + 0 \Leftrightarrow v_B^2 = \sqrt{2g(h_A - h_B) + \frac{k x_A^2}{m}} \Leftrightarrow v_B$$
$$= \sqrt{2 \cdot \left(9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right) \cdot [(1{,}20\ \text{m} - 1{,}00\ \text{m}) \cdot (\sin 37{,}0º)] + \frac{\left(170\,\frac{\text{N}}{\text{m}}\right) \cdot (0{,}200\ \text{m})^2}{2\ \text{kg}}} = 2{,}40\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Note-se que se a constante da mola fosse muito grande a parcela $2g(h_A - h_B)$ da soma seria desprezável e teríamos $v_B \approx x\sqrt{\frac{k}{m}}$. Esta é uma aproximação que aparece por vezes em problemas práticos.

No ponto B deixamos de ter força elástica e a rapidez da lata é

$$E_m^C = E_m^B \Leftrightarrow E_c^C + E_{pg}^C = E_c^B + E_{pg}^B \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Leftrightarrow v_C = \sqrt{v_B^2 + 2gh_B} \Leftrightarrow v_C$$

$$= \sqrt{\left(2{,}40\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 + 2\cdot\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot[(1{,}00\ \mathrm{m})\cdot(\sin 37º)]} = 4{,}19\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Problema 53

No trajeto entre A e B apenas o peso realiza trabalho, pelo que podemos aplicar a conservação de energia mecânica para calcular a rapidez a que o bloco chega a B. Fazendo a origem do potencial gravitacional no ponto A temos

$$E_m^A = E_m^B \Leftrightarrow E_c^A + E_{pg}^A = E_c^B + E_{pg}^B \Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 + 0 = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \Leftrightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gh_B} \Leftrightarrow v_B$$

$$= \sqrt{\left(6{,}0\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 - 2\cdot\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)\cdot(1{,}1\ \mathrm{m})} = 3{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Agora, na parte entre B e C há atrito e esta força realiza trabalho não-conservativo. Não podemos aplicar a conservação de energia mecânica mas podemos aplicar o 3º teorema de trabalho-energia, $W_{NC} = \Delta E_m$. Vem então, calculando o trabalho da força de atrito explicitamente,

$$W_{NC} = \Delta E_m \Leftrightarrow W_{f_k} = E_m^C - E_m^B \Leftrightarrow \left|\vec{f}_k\right|\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\cos\measuredangle(f_k,\Delta r) = 0 - \frac{1}{2}mv_B^2 \Leftrightarrow \mu_k mg\cdot d\cdot(-1) = -\frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{v_B^2}{2\mu_k g} \Leftrightarrow d = \frac{\left(3{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2}{2\cdot 0{,}60\cdot\left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right)} = 1{,}228\ \mathrm{m}\quad(1{,}2\ \mathrm{m})$$

Não precisámos de incluir a força gravitacional neste último cálculo porque esta não realiza trabalho no deslocamento entre B e C.

Problema 56

Novamente podemos usar aqui o 3º teorema de trabalho-energia, $W_{NC} = \Delta E_m$. Designemos por A o ponto onde começa a subida e B o ponto de paragem. Definindo o zero do potencial gravitacional no ponto A e aplicando o 3º teorema entre A e B temos, juntando trigonometria,

$$W_{NC} = \Delta E_m \Leftrightarrow W_{f_k} = E_m^B - E_m^A \Leftrightarrow \left|\vec{f}_k\right|\cdot|\Delta\vec{r}|\cdot\cos\measuredangle(f_k,\Delta r) = E_c^B + E_{pg}^B - \left(E_C^A + E_{pg}^B\right)$$

$$\Leftrightarrow \mu_k F_N\cdot d\cdot(-1) = (0 + mgh_B) - E_C^A \Leftrightarrow -(\mu_k mg\cos 30º)\cdot d = mgd\,\mathrm{sen}\,30º - E_C^A$$

$$\Leftrightarrow d = \frac{E_C^A}{mg(\mathrm{sen}\,30º + \mu_k\cos 30º)}$$

Substituindo valores do enunciado vem

$$d = \frac{128\ \mathrm{J}}{(4{,}0\ \mathrm{kg}) \cdot \left(9{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} + 0{,}30\,\frac{\sqrt{3}}{2}\right)} = 4{,}297\ \mathrm{m} \quad (4{,}3\ \mathrm{m})$$