Introdução à Análise de dados em FAE

(30/11/2021)

Projeto Final

Professores: Sandro Souza, Sheila da Silva, Eliza da Costa, Dilson Damião

Alunos: Vitor Souza Ramos, Hugo Borges

1 Introdução e Objetivo

O CMS (Compact Muon Solenoid) é um detector que faz parte do complexo do LHC (Large Hadron Collider). Um dos processos investigados por este detector é o decaimento de partículas em pares de múons. O processo consiste na colisão de prótons, que se transformam em uma nova partícula, que por sua vez, decai em um par de múons com uma certa massa invariante. Esta massa invariante é proveniente da massa da partícula gerada. Assim, ao analisar o espectro de massa invariante dos pares de múons detectados, é possível identificar alguns picos de ressonância gerados por partículas de interesse. Uma destas partículas é o méson Υ , que causa picos na quantidade de eventos em torno de $10~{\rm GeV/c^2}$. O objetivo deste trabalho é estimar a massa do méson $\Upsilon(1S)$ a partir do ajuste de uma função sobre os pontos em torno do primeiro pico da ressonância Υ .

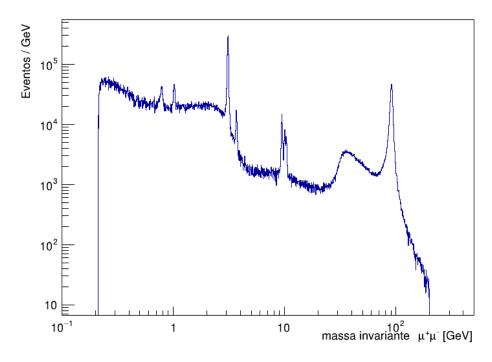


Figura 1: Espectro de massa invariante do par de múons, com massa em escala logarítmica. Os picos em torno de 10 GeV são causados pela ressonância Υ .

2 Dados e Cálculos

O arquivo de dados usado neste trabalho foi fornecido na tarefa, assim como um código para ser usado como base no tratamento dos dados. Os ajustes e a extração dos parâmetros foram feitos a partir de alterações realizadas no código fornecido. O primeiro passo no tratamento dos dados foi a escolha da janela de massa que é considerada parte do pico. Uma janela muito grande pode causar dificuldades no ajuste de funções que não contemplam bem os dados de background. Por outro lado, uma janela muito pequena pode acabar ignorando dados que fazem parte do pico. A princípio foi usada a janela de 9,1 a 9,8 GeV/c^2 .

Esta escolha é seguida da aplicação de um corte no momentum transverso (p_T) das partículas detectadas. O corte é feito uma vez que eventos com p_T muito baixo podem ser interpretados como background. Assim, rejeitar eventos com p_T inferior a um certo limiar tem o efeito de "limpar" o sinal, isto é, diminuir a quantidade de eventos de background mantendo os eventos de sinal. No código original, o corte foi feito em 10 GeV/c, resultando em um yield (isto é, o número de eventos abaixo da curva do fit) de (4150 \pm 111) eventos. Ao aumentar o limiar para 12 GeV/c, o yield passa a ser de (2562 \pm 89) eventos. A diminuição no yield é causada pela diminuição no número total de eventos aceitos nesta janela.

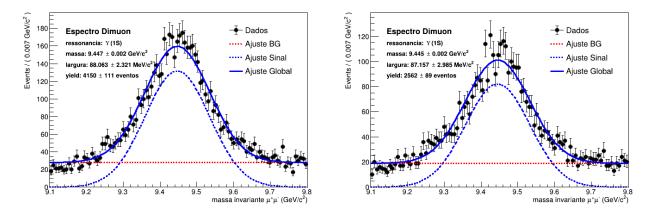


Figura 2: Exemplos de ajustes gerados com corte em 10 GeV/c (esquerda) e 12 GeV/c (direita). Na legenda, "BG"se refere ao background. Os dois ajustes foram feitos usando 100 bins, a função gaussiana para o sinal e a exponencial para o background.

Com o corte feito, o próximo passo foi a escolha da quantidade de bins usados nos histogramas. A escolha é feita de modo a diminuir as flutuações estatísticas associadas a cada valor de massa que podem surgir usando um número alto de bins, mas tomando o cuidado de não mascarar detalhes existentes no conjunto de dados usando um número muito baixo. Para estes dados, optou-se por usar 50 bins nos histogramas.

