Jogos Digitais

Disciplina de Computação Gráfica

Primitivas Geométricas - Linhas

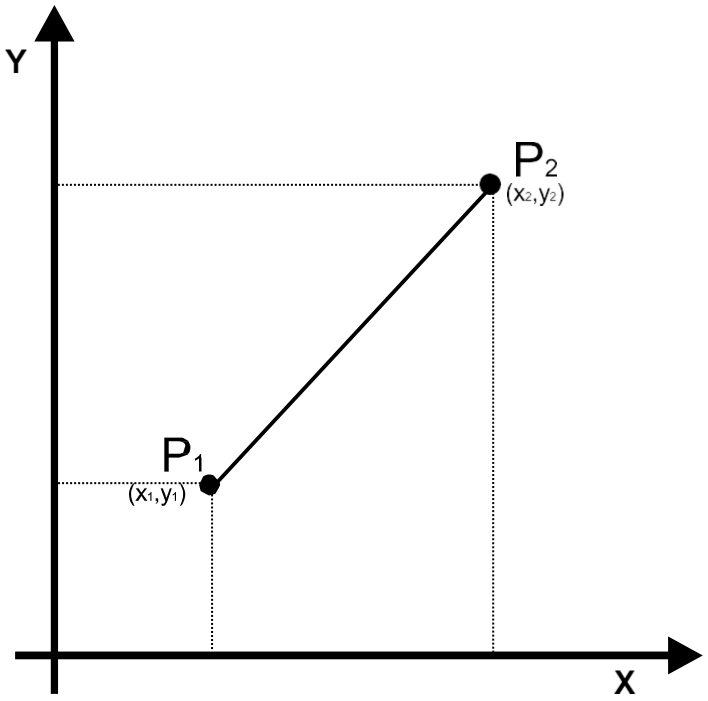
Aula 06

Professor: André Flores dos Santos

Santa Maria – RS 2025

Reta

- Podemos definir uma reta como sendo uma sucessão de infinitos pontos, distintos, alinhados.



Segmento de Reta P_1P_2 ⟶

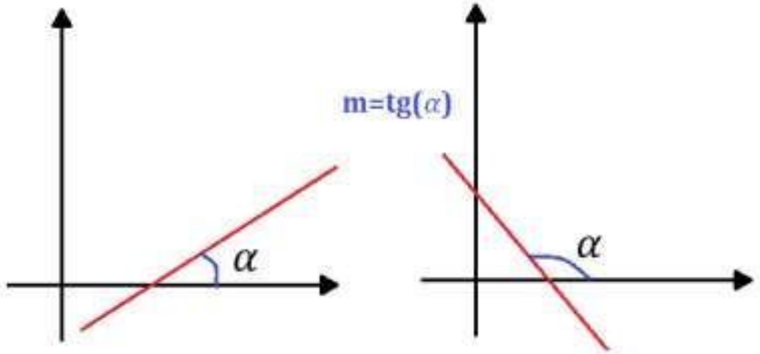
Origem P_1

Direção P_1 P_2

Reta

- Equação geral da reta:
  - $ax + by + c = 0$

- Equação reduzida da reta:
  - $y = mx + b$, onde



- Com dois pontos pode-se calcular:
  - $m = \frac{y2 - y1}{x2 - x1}$
  - $b = y - (m * x)$

Coeficiente angular da reta = tangente do seu ângulo de inclinação → mede o grau de inclinação da reta em relação ao eixo x.

Coeficiente linear = é a ordenada do ponto onde a reta corta o eixo y

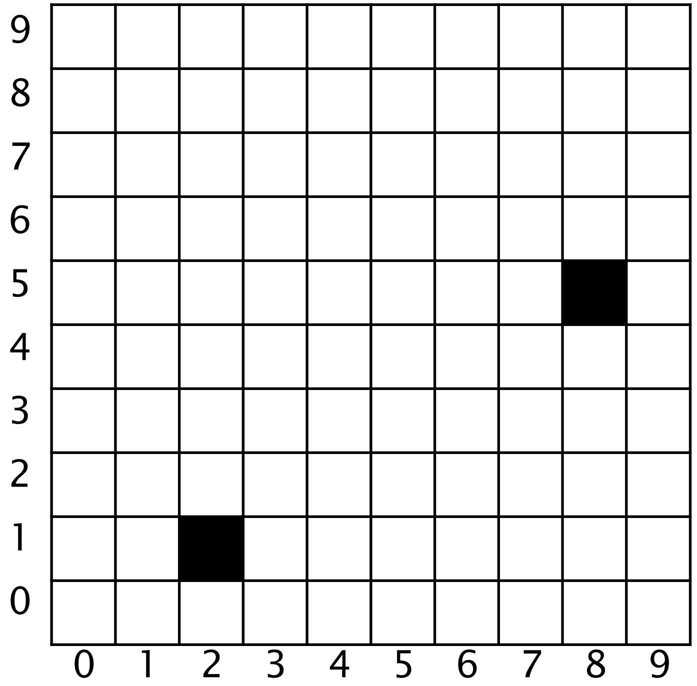
Rasterização

- Rasterização é o processo de conversão de uma imagem vetorial em uma imagem raster (pixeis) para uma saída de vídeo;

- Esse processo é necessário para o desenho de primitivas geométricas em um monitor, como por exemplo, de uma reta ou linha.

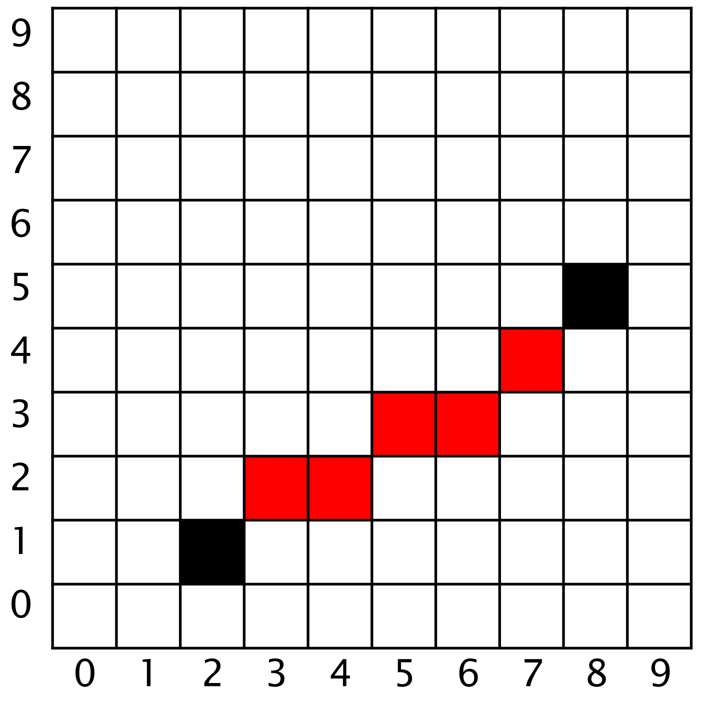
Rasterização de linhas

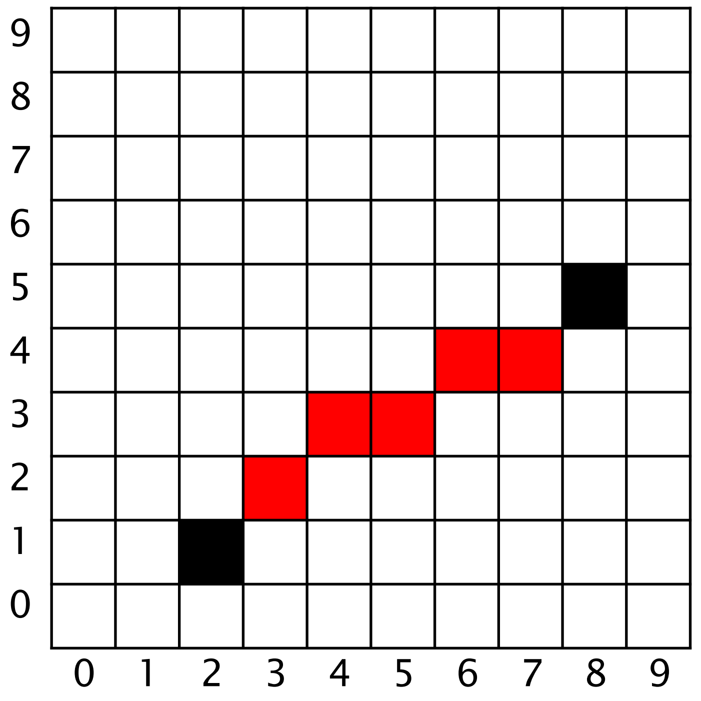
- Problema:
  - como desenhar/rasterizar uma linha do ponto (2,1) até o ponto (8,5) ?



Rasterização de linhas

- Possíveis soluções?





Algumas soluções

- Algoritmo natural
- Algoritmo DDA

Algoritmo natural

- O algoritmo mais simples para a rasterização de linhas é o algoritmo que faz uso da equação reduzida da reta:

$$y = mx + b$$

- Para isso, a partir de dois pontos, calcula-se a equação reduzida da reta, e a partir daí são definidos os pontos que devem ser plotados na tela.

Algoritmo natural

- Funcionamento:
  - A partir de dois pontos P_0 (x_0,y_0) e $P_1(x_1,y_1)$, deseja-se rasterizar uma linha que vá de P_0 até P_1. Para isso, devemos seguir os seguintes passos:

1. Calculamos a diferença entre x's e y's dos dois pontos:

$$\Delta x = x_1 - x_0$$

$$\Delta y = y_1 - y_0$$

1. Se $\Delta x = 0$, significa $x_1 = x_0$, logo temos uma reta vertical, portanto, simplesmente pintamos todos os pixeis entre y_0 e y_1:

```
for (y=y₀; y<=y₁; y++){
  plota(x₀,y);
}
```

Algoritmo natural

- Funcionamento:

3. Caso $\Delta x \neq 0$, calculamos o coeficiente angular e linear da reta:

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} \qquad b = y_0 - m * x_0$$

4. Então surgem dois possíveis cenários:

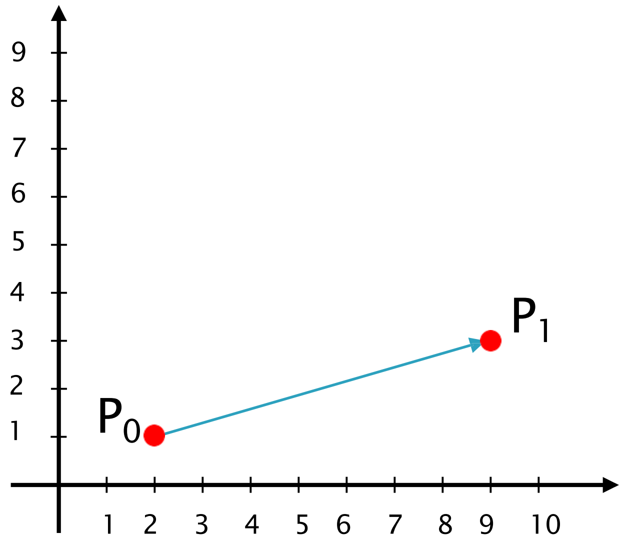
Cenário 1: $m \leq 1$ ($\alpha \leq 45°$), significa que x cresce mais rápido que y na reta, portanto, precisamos calcular para cada x o valor de y correspondente a ser plotado;

Cenário 2: $m > 1$ ($\alpha > 45°$), significa que y cresce mais rápido que x na reta, portanto, precisamos calcular para cada y o valor de x correspondente a ser plotado;

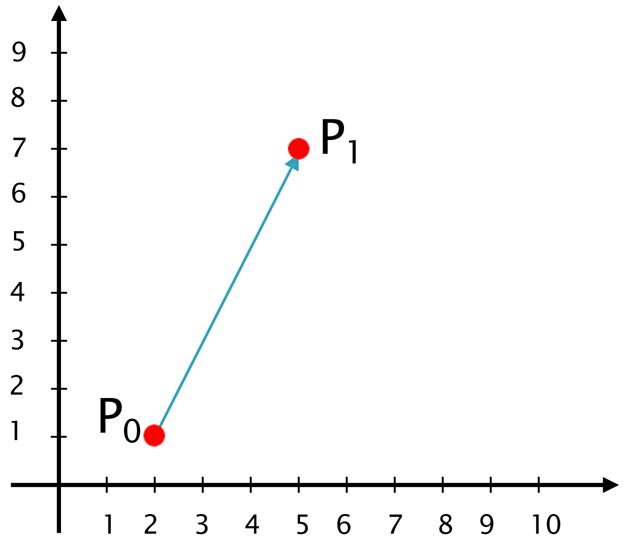
Algoritmo natural

- Possíveis cenários:

Cenário 1: $m \leq 1$ ($\alpha \leq 45°$)
x cresce mais rápido que y



Cenário 2: $m > 1$ ($\alpha > 45°$)
y cresce mais rápido que x



Algoritmo natural

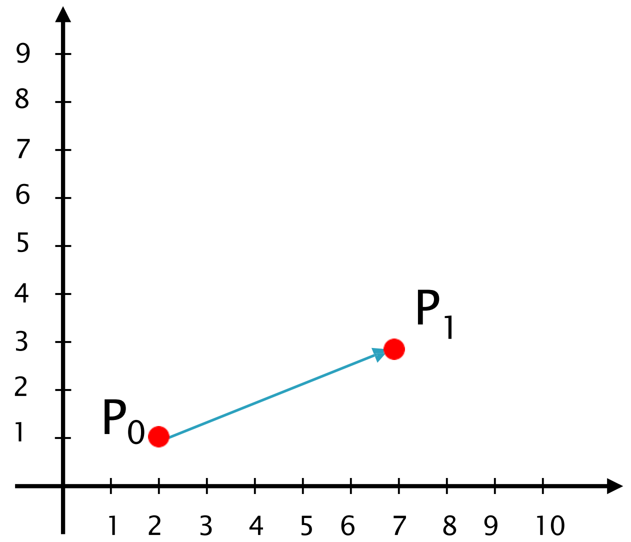
- Cenário 1: $m \leq 1$

  - Se x cresce mais rápido que y, calculamos para cada x no intervalo de x_0 e x_1 os valores de y a serem plotados, de acordo com a equação da reta:

```
for(x=x0; x<=x1;x++){
  //arredondamos pois precisamos de x's e y's inteiros
  y=round(m*x+b);
  plota(x,y);
}
```

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$
  - Ex:



P_0 (2,1)
P_1 (7,3)

$$m = \frac{3-1}{7-2} = \frac{2}{5} = 0.40$$

$$b = 1 - 0.40 * 2 = 0.20$$

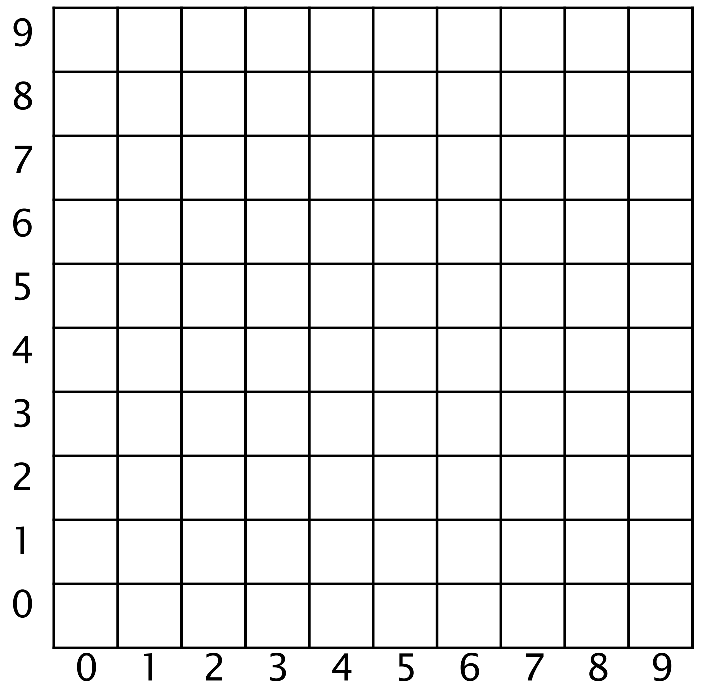
Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (7,3)

