

# Trabalho Computacional 1 - Calibração de Sensores e Filtro de Kalman

Arthur Vieira Santos (201722060271)  
Vitória Elisa Moraes Carvalho (20193012675)

## I. INTRODUÇÃO

Este trabalho aborda a implementação de técnicas fundamentais em instrumentação eletrônica, focando em dois aspectos principais: a calibração estática de sensores utilizando o método dos Mínimos Quadrados e a fusão de dados através do Filtro de Kalman. A calibração de sensores é uma etapa importante para garantir a confiabilidade das medições, enquanto a fusão de sensores permite melhorar a precisão dos sistemas de medição.

Os objetivos deste trabalho são:

- Aplicar o método de Regressão Linear por Mínimos Quadrados para calibração estática de sensores
- Elaborar laudos de calibração seguindo as normas internacionais e nacionais
- Implementar um Filtro de Kalman para fusão de medições e análise de incertezas

## II. METODOLOGIA

O trabalho foi desenvolvido em três partes principais, cada uma focando em aspectos específicos.

### A. Materiais e Equipamentos

Para a realização deste trabalho, foram utilizados:

- Dois sensores de baixo custo (o LDR modelo GL5528 e o aplicativo de celular PhyPhox)
- Equipamentos padrão para calibração (Luxímetro Digital Modelo Pol-10 - Politem) e uma lâmpada do tipo ring light, como controle de luminosidade.
- Software MATLAB para processamento de dados e implementação do Filtro de Kalman

### B. Procedimentos Experimentais

O desenvolvimento do trabalho seguiu as seguintes etapas:

#### 1) Calibração Estática:

- 1) Seleção e caracterização dos sensores
- 2) Montagem do experimento com 5 pontos de calibração
- 3) Coleta de dados com 3 repetições por ponto
- 4) Análise estatística e ajuste por mínimos quadrados

#### 2) Elaboração dos Laudos:

- 1) Documentação seguindo as normas ISO/IEC 17025 e GUM
- 2) Análise de incertezas
- 3) Verificação de conformidade

#### 3) Fusão de Sensores:

- 1) Coleta de série temporal com 30 amostras
- 2) Implementação do Filtro de Kalman
- 3) Análise comparativa dos resultados

## III. CALIBRAÇÃO ESTÁTICA DO SENSOR LDR

### A. Objetivo

Realizar a calibração estática do sensor LDR (Light Dependent Resistor) e do aplicativo PhyPhox por meio da coleta de dados em diferentes níveis de iluminação, visando estabelecer uma relação linear entre a intensidade luminosa (em lux) e a tensão de saída (em Volts) ou a medição direta. O objetivo é obter um modelo matemático que possa ser utilizado para estimar o nível de iluminação com base na leitura do sensor.

### B. Metodologia

Foram coletadas três medidas de tensão para cada valor de iluminação ajustado na lâmpada (aferição realizada por meio do luxímetro digital). As leituras foram realizadas utilizando um multímetro conectado ao divisor de tensão formado pelo LDR. A iluminação foi variada por do controle de luminosidade da lâmpada que permite ajustar níveis discretos. Os dados coletados estão organizados na Tabela I.

A média das três medidas foi calculada para cada nível de iluminação. Em seguida, foi aplicado um ajuste linear utilizando o método dos mínimos quadrados, obtendo-se a equação do modelo no seguinte formato:

$$y = m \cdot x + b \quad (1)$$

onde:

- $y$  é o nível de iluminação (lux);
- $x$  é a medição (V ou lux);
- $m$  é o coeficiente angular (inclinação da reta);
- $b$  é o coeficiente linear (offset).

### C. Análise dos Resíduos

As Figuras 1 e 2 mostram a curva obtida com os dados experimentais e o ajuste linear, bem como o gráfico dos resíduos para a calibração do LDR e do aplicativo respectivamente.