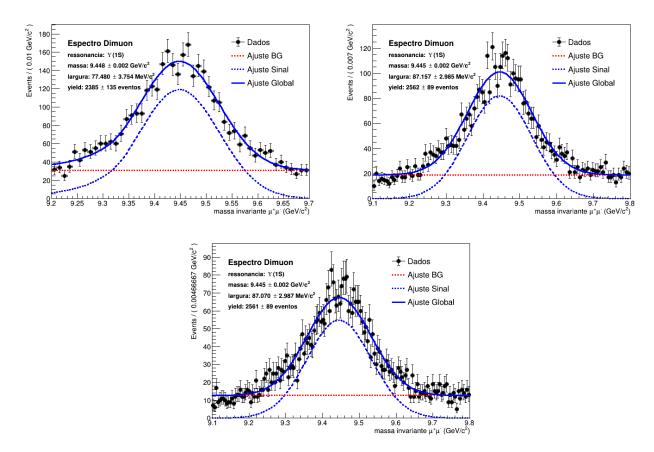


Figura 3: Exemplos de ajustes gerados com com 50, 100 e 150 bins dentro da janela de massa escolhida. Novamente, os ajustes foram feitos usando a função gaussiana para o sinal e exponencial para o background.

Uma vez decididos os parâmetros acima, deve-se fazer a escolha da função usada para ajustar os dados. É útil usar uma combinação de duas funções, uma para o sinal e outra para o background. É interessante obter um segundo resultado usando outra função no ajuste, além de uma janela diferente de massa, para que se possa avaliar o erro sistemático associado às estimativas encontradas. Foram escolhidas as funções gaussiana e crystal ball para o ajuste do sinal, ambas combinadas com funções exponenciais para o background. No caso da função gaussiana, a janela de massa escolhida foi de 9,1 GeV/c² até 9,8 GeV/c². Para a função crystal ball, a janela escolhida foi de 9,2 GeV/c² a 9,7 GeV/c².

A função Gaussiana citada é descrita pela equação:

$$f_{\text{gauss}}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\bar{x}}{\sigma})^2}$$
(2.1)

Onde x é a massa das partículas, \bar{x} é o centro da gaussiana e σ o desvio padrão. O ajuste encontra os valores de \bar{x} e σ . Já a função crystal ball segue a equação:

$$f_{\text{CB}}(x) = N \begin{cases} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right], \text{ para } \frac{x-\bar{x}}{\sigma} > -\alpha \\ A\left(B - \frac{x-\bar{x}}{\sigma}\right)^{-n}, \text{ para } \frac{x-\bar{x}}{\sigma} \leq -\alpha \end{cases}$$

$$A = \left(\frac{n}{|\alpha|}\right)^n \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)$$

$$B = \frac{n}{|\alpha|} - |\alpha|$$

$$N = \frac{1}{\sigma(C+D)}$$

$$C = \frac{n}{|\alpha|} \frac{1}{n-1} \exp\left(-\frac{|\alpha|^2}{2}\right)$$

$$D = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left[1 + \operatorname{erf}\left(\frac{|\alpha|}{\sqrt{2}}\right)\right]$$

Onde são ajustados α , n, \bar{x} e σ . Por fim, a função exponencial, usada no background, segue a equação:

$$f_{\exp}(x) = N \exp(\lambda x) \tag{2.3}$$

Onde N é uma constante de normalização e λ é o parâmetro a ser ajustado.

A diferença entre os valores encontrados usando as diferentes funções fornece uma noção dos efeitos sistemáticos, e a incerteza associada a esses efeitos ($\sigma_{\rm sistemático}$) é dada simplesmente pelo módulo da diferença entre as duas estimativas. Assim, uma estimativa final tem a forma $\bar{x} \pm \sigma_{\rm estatístico} \pm \sigma_{\rm sistemático}$.

3 Resultados

O ajuste do modelo Gaussiano resultou em uma estimativa para a massa de $m_{\Upsilon} = (9,445 \pm 0,002) \text{ GeV/c}^2$. A largura do pico encontrada foi de $(87,345 \pm 2,983) \text{ MeV/c}^2$ e o yield foi de (2567 ± 89) eventos.

