Transientes Em Linhas De Transmissão Sem Perdas

J. E. Oliveira, V. R. Leonardi and L. R. d. Souza

***Abstract*—Esse relatório tem como objetivo explicar e detalhar o algoritmo de diferenças finitas no domínio do tempo(FDTD) e seu uso na análise computacional do comportamento de transientes de tensão e corrente em linhas de transmissão sem perdas, particularmente com o uso do programa Octave.**

***Keywords*— Linhas de transmissão sem perdas; FDTD; transientes; Octave; visualização de tensão e corrente; simulação.**

I. INTRODUÇÃO

LINHAS de transmissão são circuitos utilizados para a transmissão de sinais eletromagnéticos. Elas se tornam necessárias quando o comprimento das ondas transmitidas é curto o suficiente para que o comprimento da linha seja uma parcela relevante desse valor [1].

Transientes são eventos de curta duração causados por mudanças abruptas no estado do circuito. No caso das linhas de transmissão, transientes podem ocorrer quando uma nova carga é conectada ao circuito, quando um sinal aperiódico é injetado na ou se propaga através da linha, ou quando o gerador é ligado [2].

A análise feita nesse projeto se baseia no transiente gerado por sinais aperiódicos do tipo degrau. Para que seja computacionalmente possível tal análise, é necessário realizar uma discretização do sistema. O método FDTD permite transformar as equações do telegrafista (1) e (2) em diferenças finitas, criando uma malha de pontos discretos no espaço e no tempo que serão utilizados para os calculos de *v*(z,t) e *i*(z,t).

$$\frac{-\partial v(z,t)}{\partial z} = Ri(z,t) + L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \tag{1}$$

$$\frac{-\partial i(z,t)}{\partial z} = Gv(z,t) + C\frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \tag{2}$$

O programa criado permite o cálculo e a representação gráfica da tensão e corrente ao longo do comprimento da linha, para um dado tempo. Também é possível adquirir os valores para uma dada posição da linha ao longo do tempo. Finalmente, é possível uma visualização em forma de animação, destacando a mudança dos valores ao longo do tempo e do comprimento da linha.

Foi escolhido o programa Octave, que é open source, para realizar a simulação, devido à facilidade da representação gráfica da tensão e corrente, além da útil ferramenta de criação de vídeos para ilustrar o comportamento em relação ao tempo.

II. DADOS DA LINHA DE TRANSMISSÃO

Para a correta realização da simulação é preciso especificar as características da linha utilizada. Primeiramente, o sistema simulado é baseado no modelo de linha de transmissão na Fig. 1.

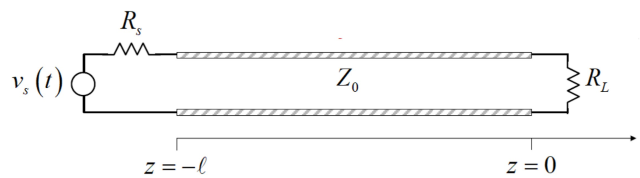

Figura 1. Modelo genérico de linha de transmissão[2].

Das especificações do projeto tem-se os seguintes valores:

$$Z_0 = 50\Omega \qquad R_S = 75\Omega$$

A velocidade de propagação do sinal na linha é dada por:

$u_f = 0.9\text{c}$, onde c é a velocidade da luz no vácuo.

Como é o caso de uma linha sem perdas, os parâmetros R e G podem ser considerados R = G = 0. Os parâmetros L e C da linha foram derivados de $Z_0 = \frac{1}{C u_f}$ e $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$. Dessa forma, C =74,07 pF/m e L = 52,37 nH/m. O comprimento total da linha foi considerado l = 10m. Em questão dos valores da fonte e da carga acoplados, foram feitos testes para 2 fontes de tensão: $v_{s1} = 2u(t), v_{s2} = u(t) - u(t - \frac{l}{10\text{u}_f})$, onde *u(t)* é a função degrau. Para cada uma das fontes foram testados 3 valores de carga: $R_{L1} = 0$, $R_{L2} =$ e $R_{L3} = 100$ Ω .

III. ALGORITMO FDTD

Para a linha de transmissão sem perdas, as equações do telegrafista (1) e (2) podem ser simplificadas com R = G = 0, resultando nas equações (3) e (4).

[1]J. E. Oliveira, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, Brasil, jeosvici@usp.br, NUSP 10716491

V. R. Leonardi, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, Brasil, vitorleonardi@usp.br, NUSP 10716567

L. R. de Souza, Universidade de São Paulo, São Carlos, São Paulo, Brasil, leo_souza@usp.br, NUSP

Corresponding author: Julio Eiji Oliveira

$$\frac{-\partial v(z,t)}{\partial z}=L\frac{\partial i(z,t)}{\partial t} \quad (3)$$

$$\frac{-\partial i(z,t)}{\partial z}=C\frac{\partial v(z,t)}{\partial t} \quad (4)$$

A partir dessas equações pode-se aplicar o método FDTD para transformá-las em diferenças finitas e criar a malha dos pontos necessários.

