

1) Исследовать сходимость ряда

$$\frac{1000}{1} + \frac{1000 \cdot 1001}{1 \cdot 3} + \frac{1000 \cdot 1001 \cdot 1002}{1 \cdot 3 \cdot 5} + \dots$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{n}} - \sqrt{\ln \frac{n+1}{n}} \right).$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left[\ln \frac{1}{n^{\alpha}} - \ln \left(\sin \frac{1}{n^{\alpha}} \right) \right]$$

2) Исследовать на абсолютную и условную сходимость

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\sin \frac{n\pi}{12}}{\ln n}$$

$$\sum_{n=2}^{\infty} \ln \left[1 + \frac{(-1)^n}{n^p} \right]$$

3) Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \left(\frac{x}{2x+1} \right)^n$$

4) Исследовать последовательность на равномерную сходимость в указанном промежутке

$$f_n(x) = \frac{2nx}{1+n^2x^2}; \quad a) \quad 0 \leq x \leq 1$$

5) Доказать равномерную сходимость функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x+2^n}, \quad -2 < x < +\infty$$

6) Исследовать на равномерную сходимость функциональный ряд

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{2n\pi}{3}}{\sqrt{n^2+x^2}}; \quad -\infty < x < +\infty$$

7) Найти разложение в степенной ряд следующей функции

$$f(x) = x \operatorname{arctg} x - \ln \sqrt{1+x^2}$$

8) Функцию

$$f(x) = \ln \frac{1}{2+2x+x^2}$$

разложить по целым положительным степеням $x+1$.

9) Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^4}$, используя ряд Фурье функции $y = x^2$, $x \in (-\pi; \pi)$.

10) Исследовать на непрерывность следующую функцию в указанном промежутке

$$F(\alpha) = \int_0^{+\infty} \frac{x dx}{2+x^\alpha} \quad \text{при } \alpha > 2.$$

11) С помощью дифференцирования по параметру вычислить интеграл

$$\int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg}(bx)}{x(1+x^2)} dx, \quad b \geq 0$$

12. Выразить через гамма-функцию

$$\int_0^{\pi/2} (\operatorname{tg} x)^b dx, \quad |b| < 1.$$

13. Найти преобразование Фурье функции $y = x^3 e^{-x^2/2}$.