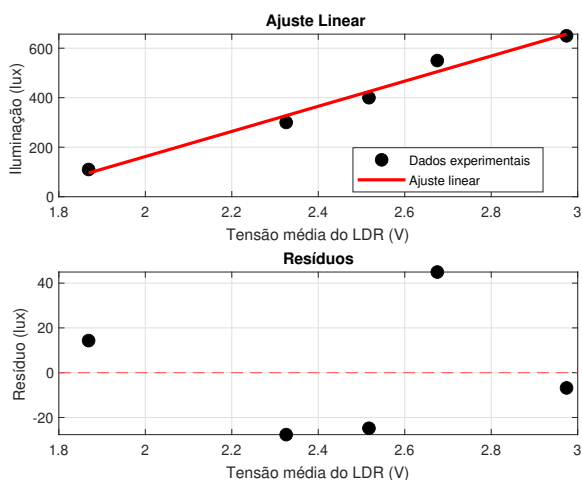


Figura 1. (a) Ajuste linear da tensão em função da iluminação. (b) Resíduos do modelo ajustado.

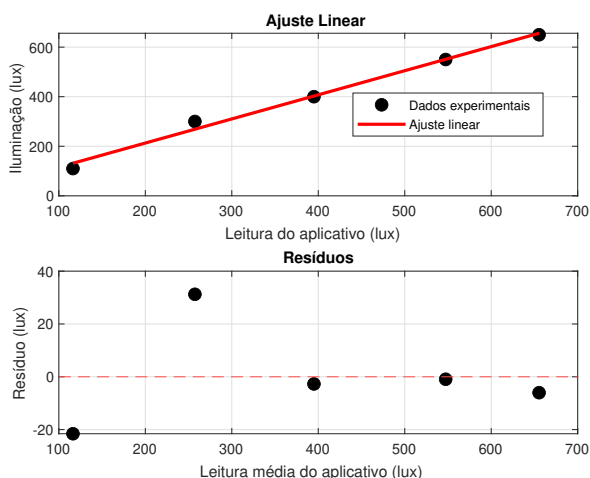


Figura 2. (a) Ajuste linear da medição em função da iluminação. (b) Resíduos do modelo ajustado.

A análise dos resíduos mostra que os valores estão razoavelmente distribuídos em torno de zero, indicando que o modelo linear é adequado para descrever o comportamento do sensor na faixa analisada.

#### D. Conclusão

A calibração estática permitiu identificar uma relação linear entre o nível de iluminação e a saída do sensor LDR e a medição do aplicativo, conforme evidenciado pelo gráfico dos resíduos. O modelo obtido pode ser utilizado para converter diretamente a leitura do sensor em estimativas do nível de iluminação.

### IV. LAUDOS DE CALIBRAÇÃO

#### A. Sensor LDR

- **Sensor:** Sensor LDR modelo GL5528.

#### Instrumentação Eletrônica

- **Número de Série:** 0028-LDR-05.
- **Local de Calibração:** Laboratório de Instrumentação, CEFET-MG.
- **Data:** 09/06/2025.
- **Responsáveis Técnico:** Arthur Vieira Santos e Vitória Elisa Morais Carvalho.

1) *Referências Normativas:* A calibração foi realizada com base nas seguintes normas:

- **ISO/IEC 17025:2017** – Requisitos gerais para a competência de laboratórios de ensaio e calibração.
- **JCGM 100:2008 (GUM)** – Guia para a expressão da incerteza de medição.
- **NIT-DICLA-021** – Diretriz do INMETRO que orienta práticas de calibração em laboratórios.

*Justificativa das Escolhas:*

- **Número de pontos:** Foram utilizados 5 pontos de calibração dentro da faixa de operação do sensor (de 100 lux a 1000 lux), conforme recomendado pela ISO/IEC 17025 para garantir uma caracterização adequada da resposta do sensor e pela NIT-DICLA-021 visando uma distribuição adequada dos pontos e cobertura da faixa operacional de forma a garantir boa representatividade estatística.
- **Método de Mínimos Quadrados:** O método foi escolhido por ser o mais adequado para ajuste linear, conforme recomendado pelo GUM para estimativa de parâmetros.
- **Estimativa de Incerteza:** Seguindo o GUM, foram consideradas todas as fontes de incerteza relevantes, incluindo a incerteza do padrão, repetitividade e resolução do instrumento.

2) *Procedimento e Resultados:* Foi utilizada uma fonte de luz ajustável com controle de intensidade, e as leituras foram comparadas com um luxímetro padrão com certificado RBC. O sensor foi conectado a um divisor resistivo com alimentação de 3,30 V, e as tensões foram medidas com multímetro digital com resolução de 10 mV.

