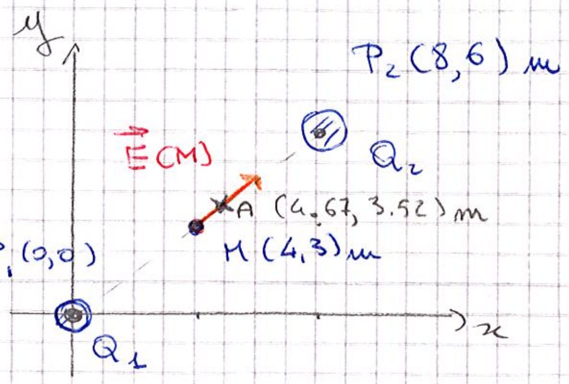
Esercizio #2



Poniamo

$$\overline{MP_1} = \overline{MP_2} = d/2$$

$$d = \sqrt{8^2 + 6^2}\ m = 10\ m$$

a) Vettore da P_1 a M $\qquad \vec{P_1M} = \frac{d}{2}\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$

Vettore da P_2 a M $\qquad \vec{P_2M} = \frac{d}{2}\left(-\frac{4}{5}\vec{\imath} - \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$

$$\vec{E}_{Q_1}(M) = K_e \frac{Q_1}{(d/2)^2}\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$$

$$\vec{E}_{Q_2}(M) = K_e \frac{Q_2}{(d/2)^2}\left(-\frac{4}{5}\vec{\imath} - \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$$

$$\vec{E}(M) = K_e \frac{1}{(d/2)^2}\underbrace{(Q_1 - Q_2)}_{4q - 2q = 2q}\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right) = K_e \frac{2q}{d^2/4}\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$$

$$|\vec{E}(M)| = \frac{8 K_e q}{d^2} = 7.2 \times 10^5\ N/C$$

b) Poniamo $\qquad \overline{AP_1} = a \qquad \overline{AP_2} = d - a \qquad$ a è l'incognita

Vettore da P_1 a A $\qquad \vec{P_1A} = a\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$

Vettore da P_2 a A $\qquad \vec{P_2A} = (d-a)\left(-\frac{4}{5}\vec{\imath} - \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$

$$\vec{E}_{Q_1}(A) = K_e \frac{Q_1}{a^2}\left(\frac{4}{5}\vec{\imath} + \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$$ Campo $\vec{E}$ prodotto da Q_1 in A

$$\vec{E}_{Q_2}(A) = K_e \frac{Q_2}{(d-a)^2}\left(-\frac{4}{5}\vec{\imath} - \frac{3}{5}\vec{\jmath}\right)$$ Campo $\vec{E}$ prodotto da Q_2 in A

$$\vec{E}_{Q_1}(A) + \vec{E}_{Q_2}(A) = 0$$ Condizione di equilibrio

$$\frac{Q_1}{a^2} - \frac{Q_2}{(d-a)^2} = 0 \rightarrow 2(d-a)^2 = a^2$$

$$2d^2 - 4ad + 2a^2 = a^2 \rightarrow a^2 - 4ad + 2d^2 = 0$$

$$a = 2d \pm \sqrt{2d^2}$$ scelgo la soluzione "−" perché corrisponde a A compreso tra P_1 e P_2

$$a = d(2-\sqrt{2}) = 5.86\ m$$

Il punto A ha coordinate
$$\begin{cases} x_A = a\, 4/5 = 4/5\, d(2-\sqrt{2}) = 4.67\ m \\ y_A = a\, 3/5 = 3/5\, d(2-\sqrt{2}) = 3.52\ m \end{cases}$$

c) Il campo elettrico è conservativo
→ conservazione dell'energia meccanica

$$(E_{kin} + E_{pot})_M = (E_{kin} + E_{pot})_A$$

- $E_{kin}(M) = 0$ in quanto nel punto M q_0 è ferma
  $E_{pot}(M) = q_0 \{ V_{Q_1}(M) + V_{Q_2}(M) \}$

$$V_{Q_1}(M) + V_{Q_2}(M) = k_e \frac{Q_1}{d/2} + k_e \frac{Q_2}{d/2} = k_e \frac{6q}{d/2} = k_e \frac{12q}{d}$$

- $E_{kin}(A) = \frac{1}{2} m v_A^2$

$$E_{pot}(A) = q_0 \{ V_{Q_1}(A) + V_{Q_2}(A) \}$$

$$V_{Q_1}(A) + V_{Q_2}(A) = k_e \frac{Q_1}{a} + k_e \frac{Q_2}{d-a} = k_e \frac{4q}{a} + k_e \frac{2q}{d-a}$$
$$= k_e 2q \left\{ \frac{2}{a} + \frac{1}{d-a} \right\} =$$ $d - a = d(\sqrt{2}-1)$
$$= k_e 2q \frac{2d - 2a + a}{a(d-a)} = k_e 2q \frac{1}{d(\sqrt{2}-1)^2}$$