$m = 0.40$
$b = 0.20$

x	y	y (arredondado)
2	1.0	



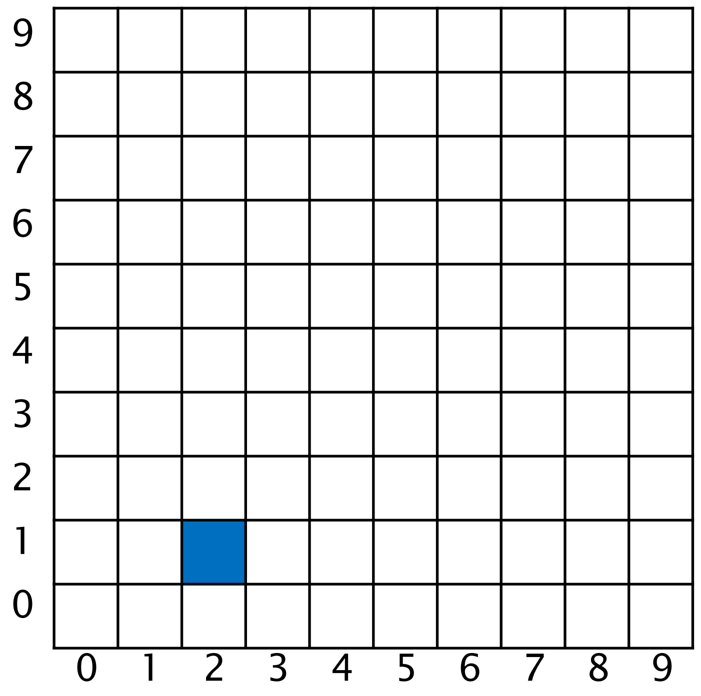
Calculamos o valor de y para x=2:
y=0.40*x+0.2=0.40*2+0.2=1.0

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	y (arredondado)
2	1.0	1



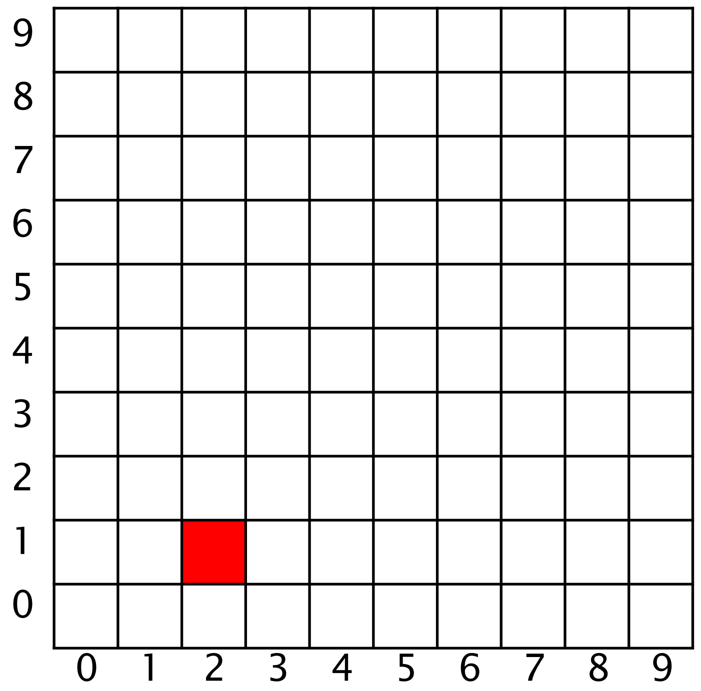
Arredondamos y e pintamos o ponto (2,1)

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	y (arredondado)
2	1.0	1
3		



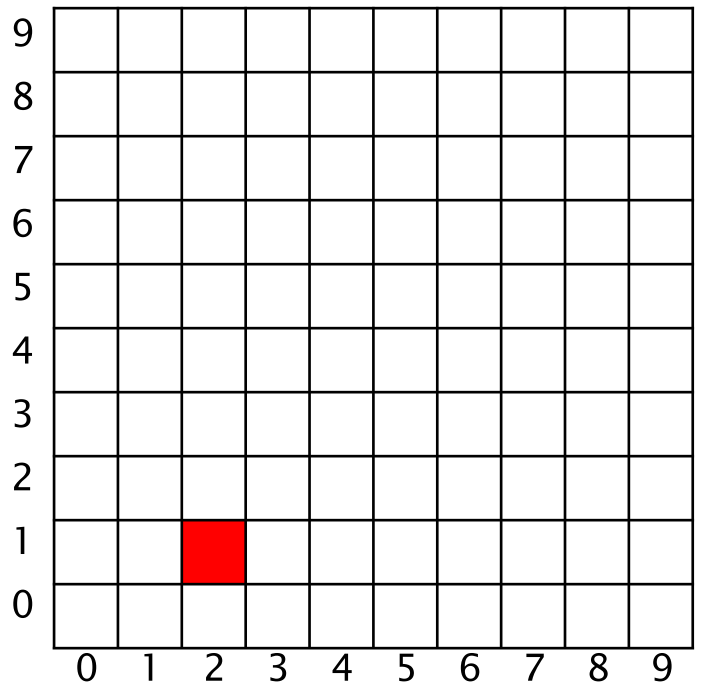
Incrementamos x

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	



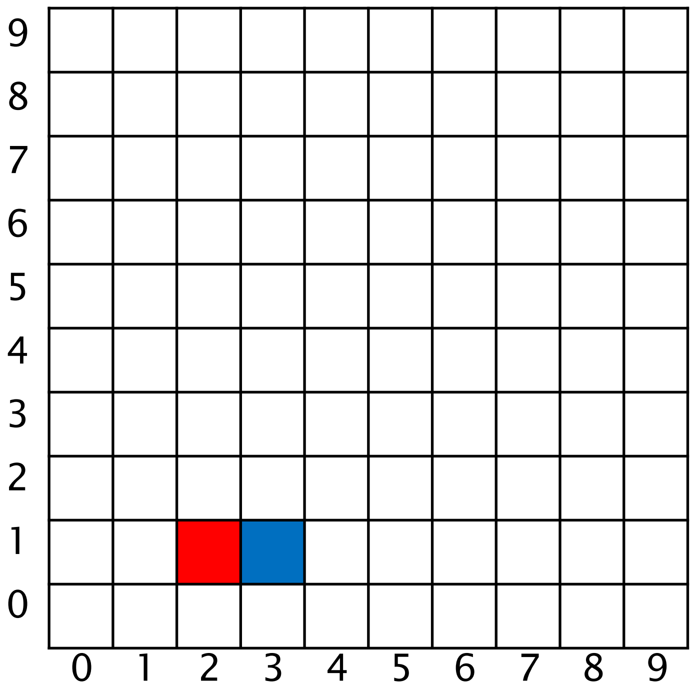
Calculamos o valor de y para x=3:
y=0.40*x+0.2=0.40*3+0.2=1.4

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1



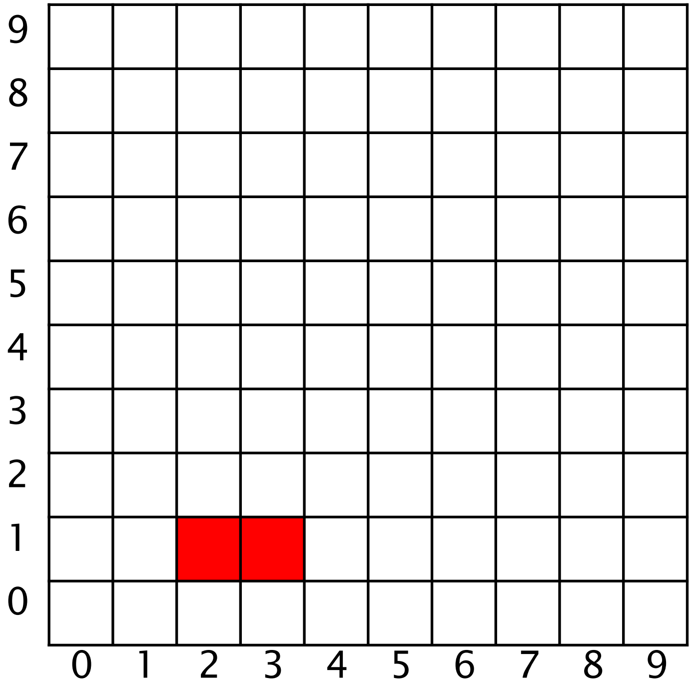
Arredondamos y e pintamos o ponto (3,1)

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1
4	1.8	



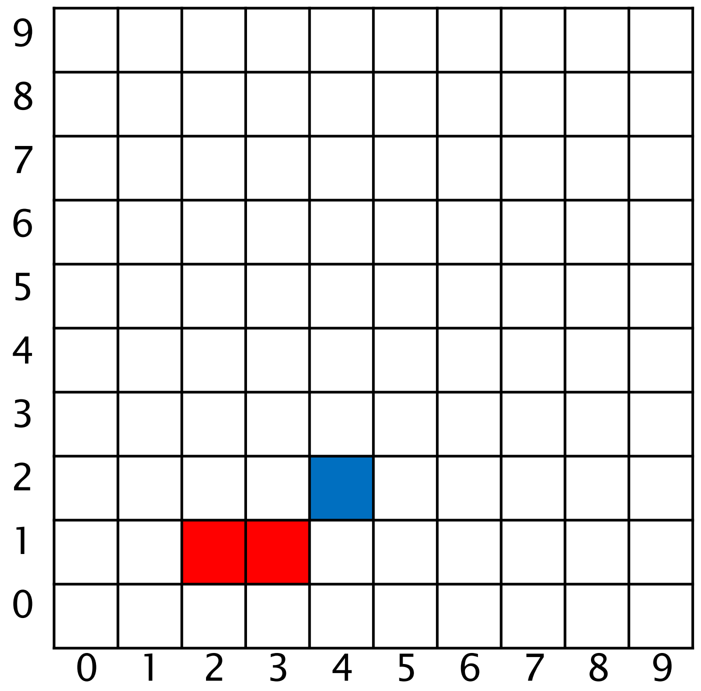
Incrementamos x
Calculamos o valor de y para x=4:
y=0.40*x+0.2=0.40*4+0.2=1.8

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1
4	1.8	2



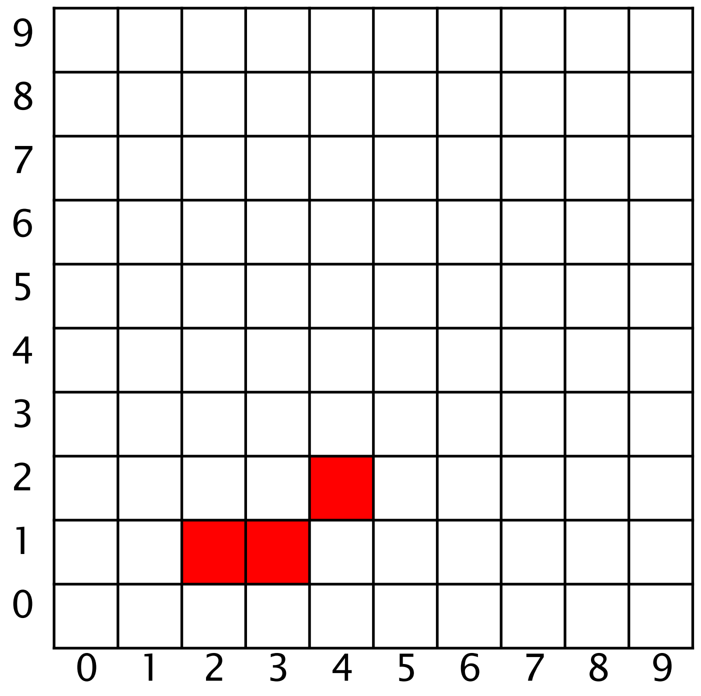
Arredondamos y e pintamos o ponto (4,2)

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1
4	1.8	2
5	2.2	



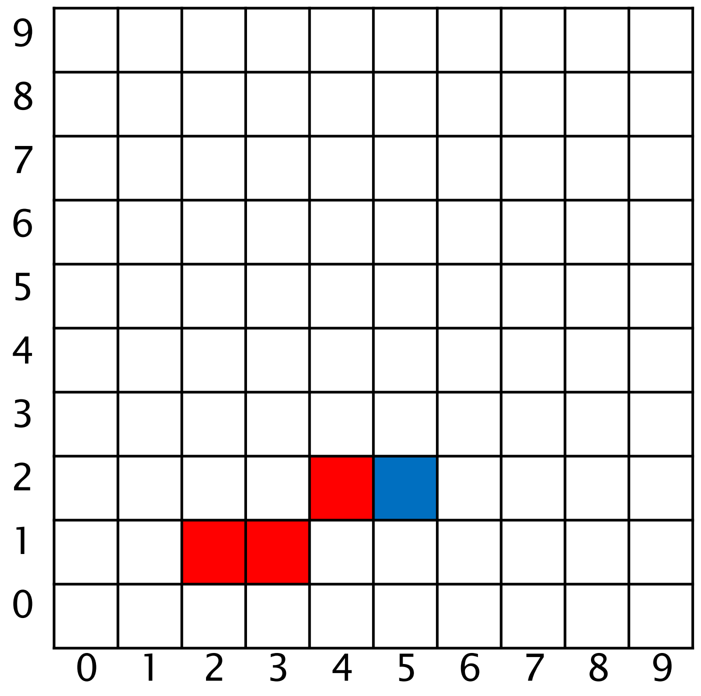
Incrementamos x
Calculamos o valor de y para x=5:
y=0.40*x+0.2=0.40*5+0.2=2.2

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1
4	1.8	2
5	2.2	2



Arredondamos y e pintamos o ponto (5,2)

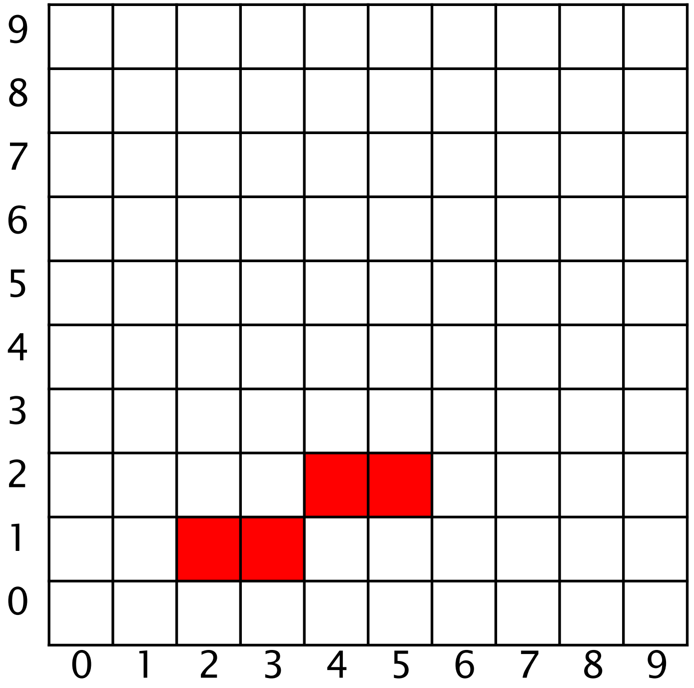
Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$

P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1
4	1.8	2
5	2.2	2
6	2.6	



Incrementamos x

Calculamos o valor de y para x=6:

