

1. Найти площадь части поверхности $S: x = y^2 + z^2$ ($z \leq 0, y \leq 0, 0 \leq x \leq 2$).
2. Найти момент инерции относительно оси Ox однородной фигуры, ограниченной линиями

$$x^2 + y^2 = 4, \quad x^2 + y^2 = 16.$$

3. Найти массу однородного тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 2z, z = 2$.

4. Найти M_{yz} материальной поверхности $S: x = \sqrt{4 - y^2 - z^2}$, если $\mu = \frac{k}{x}$.

5. Вычислить $\int_c y^2 z dz \wedge dx$, где

$$c: c(u, v) = \left(\cos\left(\frac{\pi}{2}u\right)\cos\left(\frac{\pi}{2}v\right); \cos\left(\frac{\pi}{2}u\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}v\right); \sin\left(\frac{\pi}{2}u\right) \right), \quad u, v \in [0; 1].$$

6. Найти работу вектора $\vec{a} = (2xy - y)\vec{i} + (x^2 + x)\vec{j}$ вдоль полуокружности $x^2 + y^2 = 9 (y \geq 0)$ от точки $M(3, 0)$ до точки $N(-3, 0)$.

7. Вычислить поток вектора $\vec{a} = z\vec{k}$ через верхнюю сторону части плоскости $x + 2y + 2z = 1$, заключенную между плоскостями координат.

8. Вычислить $\oint_C y dx - x dy$, где C - контур, образованный отрезками осей координат и

отрезком прямой $\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1$, заключенный между ними. Обход против часовой стрелки.

9. Вычислить $\int_c \frac{y}{y^2 + z^2} dy \wedge dz$, где $c: x = v, y = v \cos\left(u \frac{\pi}{2}\right), z = v \sin\left(u \frac{\pi}{2}\right), u, v \in [0; 1]$.

10. Найти работу вектора $\vec{a} = (x + y)\vec{i} + (y - x)\vec{j}$ вдоль дуги эллипса $x^2 + \frac{y^2}{9} = 1 (x \geq 0, y \geq 0)$ от точки $M(1, 0)$ до точки $N(0, 3)$.

11. Вычислить поток вектора $\vec{a} = x\vec{i} - y\vec{j}$ через внешнюю сторону части параболоида $z = 4 - x^2 - y^2$, отсекаемой плоскостью $z = 0$.

12. Вычислить поток вектора $\vec{a} = (x, -2y, z)$ через внешнюю сторону цилиндрической поверхности: $z = a^2 - x^2, y \geq 0, y = b, z \geq 0, x \geq 0$.

13. Вычислить $\iint_S x dy dz$, где S - верхняя сторона части плоскости $2z - x - 2 = 0$,

отсеченной плоскостями $y = 0, y = 3, x = 0 (x < 0), z = 0$.

14. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D x dx dy, \quad y^2 - 6y + x^2 = 0, \quad y^2 - 8y + x^2 = 0, \quad y = x, \quad x = 0.$$

15. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \frac{x}{x^2 + y^2} dx dy, \quad y^2 - 2x + x^2 = 0, \quad y^2 - 4x + x^2 = 0, \\ y = \frac{x}{\sqrt{3}}, \quad y = \sqrt{3}x.$$

16. Вычислить двойной интеграл

$$\iint_D \frac{y}{x} dx dy, \quad D = \left\{ 1 \leq \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} \leq 2, y \geq 0, y \leq \frac{2x}{3} \right\}.$$

17. Найти объем тела

$$x = \sqrt{y}, \quad x = 2\sqrt{y}, \quad z = 1 - y, \quad z = 0.$$

18. Найти объем тела

$$x^2 + y^2 - 2x = 0, \quad z = 2x, \quad z = 4x.$$

19. Вычислить

$$\iiint_{\Omega} \frac{2x + 3y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz, \quad z = \sqrt{\frac{4}{9} - x^2 - y^2}, \quad z = x^2 + y^2.$$

20. Вычислить

$$\iiint_{\Omega} \frac{y^2}{x^2 + y^2} dx dy dz, \quad z = \sqrt{1 - x^2 - y^2}, \quad z = \frac{2(x^2 + y^2)}{3}.$$

21. Вычислить

$$\iiint_{\Omega} \frac{x^2}{x^2 + y^2} dx dy dz, \quad z = \sqrt{25 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{99}}.$$

22. Найти объем тела

$$10. \quad z = x^2 + y^2, \quad z = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

23. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint_{\Sigma} x d\sigma, \quad \Sigma = \left\{ (x, y, z) : \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 0, \quad z = 2 \end{array} \right\}.$$

24. Вычислить поверхностный интеграл

$$\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2 - 2z) d\sigma, \quad \Sigma = \{x^2 + y^2 + z^2 = 9, \quad z \geq 0\}.$$

25. Применяя теорему Гаусса-Остроградского вычислить поток векторного поля через замкнутую поверхность

$$\vec{a} = (xy^2 + yz)\vec{i} + (x^2y + z^2)\vec{j} + (x^2 + z^3/3)\vec{k}, \quad \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 = 1, \\ z = 0 \quad (z \geq 0). \end{array}$$

26.