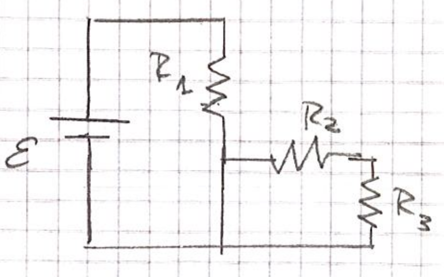
$$v_A^2 = \frac{2}{m} q_0 \left\{ 12 k_e \frac{q}{d} - 2 k_e \frac{q}{d} \frac{1}{(\sqrt{2}-1)^2} \right\} = 618\ (m/s)^2$$

$$v_A = 24.9\ m/s$$

Esercizio #3

a) subito prima della chiusura di T

$$V_{C1} = V_{C2} = 0\ V \rightarrow Q_1 = C_1 V_{C1} = 0\ C$$



R_1 in serie con R_2 ma in parallelo con tratto di circuito con resistenza nulla

$\rightarrow$ in R_2 e R_3 non passa corrente

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{\mathcal{E}}{R} = 2A$$

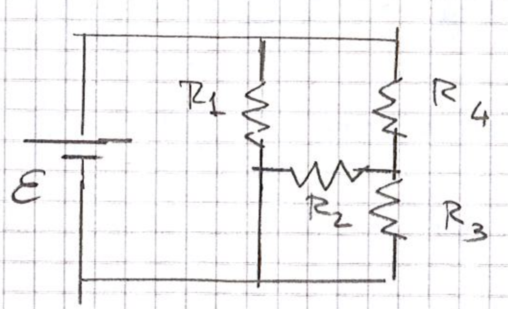
$$i_2 = i_3 = 0\ A$$

$$i_4 = 0\ A \quad (T \text{ aperto})$$

b) subito dopo la chiusura di T

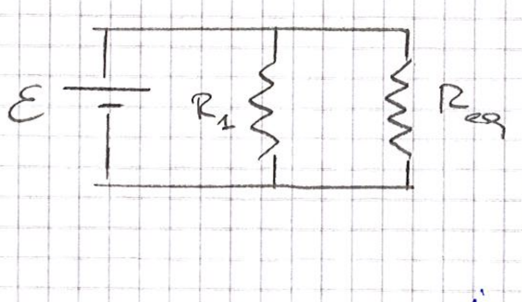
$$\underbrace{V_{C1} = V_{C2} = 0\ V}_{} \rightarrow Q_1 = C_1 V_{C1} = 0\ C$$

la ddp non compie "salti"



$$R_2 \,//\, R_3 \rightarrow R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = \frac{R}{2}$$

R_{23} in serie con R_4 $\quad R_{eq} = R_{23} + R_4 = \frac{3}{2} R$



R_1 in parallelo con R_{eq}

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = \frac{\mathcal{E}}{R} = 2A$$

$$i_4 = i_{eq} = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq}} = \frac{\mathcal{E}}{3/2\, R} = \frac{2}{3}\frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{4}{3}\ A$$

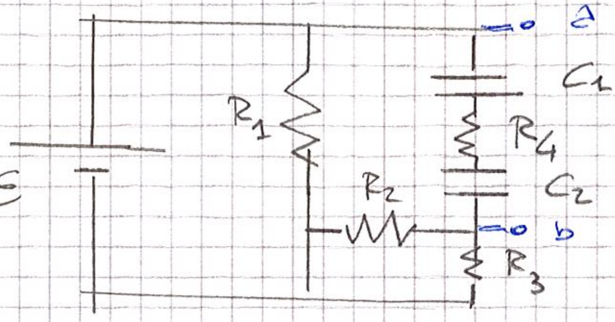
i_4 si ripartisce a metà tra R_2 e R_3

$$i_2 = i_3 = \frac{1}{2} i_4 = \frac{1}{3}\frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{2}{3}\ A$$

c) molto tempo dopo la chiusura di T

-> condensatori si comportano come circuito aperto

$i_4 = 0\,A$



NB C_1 in serie con C_2

$$C_{eq} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} = \frac{3}{5} C_1$$

Per quanto riguarda le correnti, si è nella stessa situazione del quesito a)

$$i_1 = \frac{\mathcal{E}}{R} = 2A$$

$$i_2 = i_3 = 0\,A$$

$$i_4 = 0\,A$$

Per quanto riguarda la ddp ai capi di C_{eq}

$$V_{C_{eq}} = V_a - V_b = \mathcal{E}$$

$$Q_{eq} = C_{eq}\,\mathcal{E} = \frac{3}{5} C_1 \mathcal{E} = 36\,\mu F$$

$Q_1 = Q_{eq}$ per definizione di condensatore in serie

$$Q_1 = 36\,\mu F$$