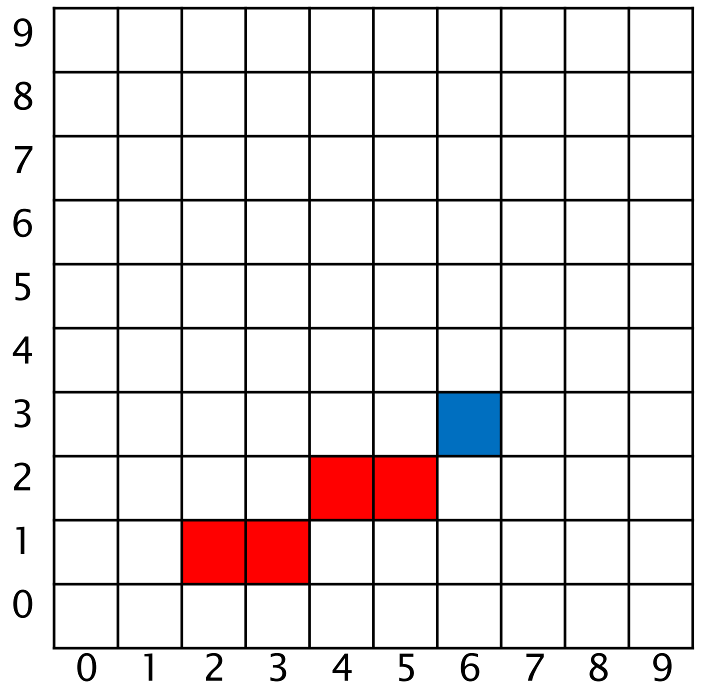
y=0.40*x+0.2=0.40*6+0.2=2.6

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $\quad m = 0.40$
P_1 (7,3) $\quad b = 0.20$

x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1
4	1.8	2
5	2.2	2
6	2.6	3



Arredondamos y e pintamos o ponto (6,3)

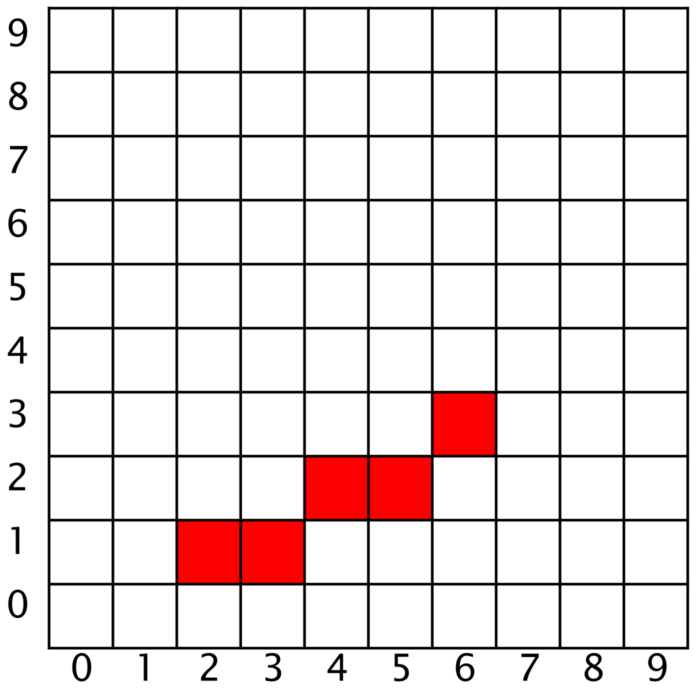
Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $\quad m = 0.40$

P_1 (7,3) $\quad b = 0.20$

x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1
4	1.8	2
5	2.2	2
6	2.6	3
7	3.0	



Incrementamos x

Calculamos o valor de y para x=7:

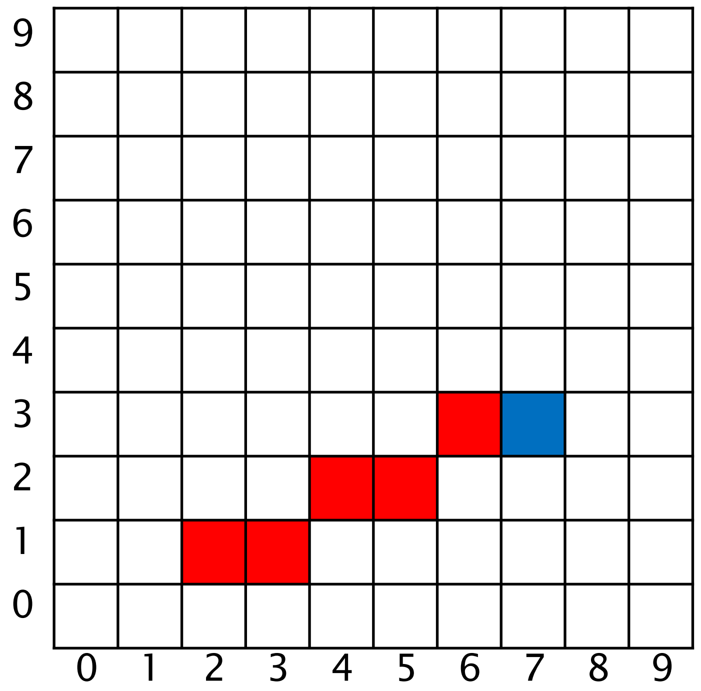
y=0.40*x+0.2=0.40*7+0.2=3.0

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1
4	1.8	2
5	2.2	2
6	2.6	3
7	3.0	3



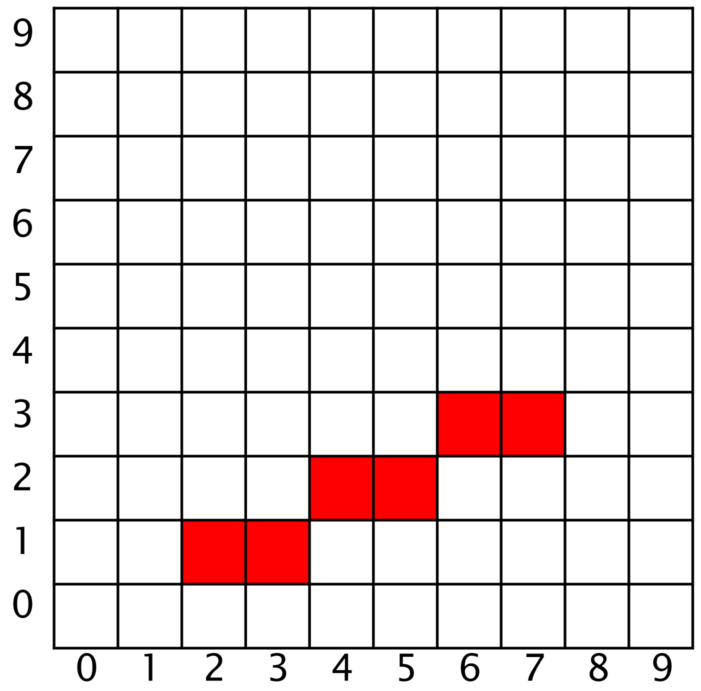
Arredondamos y e pintamos o ponto (7,3)

Algoritmo natural

- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1) $m = 0.40$
P_1 (7,3) $b = 0.20$

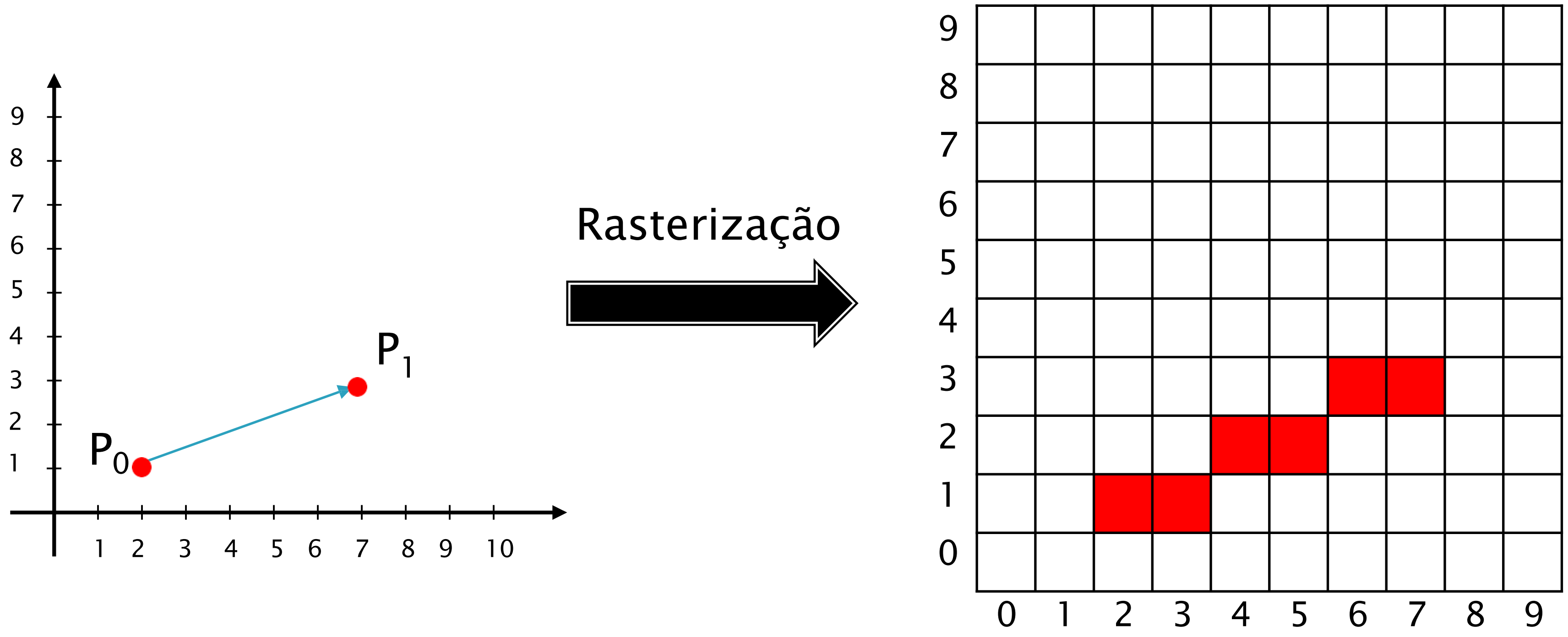
x	y	Y (arredondado)
2	1.0	1
3	1.4	1
4	1.8	2
5	2.2	2
6	2.6	3
7	3.0	3



Fim do algoritmo, pois x chegou ao limite

Algoritmo Natual

- Cenário 1: $m \leq 1$



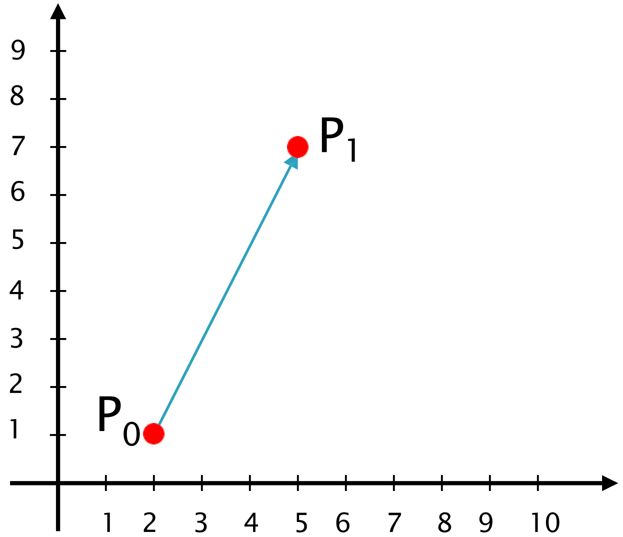
Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$
  - Se y cresce mais rápido que x, calculamos para cada y no intervalo de y_0 e y_1 os valores de x a serem plotados, de acordo com a equação da reta:

```
for(y=y0; y<=y1 ;y++){
  x=round((y-b)/m);
  plota(x,y);
}
```

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$
  - Ex:



P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$m = \frac{7-1}{5-2} = \frac{6}{3} = 2$$

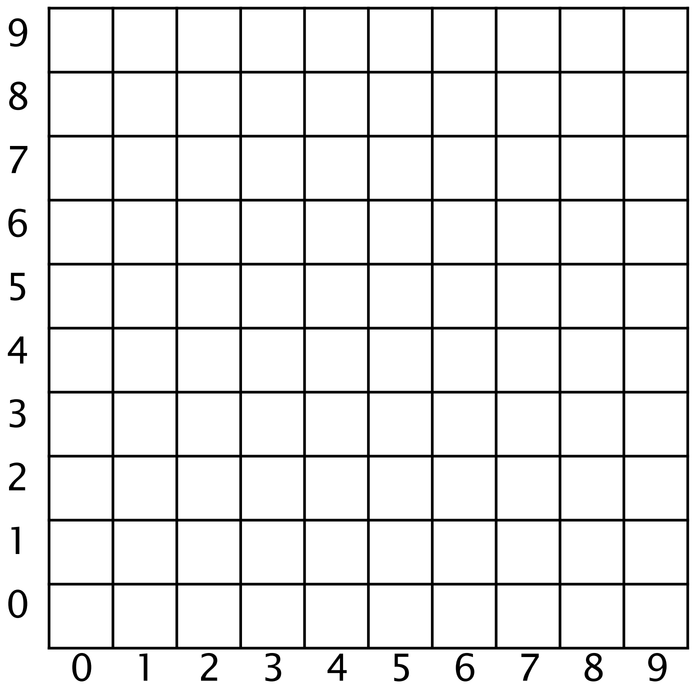
$$b = 1 - 2 * 2 = -3$$

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0		1



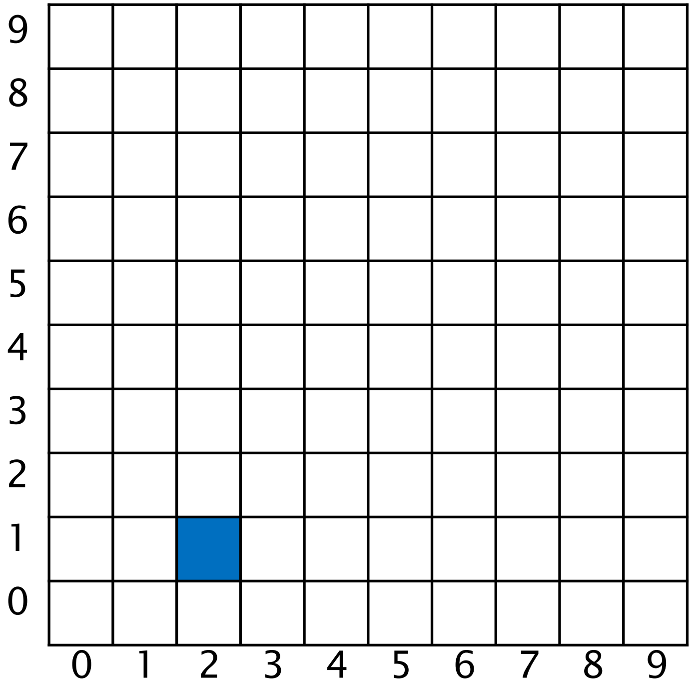
Calculamos o valor de x para y=1:
x=(y–(–3))/2=(1+3)/2=2.0