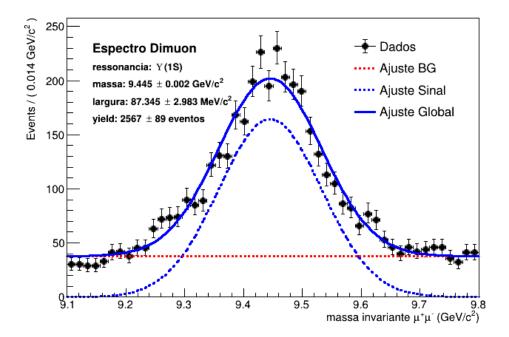


Figura 4: Ajuste usando função gaussiana

O ajuste usando a função crystal ball, por outro lado, resultou em uma massa $m_{\Upsilon} = (9,448 \pm 0,002) \text{ GeV/c}^2$, uma largura de $(77,480 \pm 3,754) \text{ MeV/c}^2$ e o yield foi de (2385 ± 135) eventos.

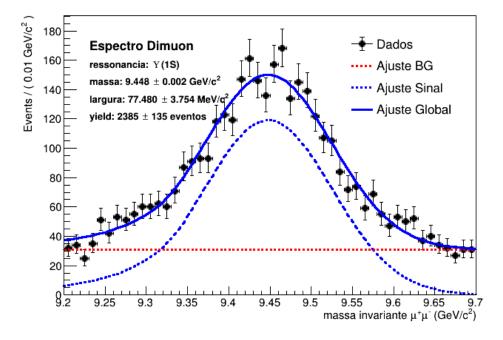


Figura 5: Ajuste usando função crystal ball

O modelo que parece se adequar melhor aos dados é o *crystal ball*, e portanto será usado como ponto de partida para as estimativas finais. Tomando o módulo da diferença entre os valores encontrados nos dois casos, as estimativas finais incluindo erros sistemáticos são:

Massa	$9,448 \pm 0,002 \pm 0,003 \text{ GeV/c}^2$
Largura	$77,480 \pm 3,754 \pm 9,865 \text{ MeV/c}^2$
Yield	$2385 \pm 135 \pm 182$ Eventos

Tabela 1: Tabela com as estimativas finais

O resultado obtido para a massa pode ser comparado valor de referência informado pelo $Particle\ Data\ Group$ de $(9,46030\pm0,00026)\ GeV/c^2$. Uma vez que os intervalos não se interceptam, é feita a compatibilidade com o zero. A discrepância encontrada é de $0,012\ GeV/C^2$, e o erro combinado é de $0,005\ GeV/C^2$. Assim, os os valores não são considerados compatíveis. O erro relativo da estimativa final é de 0,05%.

4 Conclusão

A análise apresenta um valor que não é compatível com a referência. O intervalo de interceptação está entre 2 e 3 σ , indicando um resultado inconclusivo. A estimativa final apresenta uma precisão relativamente alta, mesmo levando em consideração os erros sistemáticos. Apesar disso, os valores encontrados usando as duas funções diferentes foram bem próximos, indicando que a fonte mais provável da discrepância está nos dados. Ao considerar que os pontos próximos do pico apresentam um comportamento inesperado, demonstrando grande flutuação, chega-se a conclusão que as flutuações estatísticas tem um grande papel na discrepância observada. Assim, é de se esperar que uma estimativa feita com uma quantidade maior de dados suavize estas flutuações e permita diminuir a diferença entre o valor encontrado e a referência.

Referências

- [1] Slides das aulas do curso de Introdução a Análise de Dados em Física de Altas Energias e Tecnologias Associadas
- [2] P.A. Zyla et al. [Particle Data Group], PTEP 2020 (2020) no.8, 083C01 doi:10.1093/ptep/ptaa104
- [3] Estimativas e Erros em Experimentos de Física / Alberto Santoro [et. al]; Vitor Oguri (org.) 3. ed Rio de Janeiro: EdUERJ, 2013.

Considerações Finais

Os arquivos com os códigos utilizados, incluindo as alterações devidamente comentadas estão disponíveis neste repositório do GitHub.