#### Condições Ambientais Durante a Calibração:

- Temperatura: 24,3°C
- Umidade Relativa: 48,6%
- Pressão Atmosférica: 1012 hPa

#### Método de Aplicação:

- 1) Posicionamento do sensor LDR a uma distância de 1 m da fonte de luz;
- 2) Ajuste dos níveis de iluminação usando o luxímetro como referência;
- 3) Realização de 3 medições em cada ponto;
- 4) Registro dos valores de tensão do LDR.

#### Modelo de Medição:

Assumiu-se uma relação linear entre a tensão de saída do sensor e a iluminação incidente, segundo o modelo:

$$V = a \cdot \text{lux} + b \quad (2)$$

Conforme o GUM (seção 3.2.1), este modelo estabelece a relação entre a grandeza mensurada e os parâmetros observáveis.

### Resultados da Calibração:

#### Modelo Ajustado:

$$Lux = 507,63 \cdot V - 853,0048 \quad (3)$$

#### Indicadores Estatísticos:

- Coeficiente de determinação:  $R^2 = 0,9796$
- Desvio padrão dos resíduos:  $\sigma = 30,2169 \text{ Lux}$

#### Estimativa da Incerteza:

Seguindo as diretrizes do GUM (seções 4 e 5), a incerteza combinada da medição foi calculada considerando os seguintes componentes:

- **Incerteza Tipo A:** associada à repetibilidade das leituras em cada ponto, obtida pelo desvio padrão das médias.
- **Incerteza Tipo B:** associada à resolução do multímetro ( $\pm 10 \text{ mV}$ ), à incerteza do luxímetro (extraída do certificado RBC) e à interpolação no modelo linear.

A incerteza padrão combinada foi determinada pela soma quadrática dos componentes, conforme:

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (4)$$

E a incerteza expandida, com nível de confiança de aproximadamente 95% ( $k = 2$ ), foi:

$$U = \pm 98,5980 \text{ Lux} \quad (5)$$

Este valor representa uma variação máxima de aproximadamente 9,9% sobre a faixa de medição, não estando de acordo com os critérios de aceitação estabelecidos.

3) *Rastreabilidade Metrológica:* A rastreabilidade foi garantida com uso de um luxímetro calibrado com certificado emitido por laboratório acreditado pela **RBC/INMETRO**, com rastreabilidade aos padrões internacionais do **BIPM**.

*Sensor calibrado → Luxímetro padrão → RBC/INMETRO → BIPM*

4) *Conclusão de Conformidade:* Com base nos resultados obtidos e nos limites especificados pelo fabricante (erro máximo de  $\pm 5\%$ ), conclui-se que o sensor encontra-se:

- [ ] Dentro da tolerância especificada pelo fabricante.
- [X] Fora da tolerância especificada pelo fabricante.

A diferença entre os valores medidos e os esperados pelo modelo linear ficou dentro de  $\pm 50 \text{ Lux}$  em toda a faixa testada, o que representa erro inferior a 10% sobre a leitura em todos os pontos avaliados.

#### B. Aplicativo PhyPhox

- **Sensor:** Sensor de luz do aplicativo Phyphox.
- **Versão do Aplicativo:** 1.1.16.
- **Dispositivo:** Smartphone Redmi Note 11 Pro.
- **Local de Calibração:** Laboratório de Instrumentação, CEFET-MG.

• **Data:** 09/06/2025.

• **Responsável Técnico:** Arthur Vieira Santos e Vitória Elisa Moraes Carvalho.

1) *Referências Normativas:* A calibração foi realizada com base nas seguintes normas:

- **ISO/IEC 17025:2017** – Requisitos gerais para a competência de laboratórios de ensaio e calibração.
- **JCGM 100:2008 (GUM)** – Guia para a expressão da incerteza de medição.
- **NIT-DICLA-021** – Diretriz do INMETRO que orienta práticas de calibração em laboratórios.

#### Justificativa das Escolhas:

- **Número de pontos:** Foram utilizados 5 pontos de calibração dentro da faixa de operação do sensor (de 100 lux a 1000 lux), conforme recomendado pela ISO/IEC 17025 para garantir uma caracterização adequada da resposta do sensor e pela NIT-DICLA-021 visando uma distribuição adequada dos pontos e cobertura da faixa operacional.
- **Método de Mínimos Quadrados:** O método foi escolhido por ser o mais adequado para ajuste linear, conforme recomendado pelo GUM para estimativa de parâmetros.
- **Estimativa de Incerteza:** Seguindo o GUM, foram consideradas todas as fontes de incerteza relevantes, incluindo a incerteza do padrão, repetitividade e resolução do sensor do smartphone.