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1



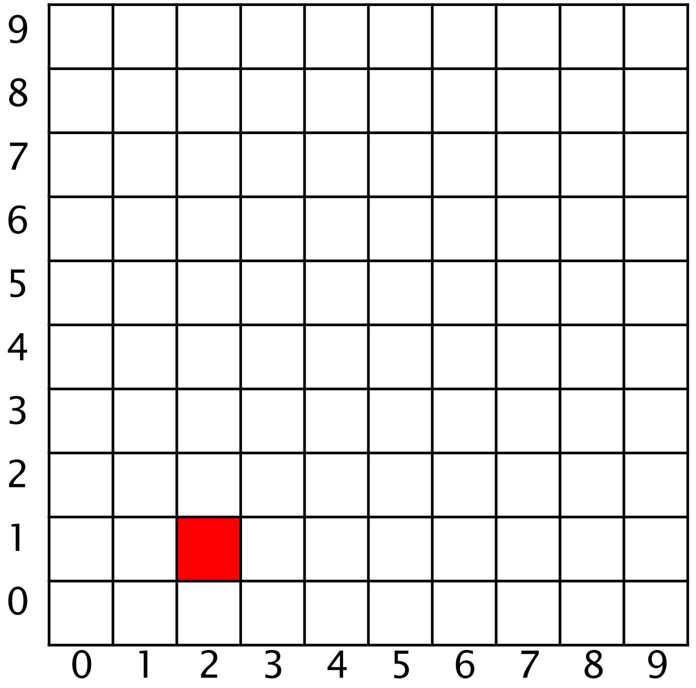
Arredondamos x e pintamos o ponto (2,1)

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5		2



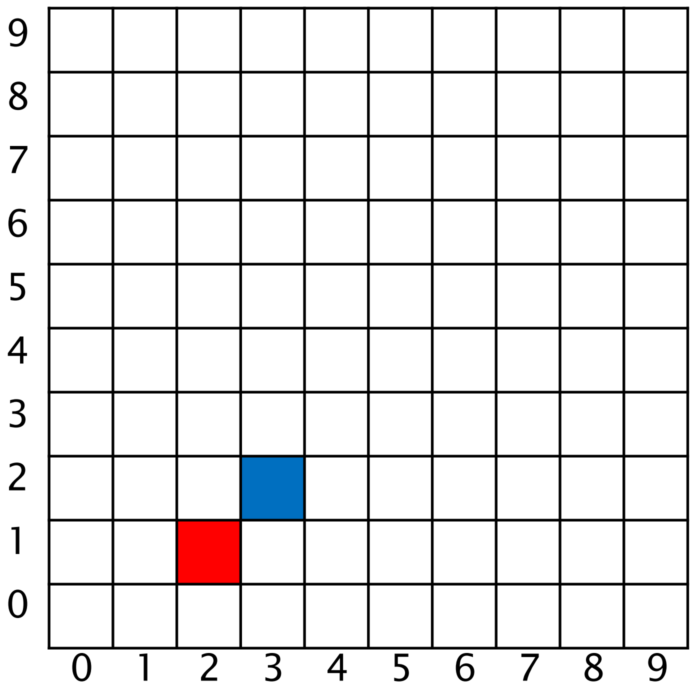
Incrementamos y
Calculamos o valor de x para y=2:
$x=(y-(-3))/2=(2+3)/2=2.5$

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2



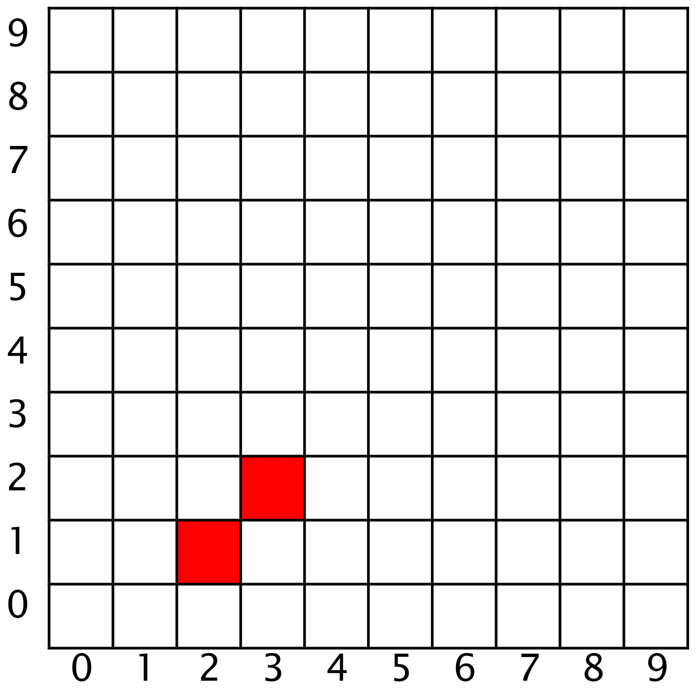
Arredondamos x e
pintamos o ponto (3,2)

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0		3



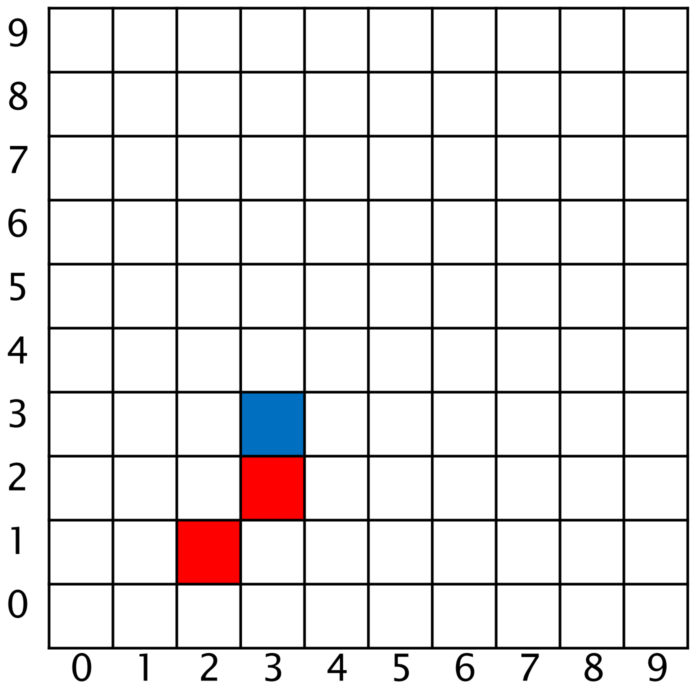
Incrementamos y
Calculamos o valor de x para y=3:
$x=(y-(-3))/2=(3+3)/2=3.0$

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3



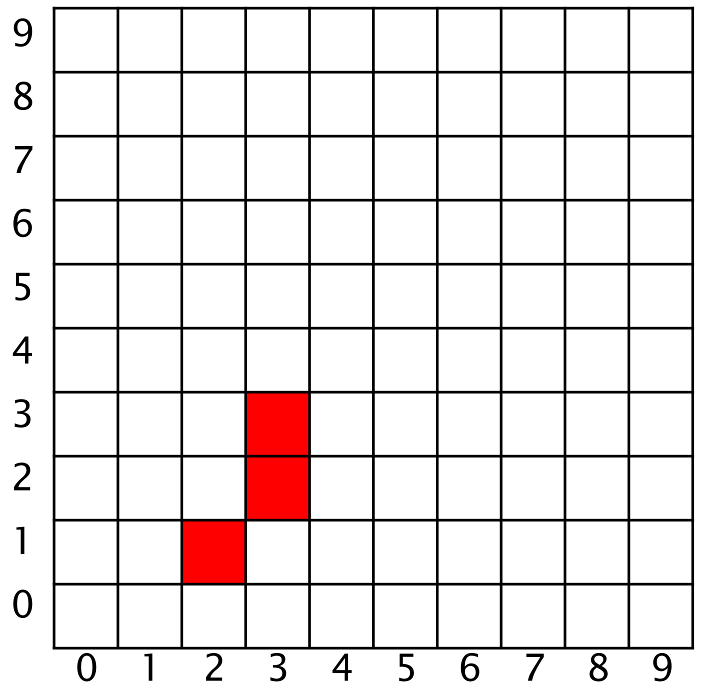
Arredondamos x e
pintamos o ponto (3,3)

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3
3.5		4



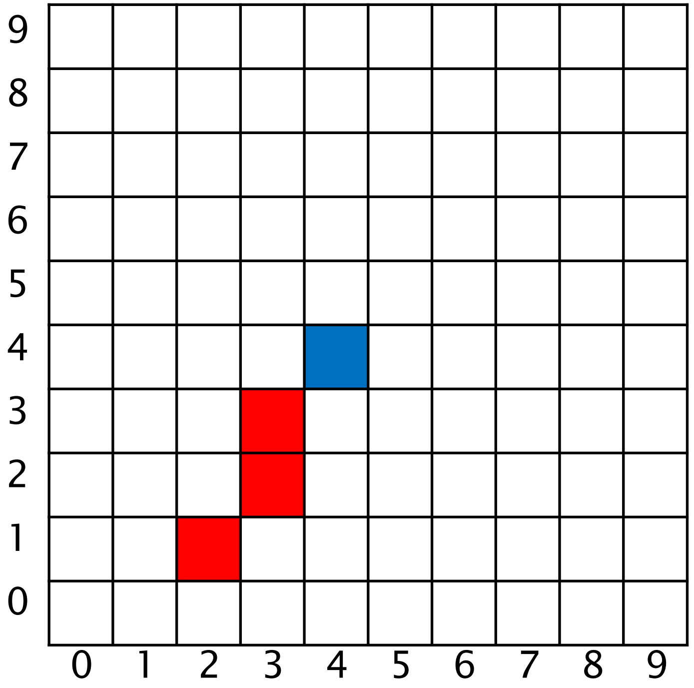
Incrementamos y
Calculamos o valor de x para y=4:
x=(y-(-3))/2=(4+3)/2=3.5

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3
3.5	4	4



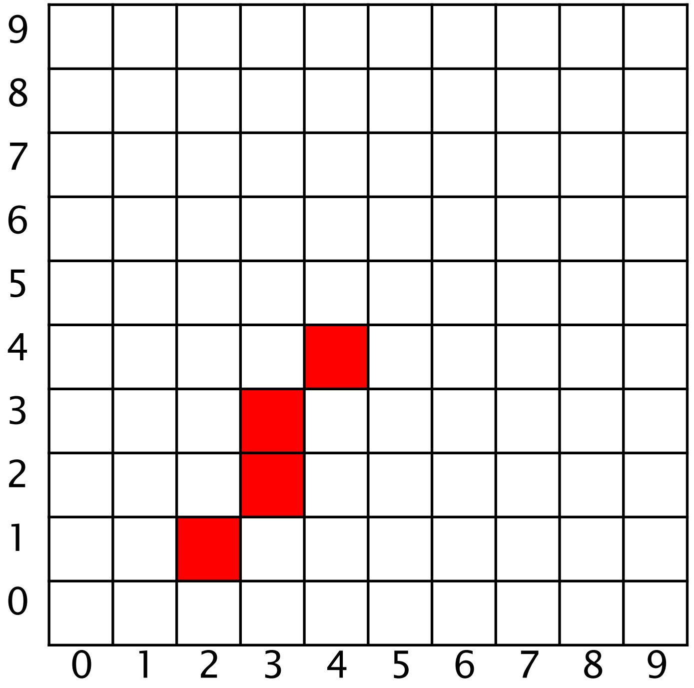
Arredondamos x e
pintamos o ponto (4,4)

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3
3.5	4	4
4.0		5



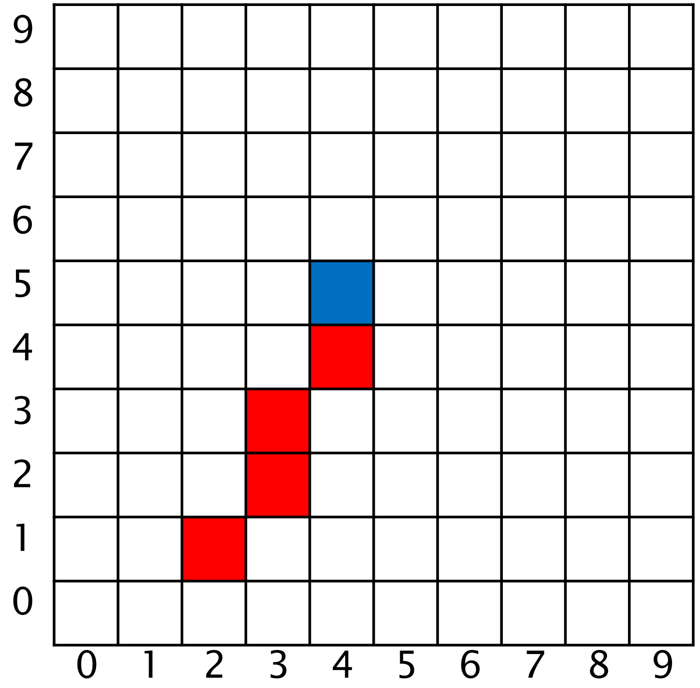
Incrementamos y
Calculamos o valor de x para y=5:
x=(y-(-3))/2=(5+3)/2=4.0

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3
3.5	4	4
4.0	4	5



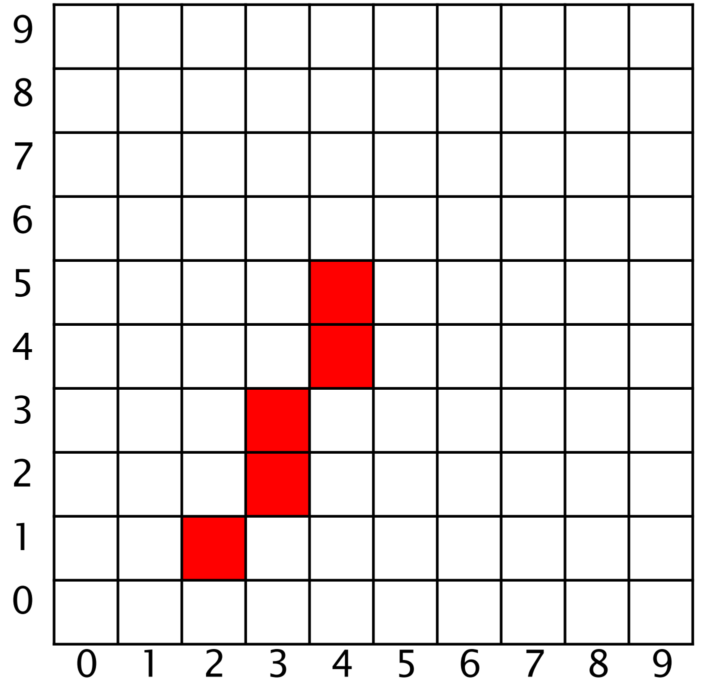
Arredondamos x e pintamos o ponto (4,5)

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3
3.5	4	4
4.0	4	5
4.5		6



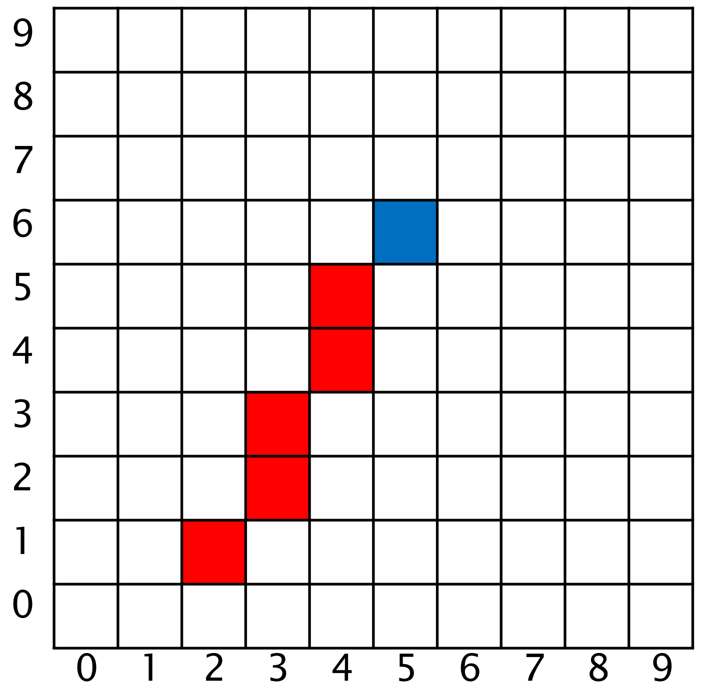
Incrementamos y
Calculamos o valor de x para y=6:
x=(y-(-3))/2=(6+3)/2=4.5