Defini-se então um espaçamento fixo Δz no espaço e Δt no tempo, de tal modo que os pontos da malha podem ser descritos como:

$z_k=k\Delta z$ e $t_n=n\Delta t$

Onde $1\leq k\leq K, 1\leq n\leq N$

Em seguida, aproxima-se o valor da derivada de tensão no espaço por uma diferença finita central:

$$\frac{\partial v(z,t)}{\partial z}\approx\frac{v(z+\Delta z,t)-v(z-\Delta z,t)}{2\Delta z} \quad (5)$$

Utilizando uma notação mais conveniente para a tensão, tal que $v(z_k,t_n)=v_k^n$, temos:

$$\frac{\partial}{\partial z}i_k^n\approx\frac{i_{k+1}^n-i_{k-1}^n}{2\Delta z} \quad (6)$$

De maneira similar, aplicanndo uma diferença finita no tempo, para a tensão temos:

$$\frac{\partial}{\partial t}v_k^n\approx\frac{v_k^{n+1}-v_k^{n-1}}{2\Delta t} \quad (7)$$

È possível melhorar a precisão sem custo adicional de computação ao tomar-se meio passos entre cada ponto. Assim:

$$\frac{\partial}{\partial z}i_k^n\approx\frac{i_{k+1/2}^n-v_{i-1/2}^n}{\Delta z} \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}v_k^n\approx\frac{v_k^{n+1/2}-v_k^{n-1/2}}{\Delta t} \quad (9)$$

Utilizando as equações (8) e (9) nas equações (3) e (4) tem-se a aproximação numérica das equações do telegrafista que pode ser usada para o cálculo computacional:

$$-\frac{i_{k+1/2}^n-i_{k-1/2}^n}{\Delta z}=C\frac{v_k^{n+1/2}-v_k^{n-1/2}}{\Delta t} \quad (10)$$

$$-\frac{v_{k+1}^{n+1/2}-v_k^{n+1/2}}{\Delta t}=L\frac{i_{k+1/2}^{n+1}-i_{k+1/2}^n}{\Delta z} \quad (11)$$

O algortimo FDTD consiste em encontrar o valor futuro de corrente e tensão a partir de valores passados conhecidos, então, rearranjando (10) e (11) tem-se como encontrar os valores futuros :

$$v_k^{n+1/2}=-\frac{\Delta t}{\Delta z C}\left(i_{k+1/2}^n-i_{k-1/2}^n\right)+v_k^{n-1/2} \quad (12)$$

$$i_{k+1/2}^{n+1}=-\frac{\Delta z}{\Delta t L}\left(v_{k+1}^{n+1/2}-v_k^{n+1/2}\right)+i_{k+1/2}^n \quad (13)$$

IV. ESTABILIDADE

Na simulação do algoritmo é preciso tomar cuidado com a estabilidade do sistema: a escolha de valores impróprios de Δx e Δt podem levar os resultados a divergirem, criando erros. Sendo assim, é necessário definir os valores que permitirão manter o sistema estável.

Analisando um caso simples na linha de transmissão sem perda, onde a onda gerada não é refletida, tem-se a seguinte solução para as equaçoes do telegrafista, dadas no formato FDTD:

$$v_k^n=V_0^+\cos(\omega n\Delta t-\beta k\Delta z) \quad (14)$$

$$i_k^n=\frac{V_0^+}{Z_0}\cos(\omega n\Delta t-\beta k\Delta z) \quad (15)$$

Nota-se que o termo de fase é zero. Tomando V_0^+ = 1V e colocando as equações (14) e (15) em (12) chega-se em uma soma de cossenos. Assumindo um caso extremo onde $v_k^{n+1}=1$ e $v_k^{n-1/2}=-1$ tem-se:

$$2=-\frac{\Delta t}{\Delta z C Z_0}[\cos(A)-\cos(B)] \quad (16)$$

Onde:

$A=\omega(n)\Delta t-\beta(k+1/2)\Delta z$ e

$B=\omega(n)\Delta t-\beta(k-1/2)\Delta z$

Então, o caso máximo será aquele em que cos(A) – cos(B) = 2. A estabilidade do sistema dependerá apenas de $-\frac{\Delta t}{\Delta z C Z_0}$. Como é um caso máximo, deve-se definir um valor que garanta:

$$2\leq-\frac{\Delta t}{\Delta z C Z_0}2\rightarrow 1\leq-\frac{\Delta t}{\Delta z C Z_0} \quad (17)$$

Substituindo $Z_0=\frac{1}{C u_f}$, onde u_f é a velocidade de propagação do sinal e resolvendo para o espaçamento de tempo:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta z}{u_f} \quad (18)$$

Este é o valor máximo que o espaçamento de tempo pode ter para garantir a estabilidade do sistema. Sendo assim, foram escolhidos os seguintes valores para a simulação:

$$\Delta z = 0.6\, mm$$

$$\Delta t = \frac{0.6\, mm}{u_f} = 2.469\ ps$$

V. CONDIÇÕES DE FRONTEIRA

VI. IMPLEMENTAÇÃO

O programa foi implementado como um script no Octave. Primeiramente são definidas as constantes, como os dados da linha de transmissão e o passo de tempo e espaço utilizados

VII. RESULTADOS

AGRADECIMENTOS

Agradecemos à cloroquina

REFERÊNCIAS //TODO organizar corretamente

[1] https://en.wikipedia.org/wiki/Transmission_line

[2] PDF do projeto. 2020

[3] https://secureservercdn.net/198.71.233.64/0f2.b28.myftpupload.com/wp-content/uploads/2018/08/RG58.pdf

[1] "Transmission line," *Wikipedia*. May 03, 2020, Accessed: May 19, 2020. [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/w/index.php?title=Transmission_line&oldid=954668391.

[3] "Cabos Coaxiais 50 OHMS," *AFDatalink*. https://www.afdatalink.com.br/produtos/1-telecomunicacoes-2/cabos-coaxiais-50-ohms/ (accessed May 19, 2020).

[2] L. Sevgi and C. Uluisik, "A MATLAB-based transmission-line virtual tool: finite-difference time-domain reflectometer," *IEEE Antennas Propagation Magazine*, vol. 48, no. 1, pp. 141–145, Feb. 2006, doi: 10.1109/MAP.2006.1645595.