

Pantazică Viriama-Stefania, grupa 324CB

Task2. Demonstratia pentru reducerea polinomială

k -Clique \leq_p SAT

Enunțul problemei: Există o clică C de dim. k în graful $G = (V, E)$?

Idee: Ne putem defini o listă de variabile (x_{iv}) pentru $\forall i = \overline{1, k}$ și $\forall v \in V$, care pot fi interpretate astfel: „ v este al i -lea mod în clică”. Valoarea fiecărei astfel de variabile poate fi true sau false.

În continuare, definim următoarele constrângeri:

1) Există un mod pentru fiecare poziție din subgraf

\Leftrightarrow Pentru orice i ($1 \leq i \leq k$), există un x_{iv} .

2) Niciun mod nu trebuie să se repete

\Leftrightarrow Pentru orice i, j cu $i \neq j$, modul i diferă de modul j

3) Într-o oricare 2 noduri din subgraf există o muchie

\Leftrightarrow Pentru orice pereche de noduri care nu formează o latură

(v, w) , aparținând lui E , v și w nu pot fi ambele în clică C .

În limbaj formal, regulile ar arăta astfel:

1) $\forall i / 1 \leq i \leq k, \exists x_{iv}$

2) $\forall [i, j / i \neq j], \forall [v \in V], \neg x_{iv} \vee \neg x_{jv}$

$\forall i, \forall [v, w \in V / v \neq w], \neg x_{iv} \vee \neg x_{iw}$

3) $\forall [i, j / i \neq j], \forall [v, w \in V / (v, w) \notin E \wedge v \neq w],$

$\neg x_{iv} \vee \neg x_{jw}$

Defn. Conform definiției, $f \leq_p g \Leftrightarrow \exists T: \Sigma^* \rightarrow \Sigma^*$,

T computabilă în timp polinomial; $\forall w \in \Sigma^*, f(w) = \text{true} \Leftrightarrow g(T(w)) = \text{true}$.

Pentru: $\begin{cases} f = k\text{-Eliquesi} \\ g = \text{SAT} \end{cases} \Rightarrow k\text{-Eliquesi} \leq_p \text{SAT}$

Cook-Levin Th.

Cum $k\text{-Eliquesi} \in NP \Rightarrow k\text{-Eliquesi}$ se poate reduce polinomial la SAT. Deci există o transformare polinomială T care să permită reducerea.

Presupunem că f în graful $G = (V, E)$ o k -clacă de dimensiune $k = n$. Aceasta conține n moduri inter-clauze. Dacă doi literali sunt consistenti (\Leftrightarrow aceștia sunt legați de o muchie), atunci toți literalii legați sunt satisfăcuți simultan \Rightarrow formula φ primită de solver este satisfiabilă $\Rightarrow \text{SAT}(\varphi) = 1$.

T este transformare polinomială, pentru că:

$G: |V| = nr. \text{clauze} \Rightarrow n \text{ moduri}$

$|E| = O(n^2)$ (muchii)