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3
3.5	4	4
4.0	4	5
4.5	5	6



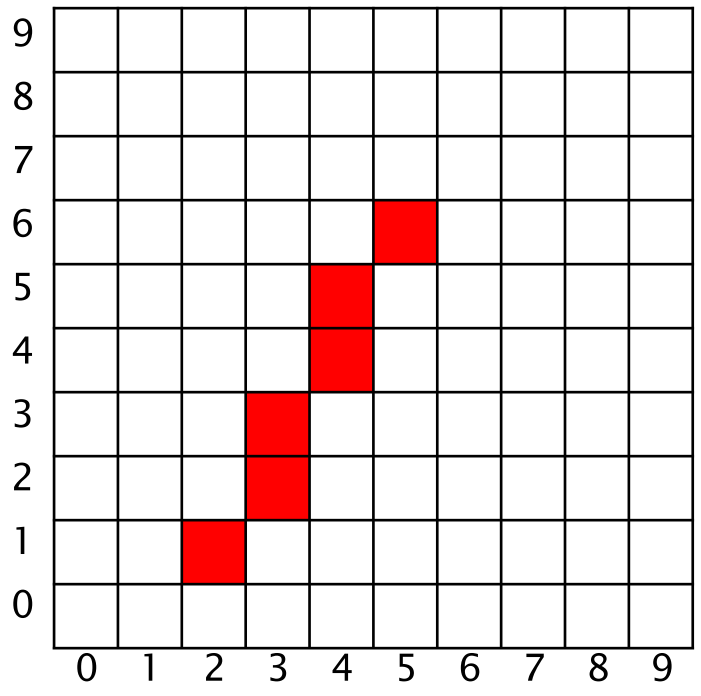
Arredondamos x e
pintamos o ponto (5,6)

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3
3.5	4	4
4.0	4	5
4.5	5	6
5.0		7



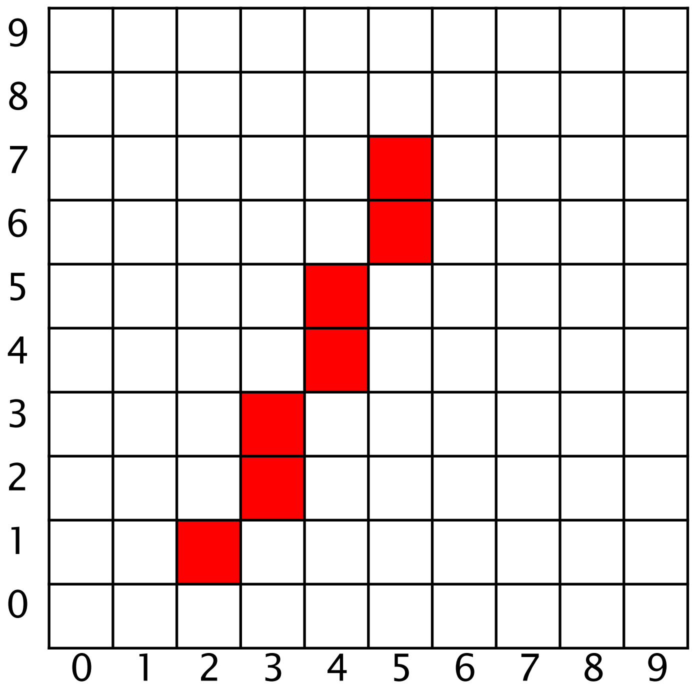
Incrementamos y
Calculamos o valor de x para y=7:
x=(y-(-3))/2=(7+3)/2=5.0

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1)　　$m = 2.00$
P_1 (5,7)　　$b = -3$

x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3
3.5	4	4
4.0	4	5
4.5	5	6
5.0	5	7



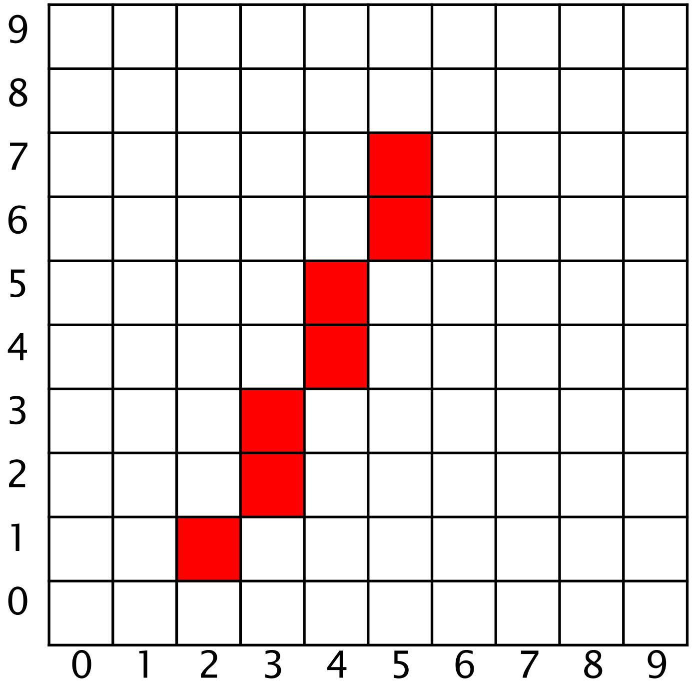
Arredondamos x e
pintamos o ponto (5,7)

Algoritmo natural

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1) $m = 2.00$
P_1 (5,7) $b = -3$

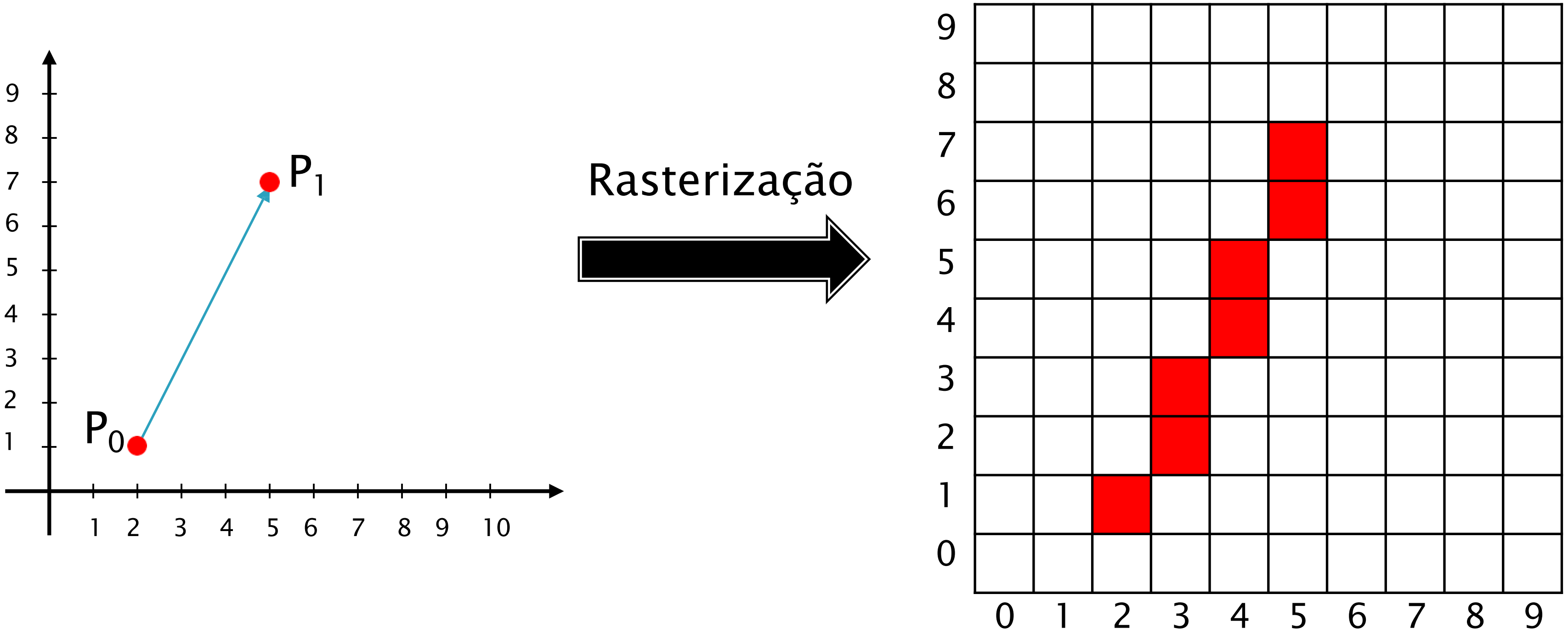
x	x (arredondado)	y
2.0	2	1
2.5	3	2
3.0	3	3
3.5	4	4
4.0	4	5
4.5	5	6
5.0	5	7



Fim do algoritmo, pois y chegou ao limite

Algoritmo natural

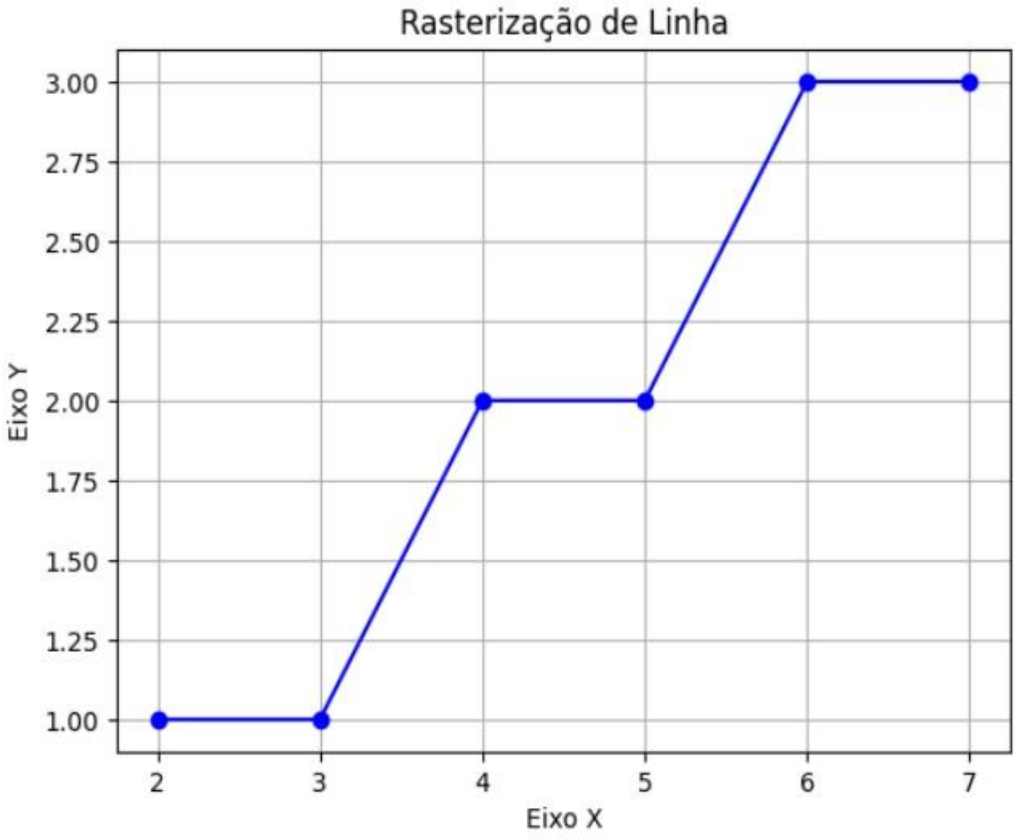
- Cenário 2: $m > 1$



Algoritmo natural

- Testar o algoritmo em python:
- https://github.com/andreflores2009/ComputacaoGrafica_2025-01_JD/blob/main/Exercicios/Aula06/algoritmo_natural_linhas.py

Resultado



Algoritmo DDA

- O algoritmo DDA (Digital Differential Analyzer
  – Analisador Diferencial Digital) é um algoritmo utilizado para rasterização de linhas em um display de vídeo;

- Ele pode ser utilizado também para triângulos e polígonos;

Algoritmo DDA

- Funcionamento:
  - A partir de dois pontos P_0 (x_0,y_0) e $P_1(x_1,y_1)$, deseja-se rasterizar uma linha que vá de P_0 até P_1. Para isso, devemos seguir os seguintes passos:

    – Calcular o coeficiente angular da reta formada P_0 e P_1:

    $$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y1 - y0}{x1 - x0}$$

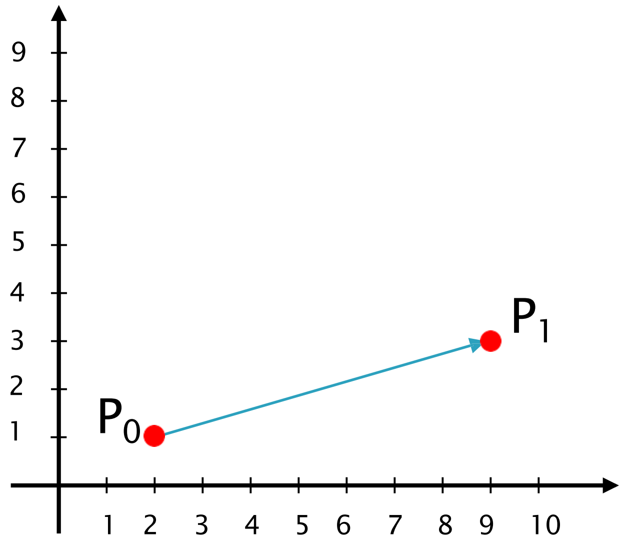
    – Pintamos na tela o pixel da posição inicial (x_0,y_0);

    – Para definir quais são os próximos pixeis (x,y) a serem pintados, surgem novamente os dois possíveis cenários a partir do valor obtido de m:

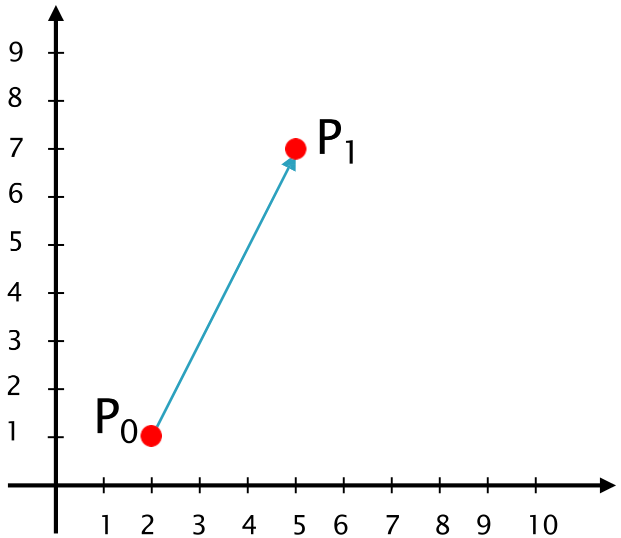
Algoritmo DDA

- Possíveis cenários:

Cenário 1: $m \leq 1$
X cresce mais rápido que y

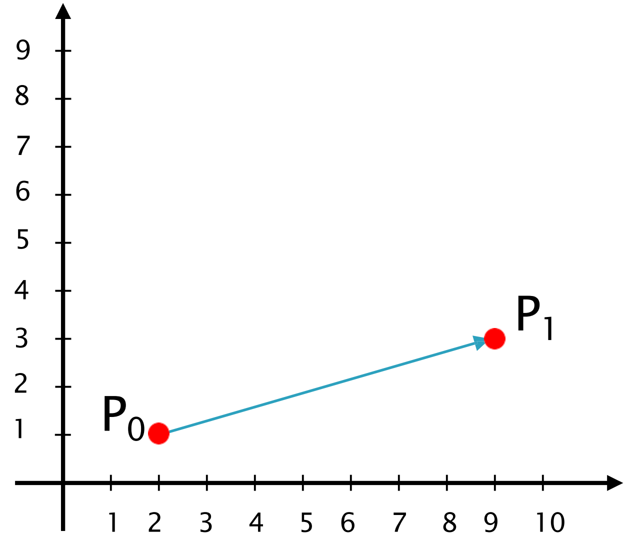


Cenário 2: $m > 1$
y cresce mais rápido que x



Algoritmo DDA

- Cenário 1: $m \leq 1$
  - Se $m \leq 1$, isso significa que x incrementa mais rápido de y na reta formada por P_0 e P_1, portanto:
    - $\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + 1}$;
    - $\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + m}$;
      - Ao pintarmos o pixel na posição (x,y), precisamos sempre arredondar o valor de y para inteiro.



