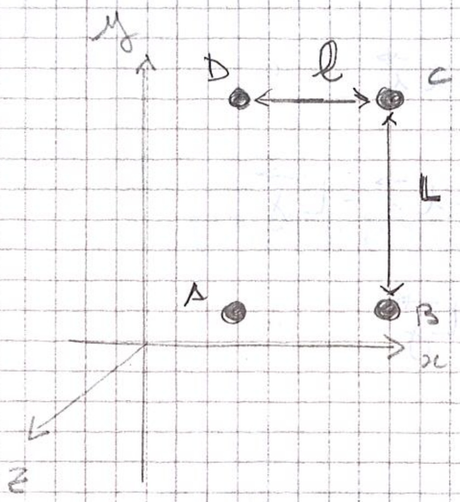
Es #2



Nel piano (x,y)

$A: (x_A, y_A)$

$B: (x_A+\ell, y_A)$

$C: (x_A+\ell, y_A+L)$

$D: (x_A, y_A+L)$

NB: tutte le cariche hanno $z=0$

a) Flusso del campo magnetico:

Scegliendo come versore ~~positivo~~ $\vec{n} = \vec{k}$

$$\Phi_{\vec{B}} = \int_{\text{rettangolo}} \vec{B}\cdot\vec{n}\, dS = \int_{\text{rettangolo}} [a\vec{j} + b\vec{k}]\cdot\vec{k}\, dS =$$

$$= \int_{\text{rettangolo}} b\, dS = b\,\ell\, L$$

b) forza esercitata dal campo magnetico su una delle cariche (= forza di Lorentz)

$$\vec{F} = q\vec{v}\times\vec{B} = Q\,(u\vec{j})\times(a\vec{j} + b\vec{k}) =$$

$$= Qu\left\{a\underbrace{\vec{j}\times\vec{j}}_{=0} + b\underbrace{\vec{j}\times\vec{k}}_{\vec{i}}\right\} = Qub\,\vec{i}$$

c) la carica più vicina all'origine è A

$$\vec{F}_{B\to A} = k_e \frac{Q^2}{|\vec{r}_A - \vec{r}_B|^2}\,\frac{\vec{r}_A - \vec{r}_B}{|\vec{r}_A - \vec{r}_B|}$$

$$\vec{F}_{C\to A} = k_e \frac{Q^2}{|\vec{r}_A - \vec{r}_C|^2}\,\frac{\vec{r}_A - \vec{r}_C}{|\vec{r}_A - \vec{r}_C|}$$

$$\vec{F}_{D\to A} = k_e \frac{Q^2}{|\vec{r}_A - \vec{r}_D|^2}\,\frac{\vec{r}_A - \vec{r}_D}{|\vec{r}_A - \vec{r}_D|}$$

$$\vec{r}_A - \vec{r}_B = (x_A - x_B)\vec{i} + (y_A - y_B)\vec{j} + (z_A - z_B)\vec{k} = -\ell\,\vec{i}$$

$$\vec{r}_A - \vec{r}_C = (x_A - x_C)\vec{i} + (y_A - y_C)\vec{j} + (z_A - z_C)\vec{k} = -\ell\,\vec{i} - L\,\vec{j}$$

$$\vec{r}_A - \vec{r}_D = (x_A - x_D)\vec{i} + (y_A - y_D)\vec{j} + (z_A - z_D)\vec{k} = -L\,\vec{j}$$

$$\vec{F}_{B\,su\,A} = k_e \frac{Q^2}{\ell^2}(-\vec{i})$$

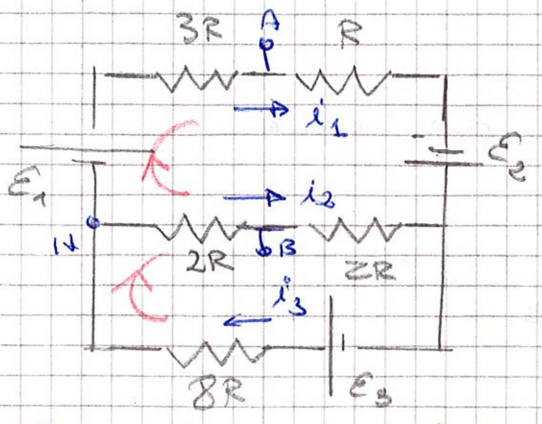
$$\vec{F}_{C\,su\,A} = k_e \frac{Q^2}{(\ell^2+L^2)^{3/2}}(-\ell\,\vec{i} - L\,\vec{j})$$

$$\vec{F}_{D\,su\,A} = k_e \frac{Q^3}{L^2}(-\vec{j})$$

Principio di sovrapposizione:

$$\vec{F}_{tot} = -k_e Q^3 \left\{ \left[\frac{1}{\ell^2} + \frac{\ell}{(\ell^2+L^2)^{3/2}} \right]\vec{i} + \left[\frac{1}{L^2} + \frac{L}{(\ell^2+L^2)^{3/2}} \right]\vec{j} \right\}$$