2) *Procedimento e Resultados:* Foi utilizada uma fonte de luz ajustável com controle de intensidade, e as leituras foram comparadas com um luxímetro padrão com certificado RBC. O sensor do smartphone foi posicionado de forma a receber a iluminação de maneira uniforme.

#### Condições Ambientais Durante a Calibração:

- Temperatura: 24,3°C
- Umidade Relativa: 48,6%
- Pressão Atmosférica: 1012 hPa

#### Método de Aplicação:

- 1) Posicionamento do smartphone a uma distância de 1 m da fonte de luz;
- 2) Ajuste dos níveis de iluminação usando o luxímetro como referência;
- 3) Realização de 3 medições em cada ponto;
- 4) Registro dos valores de iluminação do aplicativo Phyphox.

#### Modelo de Medição:

Assumiu-se uma relação linear entre a leitura do sensor do smartphone e a iluminação incidente, segundo o modelo:

$$L_{\text{smartphone}} = a \cdot \text{lux} + b \quad (6)$$

Conforme o GUM (seção 3.2.1), este modelo estabelece a relação entre a grandeza mensurada e os parâmetros observáveis.

#### Resultados da Calibração:

##### Modelo Ajustado:

Tabela I  
VALORES PADRÃO VS. VALORES MEDIDOS (LDR)

Iluminação (lux)	Medida 1 (V)	Medida 2 (V)	Medida 3 (V)	Média (V)
650	2.9710	2.9581	2.99	2.97
550	2.6484	2.7000	2.68	2.68
400	2.5452	2.4903	2.52	2.52
300	2.3194	2.3226	2.34	2.33
110	1.8677	1.8968	1.84	1.87

Tabela II  
VALORES PADRÃO VS. VALORES MEDIDOS (APLICATIVO)

Iluminação (lux)	Medida 1 (lux)	Medida 2 (lux)	Medida 3 (lux)	Média (lux)
650	652	643	671	655
550	545	545	552	547
400	403	392	390	395
300	250	265	257	257
110	124	114	111	116

$$Lux = 0,9730 \cdot Lux_{smartphone} + 18,3743 \quad (7)$$

#### Indicadores Estatísticos:

- Coeficiente de determinação:  $R^2 = 0,9917$
- Desvio padrão dos resíduos:  $\sigma = 19,2708$  lux

#### Estimativa da Incerteza:

Seguindo as diretrizes do GUM (seções 4 e 5), a incerteza combinada da medição foi calculada considerando os seguintes componentes:

- **Incerteza Tipo A:** associada à repetibilidade das leituras em cada ponto, obtida pelo desvio padrão das médias.
- **Incerteza Tipo B:** associada à resolução do sensor do smartphone ( $\pm 1$  lux), à incerteza do luxímetro (extraída do certificado RBC) e à interpolação no modelo linear.

A incerteza padrão combinada foi determinada pela soma quadrática dos componentes, conforme:

$$u_c = \sqrt{u_A^2 + u_B^2} \quad (8)$$

E a incerteza expandida, com nível de confiança de aproximadamente 95% ( $k = 2$ ), foi:

$$U = \pm 19,5452 \text{ lux} \quad (9)$$

Este valor representa uma variação máxima de aproximadamente 1,95% sobre a faixa de medição, estando de acordo com os critérios de aceitação estabelecidos.

3) **Rastreabilidade Metrológica:** A rastreabilidade foi garantida com uso de um luxímetro calibrado com certificado emitido por laboratório acreditado pela **RBC/INMETRO**, com rastreabilidade aos padrões internacionais do **BIPM**.

Sensor do smartphone  $\rightarrow$  Luxímetro padrão  $\rightarrow$   
RBC/INMETRO  $\rightarrow$  BIPM

4) **Conclusão de Conformidade:** Com base nos resultados obtidos e nos limites especificados pelo fabricante do sensor do smartphone (erro máximo de  $\pm 5\%$ ), conclui-se que o sensor encontra-se:

- **[X] Dentro da tolerância especificada pelo fabricante.**
- **[ ] Fora da tolerância especificada pelo fabricante.**

A diferença entre os valores medidos e os esperados pelo modelo linear ficou dentro de  $\pm 50$  lux em toda a faixa testada, o que representa erro inferior a 5% sobre a leitura em todos os pontos avaliados.