P_0 (2,1)

P_1 (9,3)

$$m = \frac{3-1}{9-2} = \frac{2}{7} = 0.30$$

Algoritmo DDA

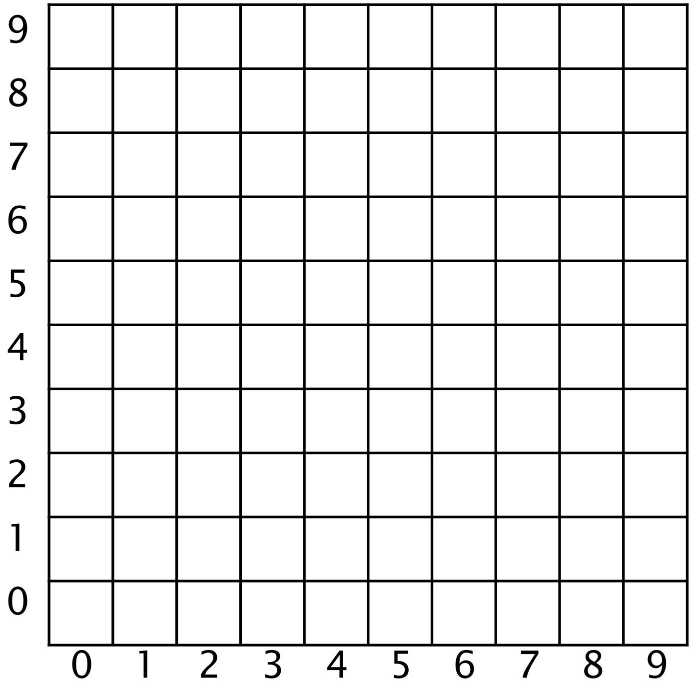
- Cenário 1: $m \leq 1$

P$_0$ (2,1)
P$_1$ (9,3)

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

$m = 0.30$

x	y	xPlot	yPlot
2	1		



Algoritmo DDA

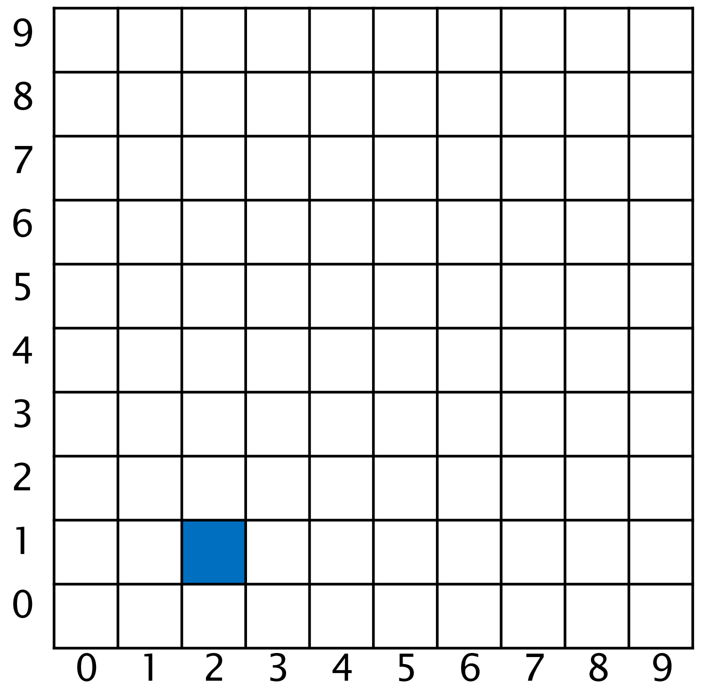
- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$m = 0.30$

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + 1;}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + m;}$$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1



Começamos pintando o ponto inicial P_0

Algoritmo DDA

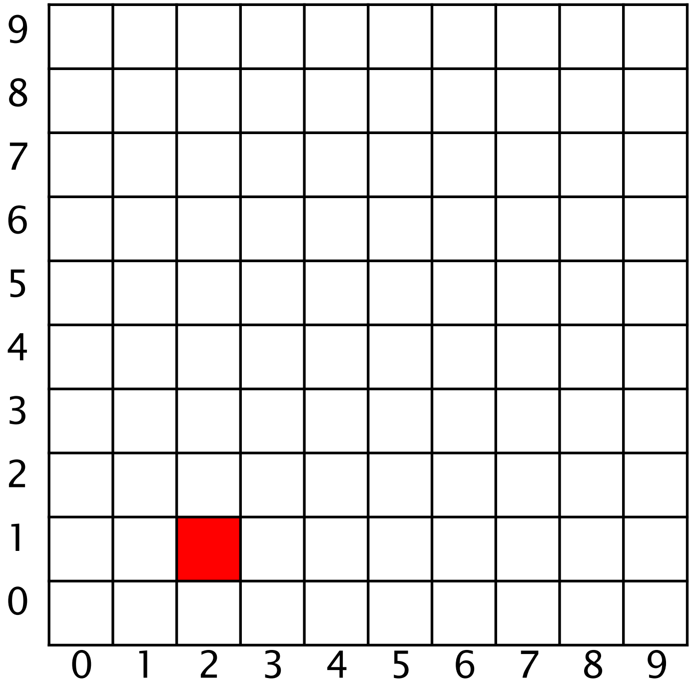
- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$m = 0.30$

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3			



Incrementamos x em 1

Algoritmo DDA

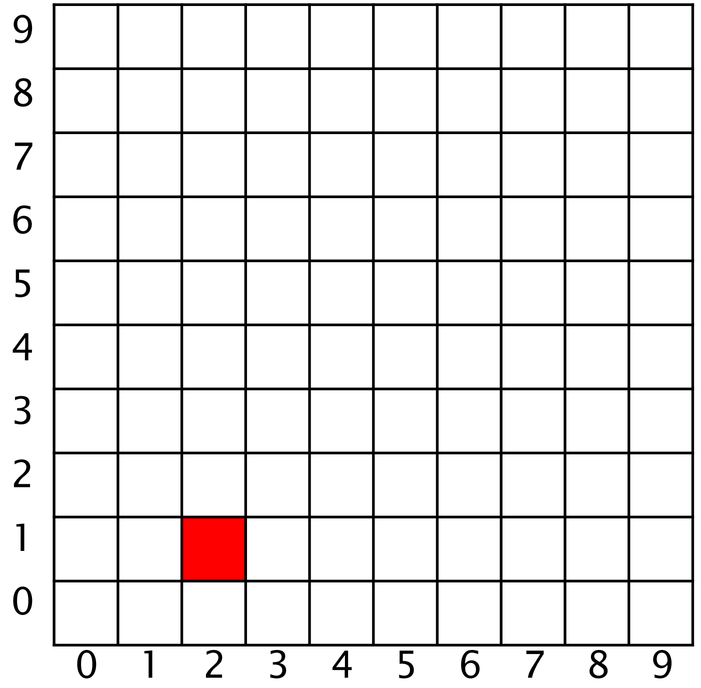
- Cenário 1: $m \leq 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30		

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$m = 0.30$

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + 1;}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + m;}$$



O próximo y será y=1+0.30=1.30

Algoritmo DDA

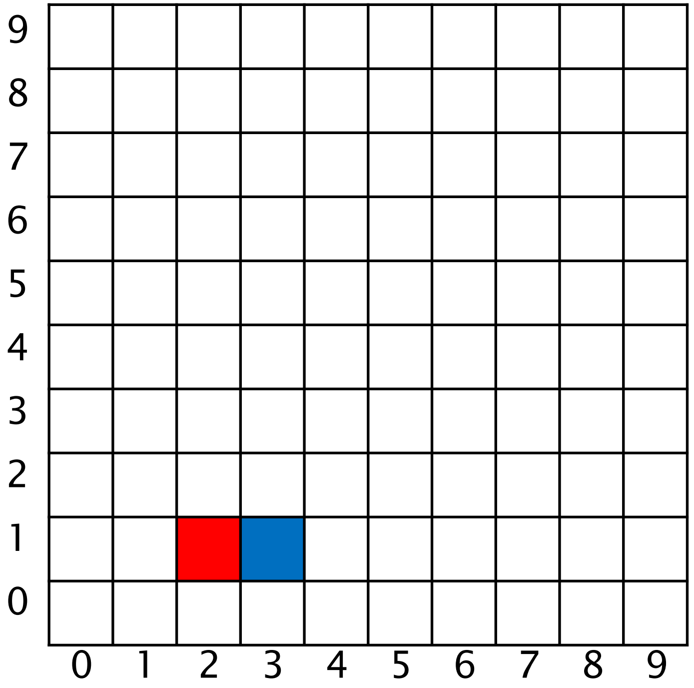
- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$m = 0.30$

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + 1;}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + m;}$$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1



O x a ser pintado será 3, e y será 1, pois precisamos arredondar

Algoritmo DDA

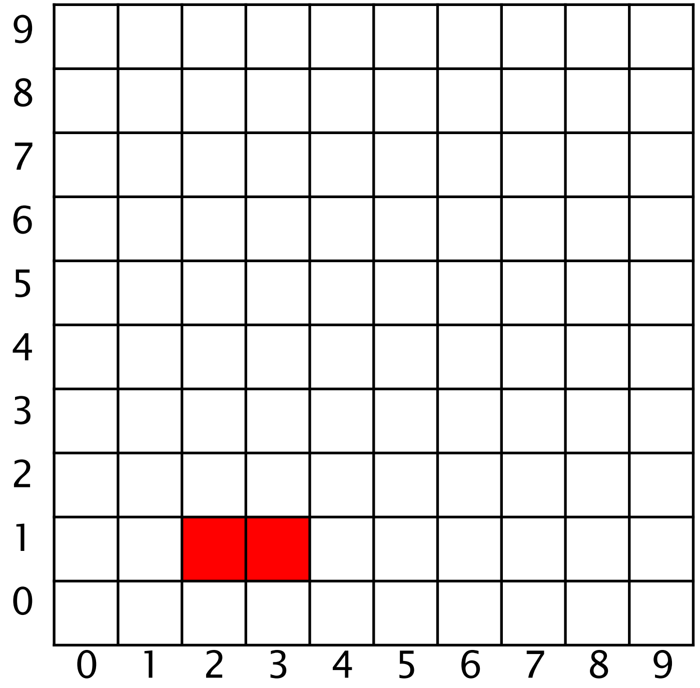
- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$m = 0.30$

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4			



Incrementamos x em 1

Algoritmo DDA

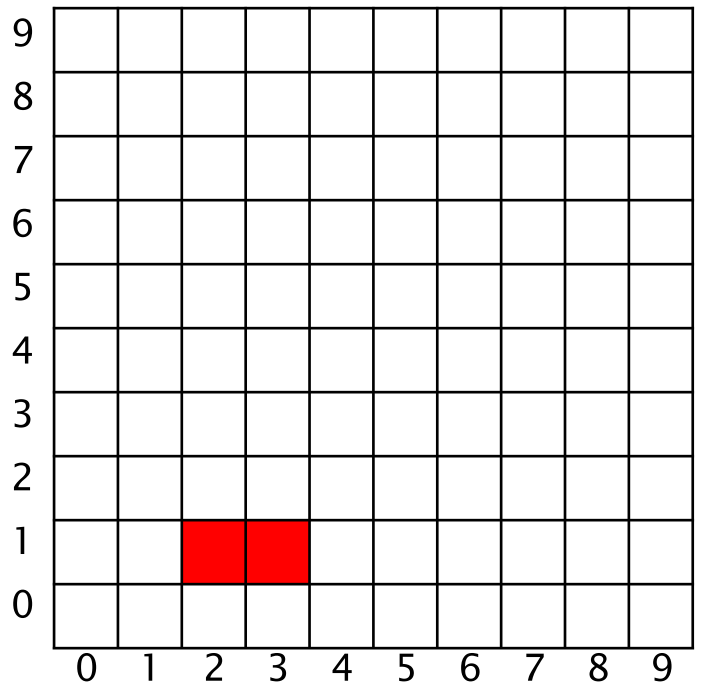
- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$m = 0.30$

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60		



O próximo y será y=1.30+0.30=1.60

Algoritmo DDA

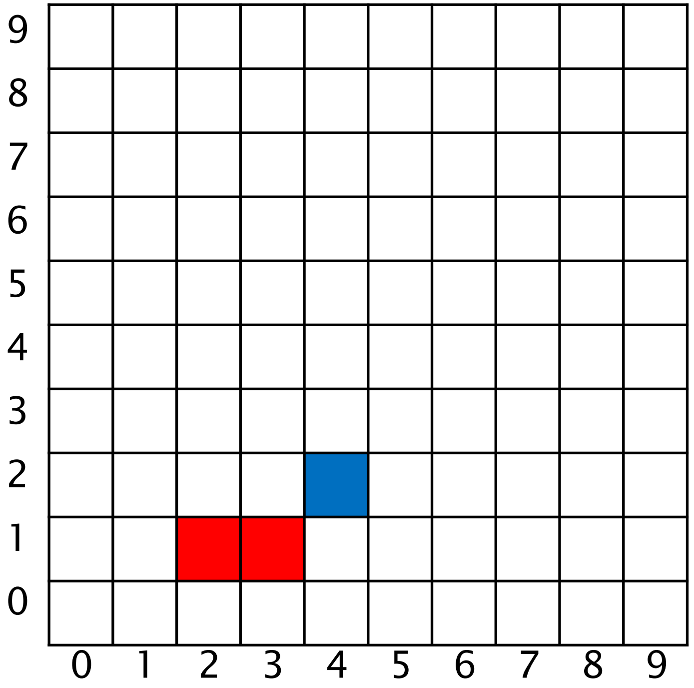
- Cenário 1: $m \leq 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + 1;}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + m;}$$

$m = 0.30$



O x a ser pintado será 4, e y será 2, pois precisamos arredondar

Algoritmo DDA

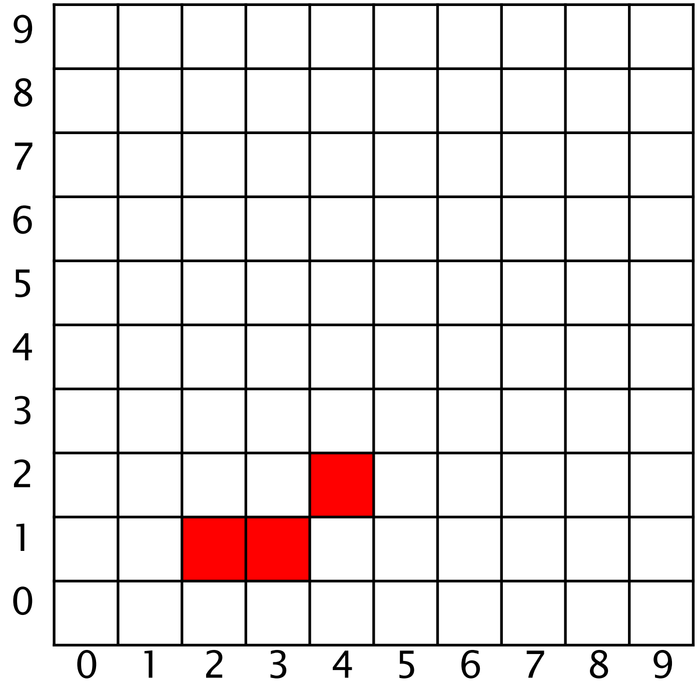
- Cenário 1: $m \leq 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90		