ES #3



Maglie percorse in verso orario

Per calcolare la potenza totale dissipata nel circuito occorre calcolare le 3 correnti i_1, i_2, i_3 → leggi di Kirchhoff

LdK nodi: nodo N $\quad i_1 + i_2 = i_3$

LdK maglie: maglia superiore $\quad \mathcal{E}_1 - i_1 4R + \mathcal{E}_2 + i_2 4R = 0$

LdK maglie: maglia inferiore $\quad -4R\, i_2 + \mathcal{E}_3 - 8R\, i_3 = 0$

↑ $i_3 = i_1 + i_2$

$$\begin{cases} \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 - 4R i_1 + 4R i_2 = 0 \\ \mathcal{E}_3 - 8R i_1 - 12R i_2 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4R i_1 + 4R i_2 = -2V_0 \\ -8R i_1 - 12R i_2 = -2V_0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} i_1 = +\frac{4}{10}\frac{V_0}{R} \\ i_2 = -\frac{1}{10}\frac{V_0}{R} \end{cases} \qquad i_3 = i_1 + i_2 = +\frac{3}{10}\frac{V_0}{R}$$

a) potenza dissipata (effetto Joule)

$$P = i_1^2 (4R) + i_2^2 (4R) + i_3^2 (8R) =$$

$$= \frac{16}{100}\frac{V_0^2}{R^2} 4R + \frac{1}{100}\frac{V_0^2}{R^2} 4R + \frac{9}{100}\frac{V_0^2}{R^2} 8R = \frac{140}{100}\frac{V_0^2}{R} = \frac{7}{5}\frac{V_0^2}{R}$$

b) $V_A - V_B$: $\quad V_A + i_2 2R + \mathcal{E}_1 - i_1 3R = V_B$

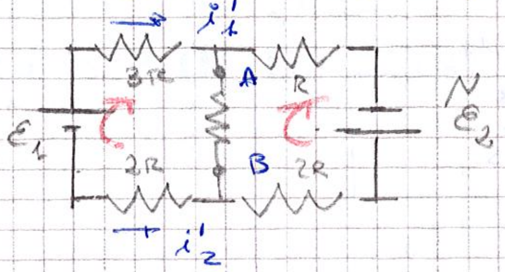
$$V_A - V_B = -\mathcal{E}_1 - i_2 2R + i_1 3R = -\frac{4}{10} V_0$$

c) Nel resistore posto fra i punti A e B non passa corrente → $V_A - V_B = 0V$

La presenza di un nuovo resistore e di una nuova f.e.m. cambia le correnti calcolate nel quesito "a)"

$i_1' + i_2' = i_3'$

La condizione $V_A - V_B = 0$ si traduce in due equazioni



$$
\begin{cases}
\text{I} & -i_1' R + \tilde{\mathcal{E}}_2 + i_2' 2R = 0 \quad (DX) \\
\text{II} & -i_1' 3R + \mathcal{E}_1 + i_2' 2R = 0 \quad (SX)
\end{cases}
$$

III $\quad \mathcal{E}_3 - 8R\, i_1' - 12R\, i_2' = 0$

Risolvendo le equazioni II e III

$$
\begin{cases}
i_1' 3R - \mathcal{E}_1 - i_2' 2R = 0 \\
\mathcal{E}_3 - i_1' 8R - i_2' 12R = 0
\end{cases}
$$

$$
\begin{cases}
3R\, i_1' - 2R\, i_2' = V_0 \\
-8R\, i_1' - 12R\, i_2' = -2V_0
\end{cases}
\rightarrow \quad i_1' = \frac{8}{26}\frac{V_0}{R} \qquad i_2' = -\frac{1}{26}\frac{V_0}{R}
$$

$$i_3' = i_1' + i_2' = \frac{7}{26}\frac{V_0}{R}$$

Sostituendo i_1' e i_2' nell'equazione I

$$\tilde{\mathcal{E}}_2 = R i_1' - 2R i_2' = +\frac{8}{26} V_0 + \frac{2}{26} V_0 = \frac{10}{26} V_0 = \frac{5}{13} V_0$$