

Prova Final - Álgebra Linear 2022-1 - Prof. João Paixão

Justifique suas respostas e coloque cada item em uma página em ordem.

1. Seja E uma matriz de reflexão sobre a reta gerada pelo vetor $[1, 1]^t$, R_θ uma matriz de rotação anti-horária de θ graus e P uma matriz de projeção ortogonal sobre a reta $x_1 = x_2$. Seja $A = P^{40} E^{1000} R_{45^\circ}^{-1} E^{901}$. Determine A .

2. Calcule todos os valores de w e z tal que o sistema

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 &= 1 \\ 5x_1 + 11x_2 + 21x_3 &= w \\ 7x_1 + 15x_2 + zx_3 &= 1 \end{cases}$$

admita (a) uma única solução, (b) nenhuma solução ou (c) mais de uma solução.

3. Seja $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}^{1000} \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$. Aproxime $\frac{b_1}{b_3}$.

4. Qual é a distância do vetor $\begin{bmatrix} 1 \\ 7 \\ 5 \end{bmatrix}$ ao subespaço gerado pelos vetores

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 9 \\ 8 \\ 5 \end{bmatrix}?$$

5. Sabemos que $x + y$ é perpendicular a $x - y$ e $\| -10x \| = 4$. Determine a norma de y algebricamente usando as propriedades do produto interno. Justifique cada passo da sua resolução.

6. Seja $P_{3 \times 3}$ uma projeção ortogonal sobre o plano $x_1 - x_2 + x_3 = 0$. Determine a segunda coluna da matriz P .

7. Seja $E_{3 \times 3}$ uma reflexão tal que o espelho é um plano P . Sabemos que

$$E \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}. \text{ Determine uma base para } P.$$