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

$m = 0.30$



Incrementamos x em 1
O próximo y será y=1.60+0.30=1.90

Algoritmo DDA

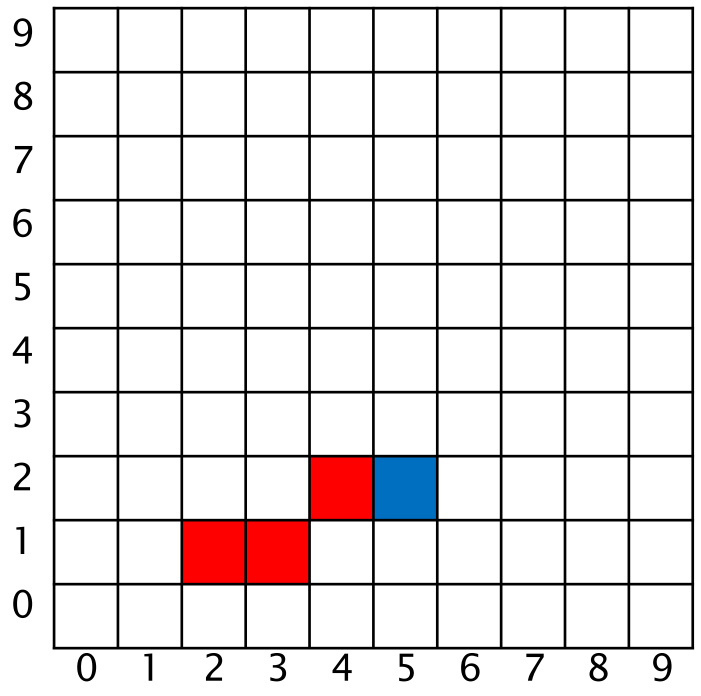
- Cenário 1: $m \leq 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

$m = 0.30$



O x a ser pintado será 5, e y será 2, pois precisamos arredondar

Algoritmo DDA

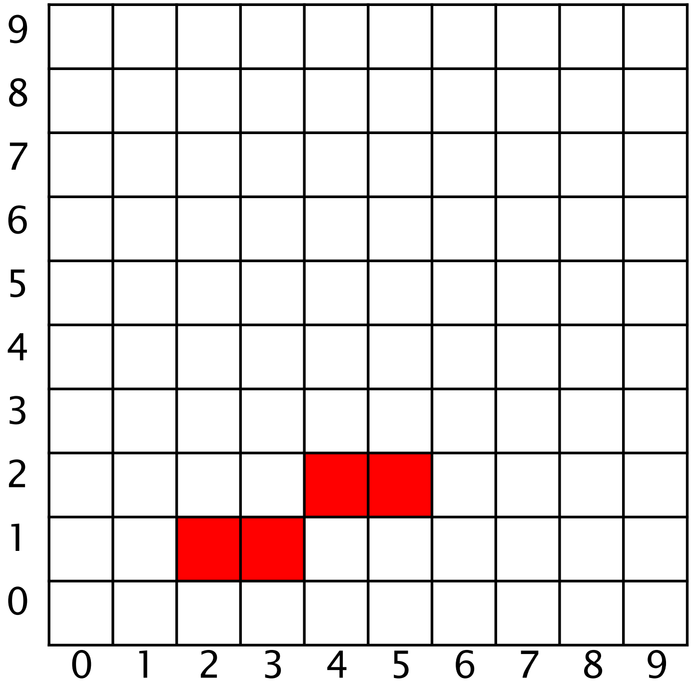
- Cenário 1: $m \leq 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2
6	2.10		

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + 1}$;
$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + m}$;

$m = 0.30$



Incrementamos x em 1
O próximo y será y=1.90+0.30=2.10

Algoritmo DDA

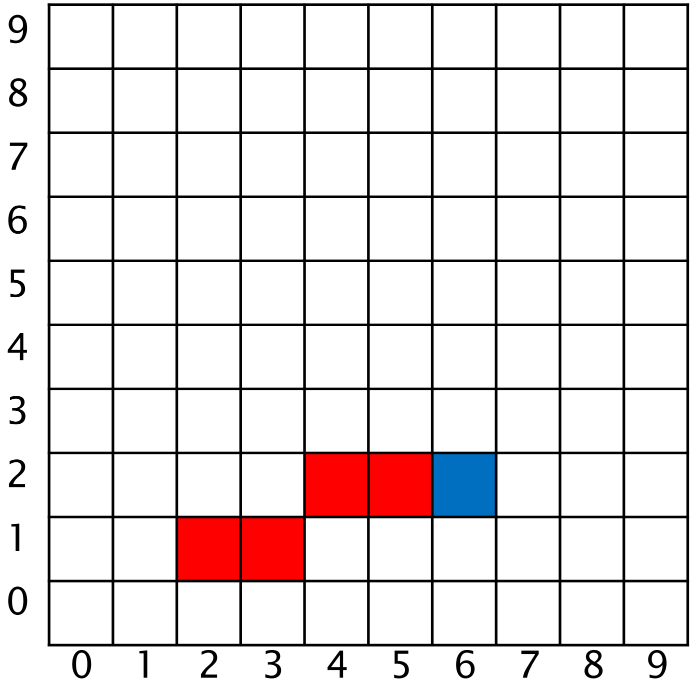
- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

$m = 0.30$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2
6	2.10	6	2



O x a ser pintado será 6, e y será 2, pois precisamos arredondar

Algoritmo DDA

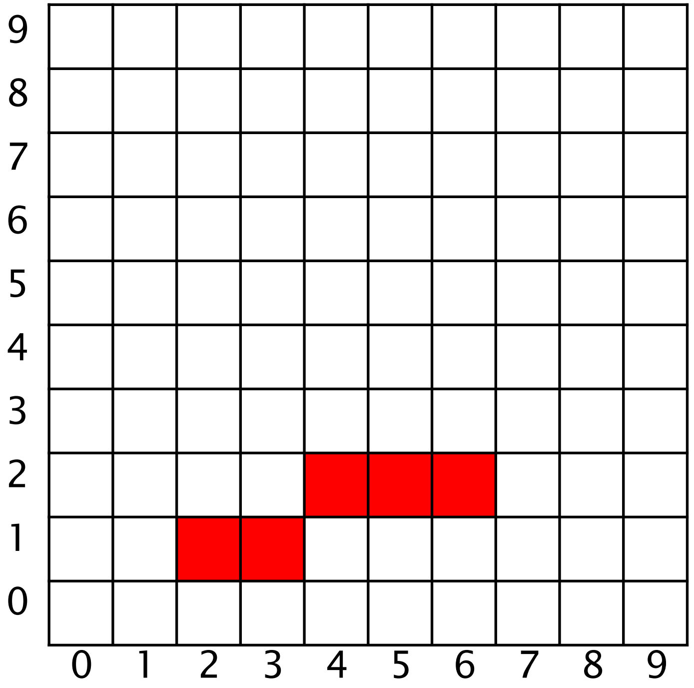
- Cenário 1: $m \leq 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2
6	2.10	6	2
7	2.40		

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + 1};$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + m};$$

$m = 0.30$



Incrementamos x em 1
O próximo y será y=2.10+0.30=2.40

Algoritmo DDA

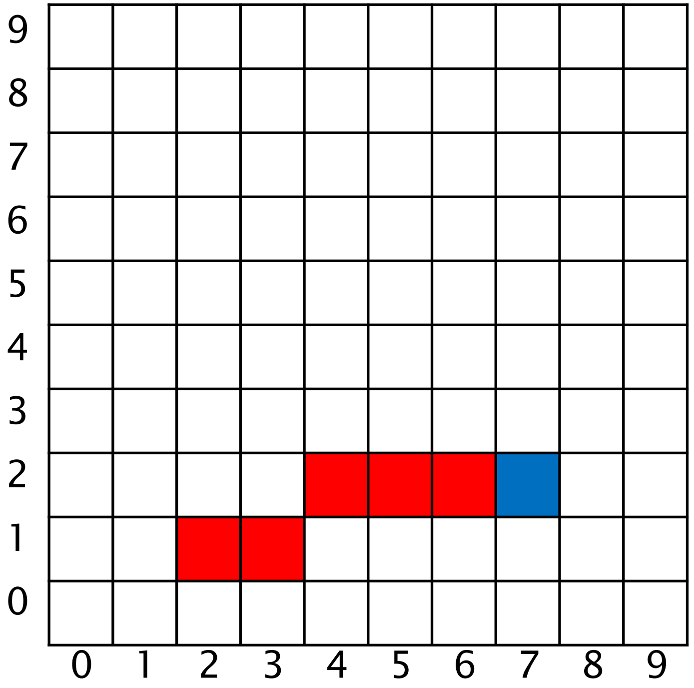
- Cenário 1: $m \leq 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2
6	2.10	6	2
7	2.40	7	2

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

$m = 0.30$



O x a ser pintado será 7, e y será 2, pois precisamos arredondar

Algoritmo DDA

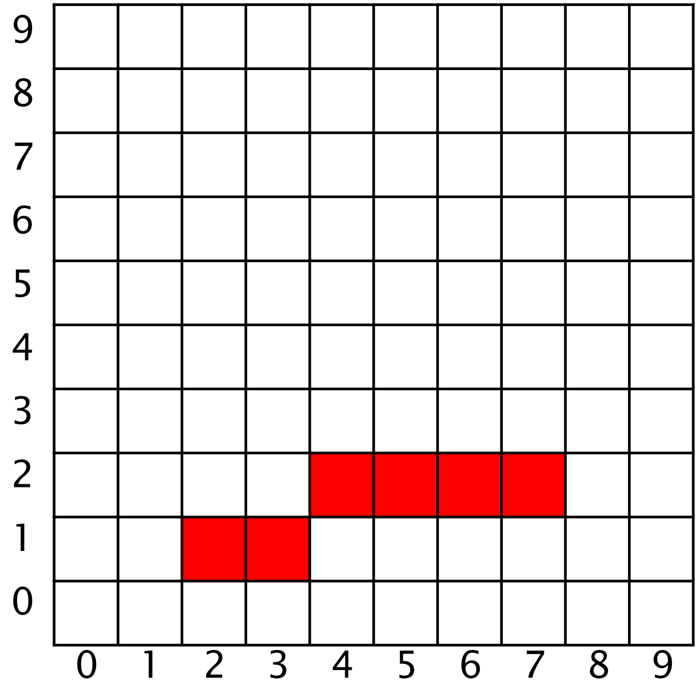
- Cenário 1: $m \leq 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2
6	2.10	6	2
7	2.40	7	2
8	2.70		

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + 1};$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + m};$$

$m = 0.30$



Incrementamos x em 1
O próximo y será y=2.40+0.30=2.70

Algoritmo DDA

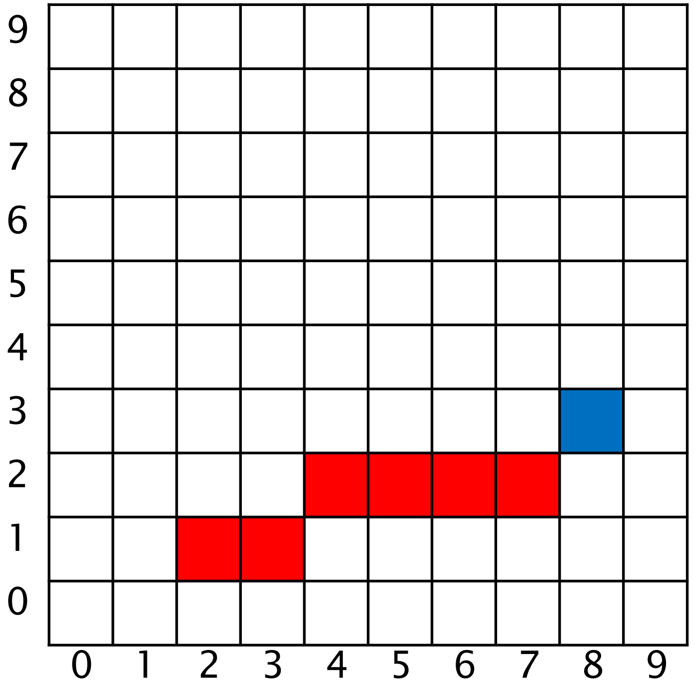
- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

$m = 0.30$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2
6	2.10	6	2
7	2.40	7	2
8	2.70	8	3



O x a ser pintado será 8, e y será 3, pois precisamos arredondar

Algoritmo DDA

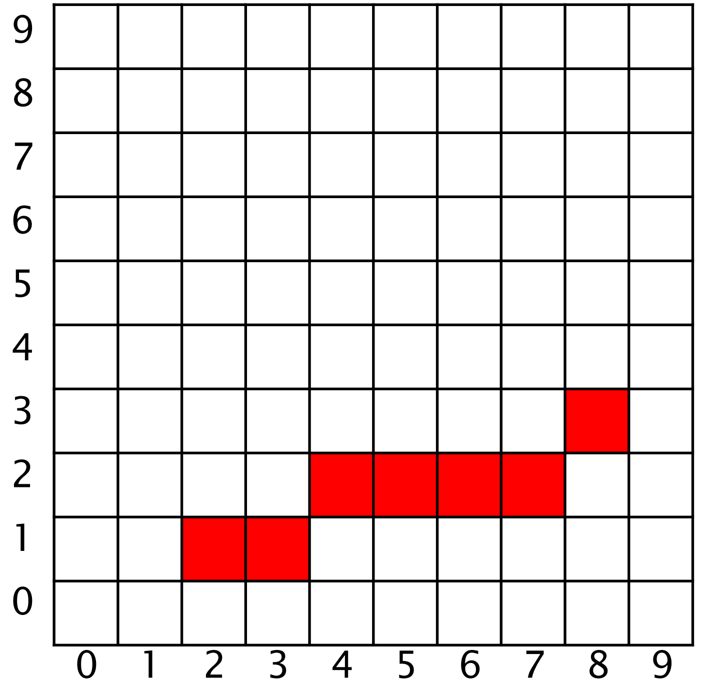
- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + 1;}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + m;}$$

$m = 0.30$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2
6	2.10	6	2
7	2.40	7	2
8	2.70	8	3
9	3.00		



Incrementamos x em 1
O próximo y será y=2.70+0.30=3.00

Algoritmo DDA

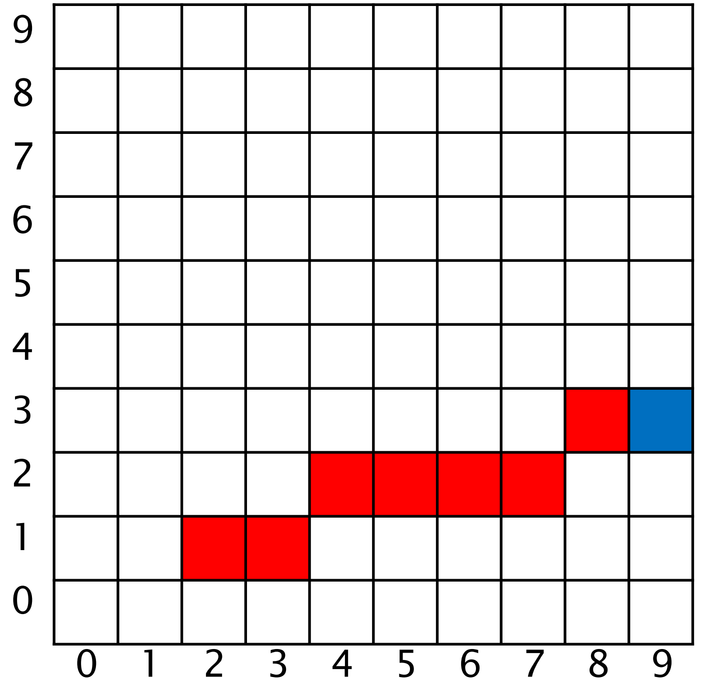
- Cenário 1: $m \leq 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2
6	2.10	6	2
7	2.40	7	2
8	2.70	8	3
9	3.00	9	3

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

$m = 0.30$



O x a ser pintado será 9, e y será 3.