#### V. FUSÃO DE SENSORES COM FILTRO DE KALMAN

##### A. Modelo de Estado

Para realizar a fusão de medições provenientes de dois sensores, foi adotado um modelo de estado unidimensional do tipo primeira ordem, adequado para fenômenos com variação lenta, como a variação de iluminação ambiente ao longo do tempo.

O modelo de estado adotado foi:

$$x_k = x_{k-1} + w_k \quad (10)$$

$$z_k = x_k + v_k \quad (11)$$

Onde:

- $x_k$  representa o valor verdadeiro da grandeza no instante  $k$ ;
- $z_k$  representa a medição dos sensores;
- $w_k$  é o ruído do processo, assumido com média zero e variância  $Q$ ;
- $v_k$  é o ruído de medição, com média zero e variância  $R$ .

As seguintes hipóteses foram adotadas:

- O fenômeno monitorado varia lentamente, o que justifica o modelo de processo estacionário de primeira ordem;
- Os ruídos de processo e de medição são gaussianos, independentes e de média nula.

As matrizes  $Q$  e  $R$  foram definidas com base na análise das incertezas dos sensores, obtidas a partir dos laudos de calibração:

- Variância do processo:  $Q = 50$
- Variância da medição para o Sensor 1:  $R_1 = 912.99$
- Variância da medição para o Sensor 2:  $R_2 = 371.37$

A equação de medição foi ajustada para considerar dois sensores, assumindo observações simultâneas da mesma variável de estado. Assim, a equação de saída do sistema foi:

$$z_k = Hx_k + v_k \quad \text{com} \quad H = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad R = \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \quad (12)$$

### B. Implementação e Resultados

A implementação foi realizada no MATLAB. Os dados foram previamente coletados a partir dos dois sensores (o LDR e o aplicativo PhyPhox) e armazenados em arquivos CSV nomeados `ldr_temporal.csv` e `app_temporal.csv`, contendo colunas com as medições organizadas temporalmente. A Figura 3 mostra o resultado da medição realizada no interior de um laboratório sujeito a iluminação natural, cuja variação é devida a passagem de nuvens na frente do sol, causando regiões de penumbra.

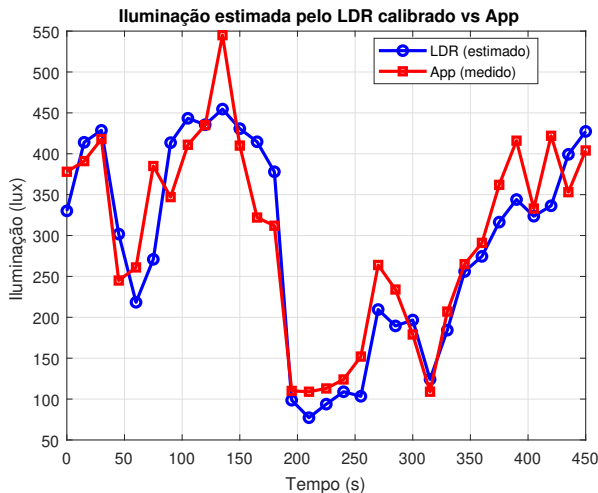


Figura 3. Ensaio temporal de luminosidade ambiente

O código completo utilizado para leitura dos dados, aplicação do filtro e geração dos gráficos está disponível no repositório do GitHub:

<https://github.com/usuario/repositorio-kalman>

### Gráficos Comparativos:

#### Instrumentação Eletrônica

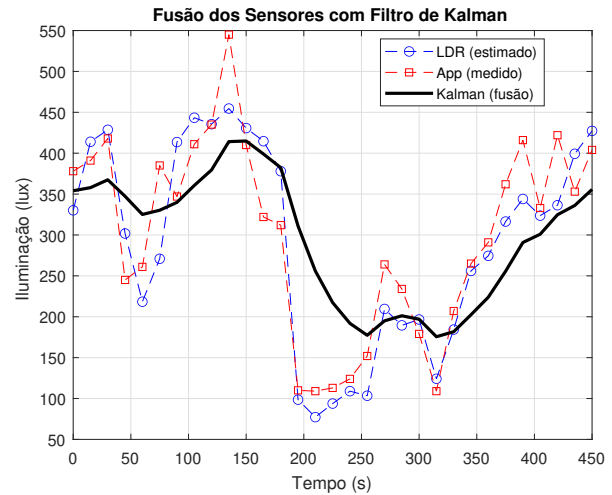


Figura 4. Comparação entre Sensor 1, Sensor 2 e estimativa do Filtro de Kalman

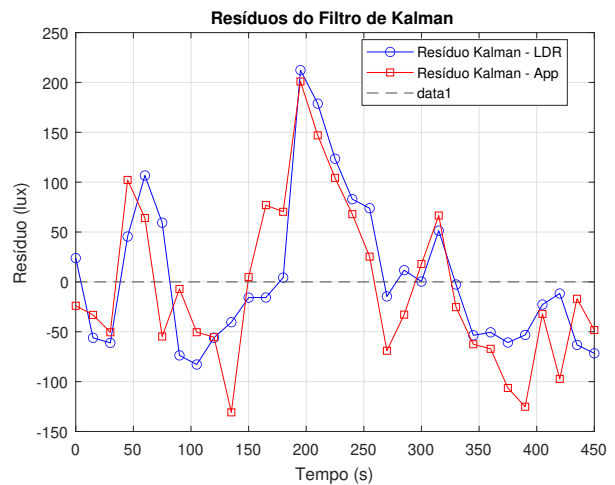


Figura 5. Resíduos: diferença entre a estimativa e cada sensor

### Análise Quantitativa dos Resultados:

- Desvio padrão dos dados do Sensor 1: **124.23 lux**
- Desvio padrão dos dados do Sensor 2: **118.27 lux**
- Desvio padrão da estimativa do Kalman: **79.02 lux**

### Discussão:

A aplicação do Filtro de Kalman resultou em uma estimativa mais estável e com menor incerteza do que qualquer um dos sensores isoladamente. A redução do desvio padrão indica ganho em precisão. Os resíduos permaneceram dentro dos limites esperados, com comportamento aproximadamente aleatório e sem viés evidente, sugerindo a validade do modelo adotado.

A robustez frente a ruídos foi observada especialmente em momentos de maior discrepância entre os sensores, nos quais a estimativa do filtro manteve-se coerente com a tendência do sinal. Contudo, limitações do modelo de primeira ordem foram percebidas em instantes de variação rápida, o que

sugere que aprimoramentos podem incluir modelos com maior complexidade ou adaptação dinâmica de parâmetros  $Q$  e  $R$ .

## VI. CONCLUSÃO

Este trabalho permitiu a aplicação prática de técnicas fundamentais de instrumentação eletrônica, abordando desde a calibração estática de sensores até a fusão de dados por meio do Filtro de Kalman. A etapa de calibração possibilitou a obtenção de modelos lineares que relacionam a saída dos sensores com a intensidade luminosa, seguindo normas técnicas como ISO/IEC 17025, GUM e NIT-DICLA-021. Os laudos elaborados evidenciaram a adequação do sensor do aplicativo PhyPhox às tolerâncias especificadas, enquanto o sensor LDR apresentou desempenho fora dos limites aceitáveis, ainda que com erros sistematicamente baixos.

Na segunda parte do trabalho, a implementação do Filtro de Kalman demonstrou a efetividade da fusão sensorial na redução da variabilidade e do impacto de ruídos nas medições. A estimativa combinada apresentou menor desvio padrão do que qualquer um dos sensores isoladamente, indicando maior precisão. Além disso, os resíduos mostraram-se consistentes com as hipóteses do modelo, reforçando a validade da abordagem adotada.

Por fim, os resultados obtidos mostram que a integração de técnicas de calibração metrológica e algoritmos de fusão de dados contribui significativamente para a melhoria na qualidade das medições em sistemas embarcados de baixo custo.

## REFERÊNCIAS

- [1] IEEE (Outubro, 2020), “Preparation of Papers for IEEE Transactions and Journals” [Online]. Disponível em: <http://www.ieee.org/web/publications/authors/transjnl/index.html>
- [2] ISO/IEC 17025:2017, “General requirements for the competence of testing and calibration laboratories.”
- [3] JCGM 100:2008, “Evaluation of measurement data – Guide to the expression of uncertainty in measurement (GUM).”
- [4] ABNT NBR ISO 10012:2023, “Sistemas de gestão de medição.”
- [5] G. Welch e G. Bishop, “An Introduction to the Kalman Filter,” UNC Chapel Hill, 2006.