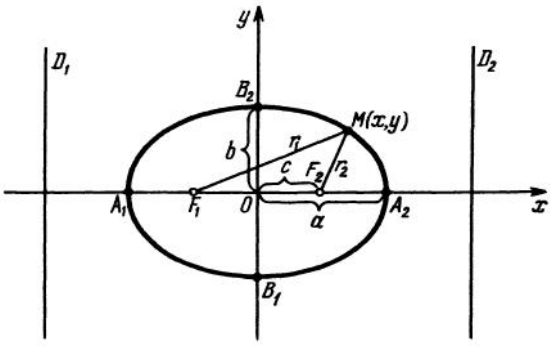
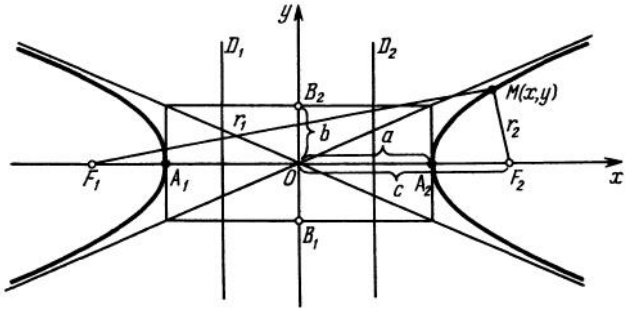
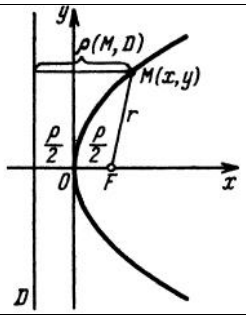
Алгебраические кривые второго порядка

Алгебраическая кривая второго порядка – кривая Γ, имеющая в декартовой прямоугольной системе координат Oxy уравнение: $\Gamma: Ax^2 + By^2 + 2Cxy + Dx + Ey + F = 0$, где коэффициенты A, B, C не все одновременно равны нулю.

Любая алгебраическая кривая второго порядка линейными преобразованиями поворота и параллельного переноса осей может быть приведена к каноническому виду.

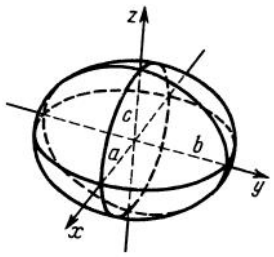
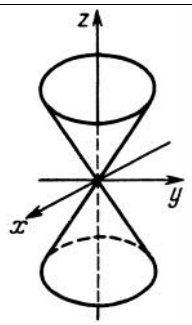
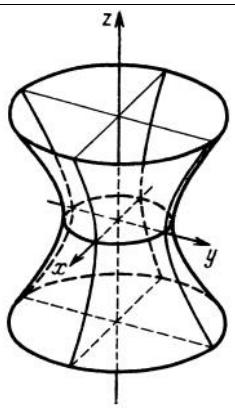
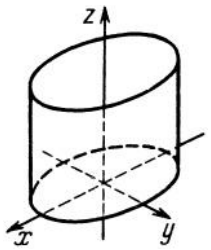
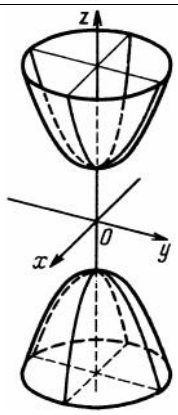
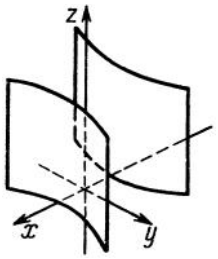
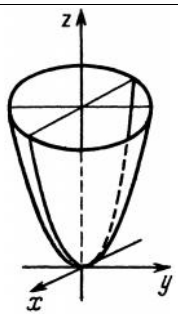
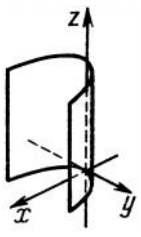
Невырожденные, вещественные кривые второго порядка

Название и каноническое уравнение кривой	Изображение кривой	Определение и термины
Эллипс $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a \geq b > 0$		*Эллипс* – геометрическое место точек $M(x, y)$, сумма расстояний каждой из которых до точек $F_1(-c;0)$ и $F_2(c;0)$ (фокусов) есть постоянная величина: $F_1M + F_2M = 2a$, $a > c \geq 0$. $b = \sqrt{a^2 - c^2}$, $e = c/a$ – эксцентриситет; $0 \leq e < 1$. $D_1: x = -a^2/c$, $D_1: x = a^2/c$ – директрисы;
Гипербола $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$, $a, b > 0$		*Гипербола* – геометрическое место точек $M(x, y)$, величина разности расстояний каждой из которых до точек F_1 и F_2 (фокусов) постоянна: $\lvert F_1M - F_2M \rvert = 2a < F_1F_2 = 2c$. $A_1(-a;0)$, $A_2(a;0)$ – вершины гиперболы; $b = \sqrt{c^2 - a^2}$, $e = c/a$ – эксцентриситет; $e > 1$. $x/a \pm y/b = 0$ – асимптоты. $D_1: x = -a^2/c$, $D_1: x = a^2/c$ – директрисы;
Парабола $y^2 = 2px$, $p > 0$		*Парабола* – геометрическое место точек $M(x, y)$, равноудаленных от точки F (фокуса) и прямой $D: x = -p/2$: $\rho(M, D) = FM$. $D: x = -p/2$ – директриса параболы;

Алгебраические поверхности второго порядка

Алгебраическая поверхность второго порядка – поверхность S, имеющая в декартовой прямоугольной системе координат $Oxyz$ уравнение: $S: Ax^2 + By^2 + Cz^2 + 2Dxy + 2Exz + 2Fyz + Gx + Hy + Iz + K = 0$, где коэффициенты A, B, C, D, E, F не все одновременно равны нулю.

Невырожденные, вещественные алгебраические поверхности второго порядка

Название и каноническое уравнение поверхности	Изображение поверхности	Название и каноническое уравнение поверхности	Изображение поверхности
Эллипсоид $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$		**Конус эллиптический** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$	
Гиперболоид однополостный $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$		**Цилиндр эллиптический** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$	
Гиперболоид двуполостный $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = -1$		**Цилиндр гиперболический** $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$	
Параболоид эллиптический $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z,\ p, q > 0$		**Цилиндр параболический** $y^2 = 2px,\ p > 0$	
Параболоид гиперболический $\frac{x^2}{p} - \frac{y^2}{q} = 2z,\ p, q > 0$