$\int_L y dx - x dy + z dz$, L — линия пересечения сферы $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ и конуса $x^2 + y^2 = z^2$ ($z \geq 0$).

27.

$$\iiint_{\Omega} \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy dz, \quad z = \sqrt{16 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{\frac{x^2 + y^2}{15}}.$$

28.

Найти объемы тел, ограниченных поверхностями

$$x^2 + y^2 = 5, \quad y = 2\sqrt{x}, \quad z = 0, \quad z = 2x.$$

29.

Найти объемы тел, ограниченных поверхностями

$$x^2 + y^2 - 2x = 0, \quad z = 0, \quad z = 4 - y^2.$$

30.

Найти объемы тел, ограниченных поверхностями

$$z = \sqrt{4 - x^2 - y^2}, \quad z = \sqrt{3}(x^2 + y^2).$$

31.

Найти объемы тел, ограниченных поверхностями

$$x = 2\sqrt{y}, \quad x = \sqrt{y}, \quad z = 0, \quad z = 1 - y.$$

32.

Найти массу тела

$$\mu = \frac{x^2}{x^2 + y^2}, \quad z = \sqrt{36 - x^2 - y^2}, \quad z = \frac{x^2 + y^2}{9}.$$

33.

$$\iint_{\Sigma} (xy + yz + zx) d\sigma, \quad \Sigma = \left\{ (x, y, z) : \begin{array}{l} x^2 + y^2 - z^2 = 0, \\ 0 \leq z \leq 1 \end{array} \right\}.$$

$$\iint_{\Sigma} (x + y + z) d\sigma, \quad \Sigma = \left\{ (x, y, z) : \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 1, \\ z = 0, \quad z = 1 \end{array} \right\}.$$

$$\iint_{\Sigma} \sqrt{x^2 + y^2} d\sigma, \quad \Sigma = \left\{ (x, y, z) : \begin{array}{l} x^2 + y^2 = 4, \\ z = 0, \quad z = 1 \end{array} \right\}.$$

$$\iint_{\Sigma} (z^2 + 1) d\sigma, \quad \Sigma = \{x^2 + y^2 + z^2 = 2, \quad z \geq 0\}.$$

$$\iint_{\Sigma} (xy + z^2) d\sigma, \quad \Sigma = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1, \quad z \geq 0\}.$$

34. Найти поток векторного поля через часть цилиндрической поверхности

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + 2z^4\vec{k}, \quad \Sigma = \{x^2 + y^2 = 1\}, \quad z = 0, \quad z = 3.$$

35. Найти поток векторного поля через часть цилиндрической поверхности

$$\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + x^2\vec{k}, \quad \Sigma = \{x^2 + y^2 = 3\}, \quad z = 2, \quad z = 4.$$

36. Найти поток векторного поля через замкнутую поверхность

$$\vec{a} = (2xy + y^2z)\vec{i} + (2xy + x^2z)\vec{j} + (xy + z^2)\vec{k}, \quad \begin{array}{l} x^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{2}, \\ z = 0 \quad (z \geq 0). \end{array}$$

37. Найти работу поля при перемещении по заданной кривой от точки А до точки В.

$$\vec{F} = (x^2 + y)\vec{i} + (x^2 - y)\vec{j}, \quad y = x^2, \quad M(-1, 1), \quad N(1, 1).$$

38. Найти функцию по данному полному дифференциалу

$$du = (1 - \sin 2x)dx - (3 + 2y \cos 2x)dy.$$

39. Проверить является ли поле потенциальным и найти его потенциал

$$F = x(z^2 - y^2)\vec{i} + y(x^2 - z^2)\vec{j} + z(y^2 - x^2)\vec{k}.$$

40. Найти значение дифференциальной формы

$$x_2 x_3^2 dx_1 \wedge dx_2 + 2x_1 x_2 x_3^2 dx_1 \wedge dx_3 + x_1 x_2 x_3 dx_2 \wedge dx_3$$

на векторах $\xi_1 = (1, 0, 1)$, $\xi_2 = (2, -1, 0)$ из пространства $R_{(2, 2, 1)}^3$.

41. Найти циркуляцию вектора $\vec{a} = (-3y, 2x)$ вдоль контура треугольника ABC, если $A(1,1), B(2,1), C(1,3)$. Вершины указаны в порядке обхода контура.

42. Найти циркуляцию вектора $\vec{a} = xz\vec{i} - \vec{j} + y\vec{k}$ вдоль кривой $x^2 + y^2 = 4, z = 2$. Движение против часовой стрелки.

43. Найти

$$d(2x_1^2 x_2 x_3 dx_2 \wedge dx_4 + x_1^2 x_2^2 dx_3 \wedge dx_4 - 2x_1 x_2^2 x_4 dx_1 \wedge dx_3).$$