Algoritmo DDA

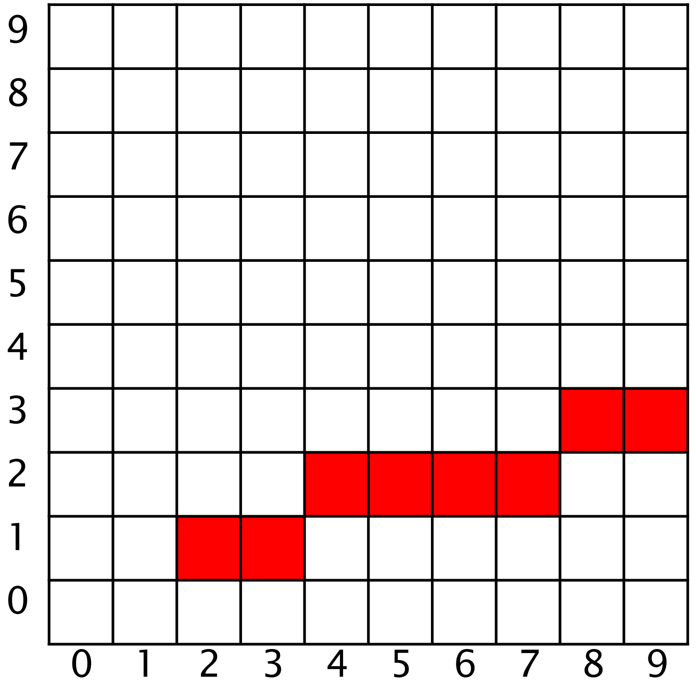
- Cenário 1: $m \leq 1$

P_0 (2,1)
P_1 (9,3)

$$x_{k+1} = x_k + 1;$$
$$y_{k+1} = y_k + m;$$

$m = 0.30$

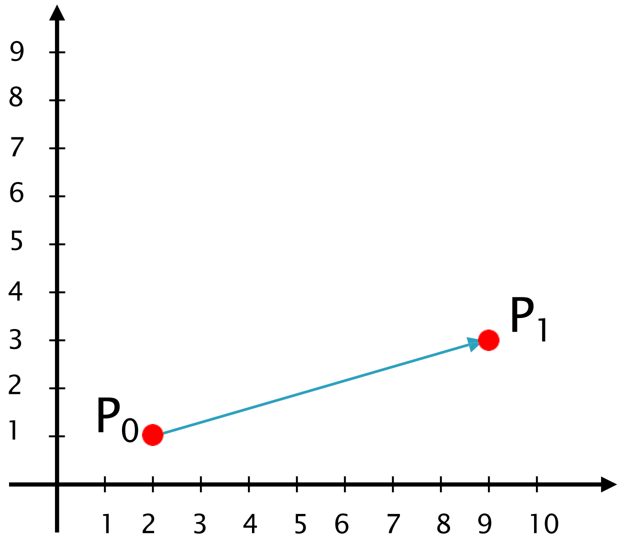
x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
3	1.30	3	1
4	1.60	4	2
5	1.90	5	2
6	2.10	6	2
7	2.40	7	2
8	2.70	8	3
9	3.00	9	3



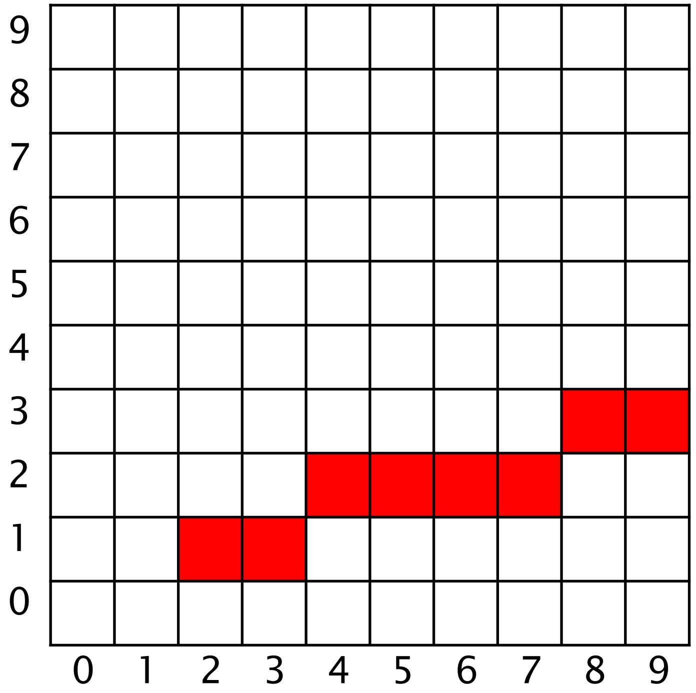
Fim do algoritmo, pois x chegou a P_1

Algoritmo DDA

- Cenário 1: $m \leq 1$



Rasterização



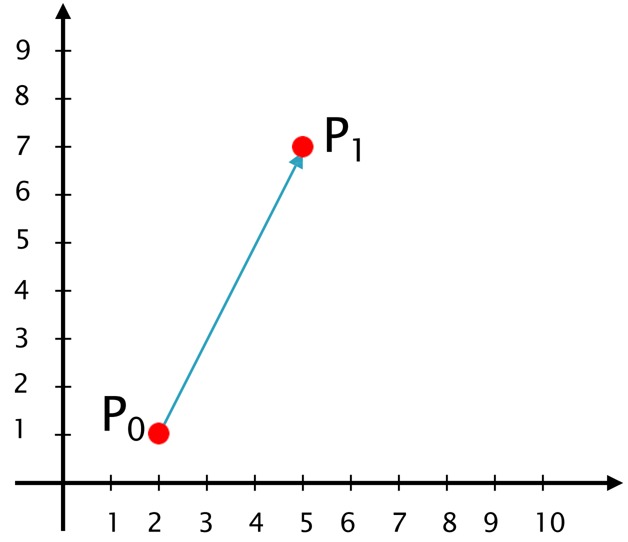
Algoritmo DDA

- Cenário 2: $m > 1$
  - Se $m > 1$, isso significa que y incrementa mais rápido de x na reta formada por P_0 e P_1, portanto:

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m}};$$

$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + 1};$$

Ao pintarmos o pixel na posição (x,y), precisamos sempre arredondar o valor de x para inteiro.



P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$m = \frac{7-1}{5-2} = \frac{6}{3} = 2.00$$

Algoritmo DDA

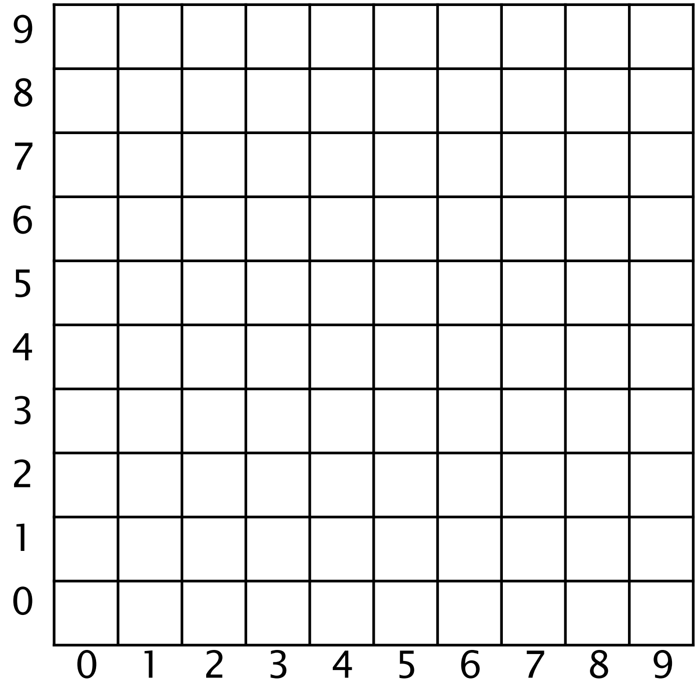
- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$

$m = 2.00$

x	y	xPlot	yPlot
2	1		



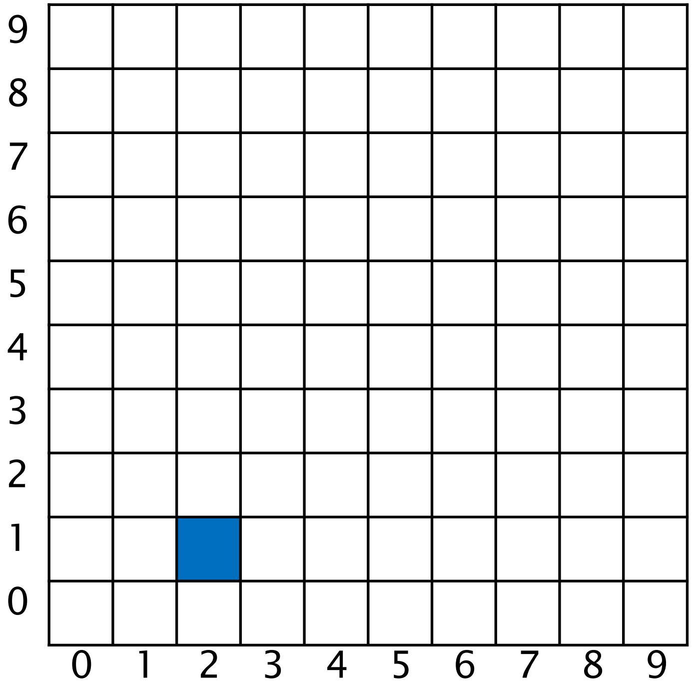
Algoritmo DDA

- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)
$m = 2.00$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1



Começamos pintando o ponto inicial P_0

Algoritmo DDA

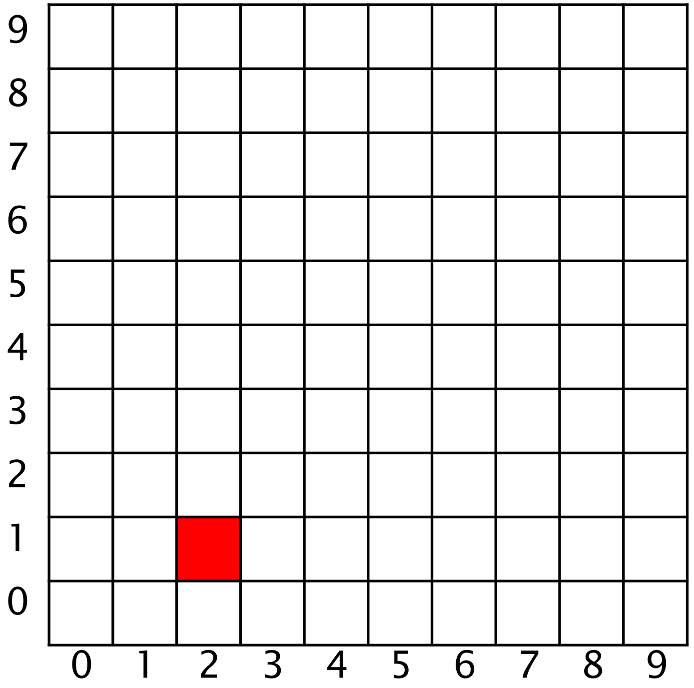
- Cenário 2: $m > 1$

$P_0\ (2,1)$
$P_1\ (5,7)$

$m = 2.00$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00		



Incrementamos y em 1

O próximo x será $x = 2 + \frac{1}{2} = 2.50$

Algoritmo DDA

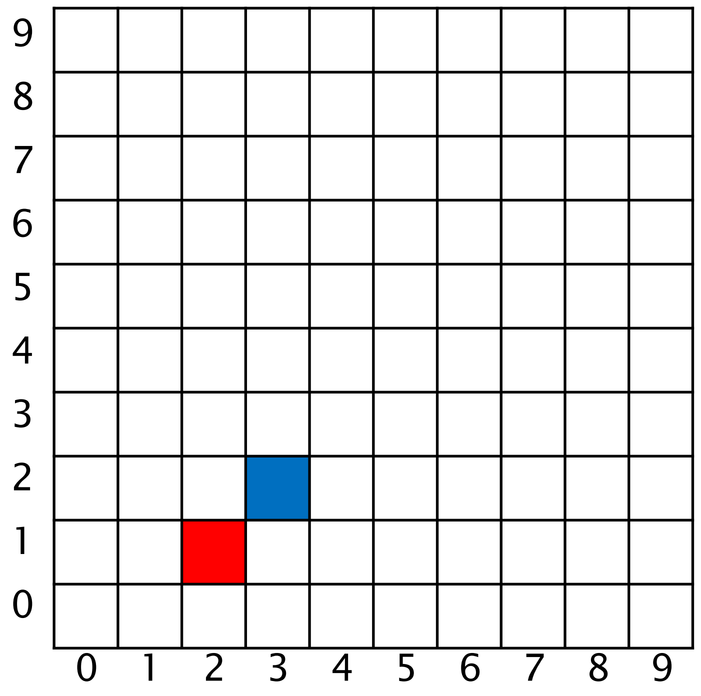
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + 1;}$$

$m = 2.00$



O y a ser pintado será 2, e x será 3, pois precisamos arredondar

Algoritmo DDA

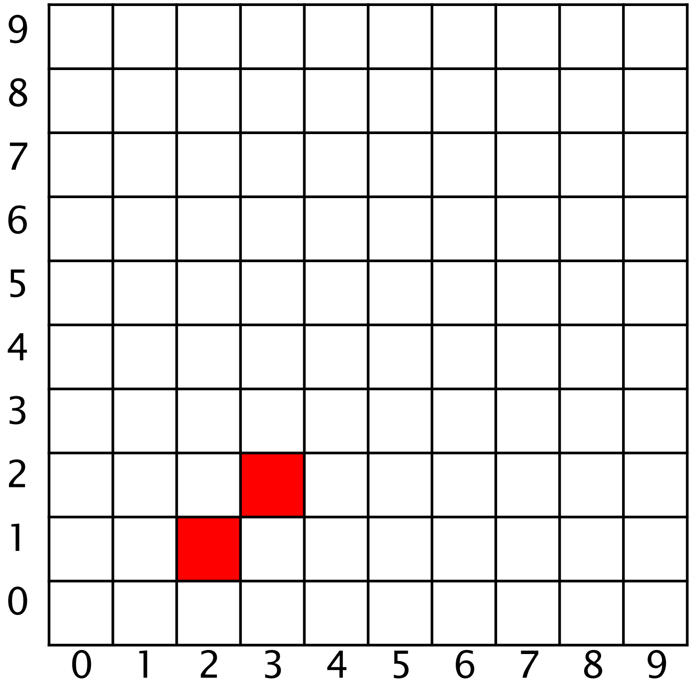
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00		

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + 1;}$$

$m = 2.00$



Incrementamos y em 1

O próximo x será $x = 2.5 + \frac{1}{2} = 3.00$

Algoritmo DDA

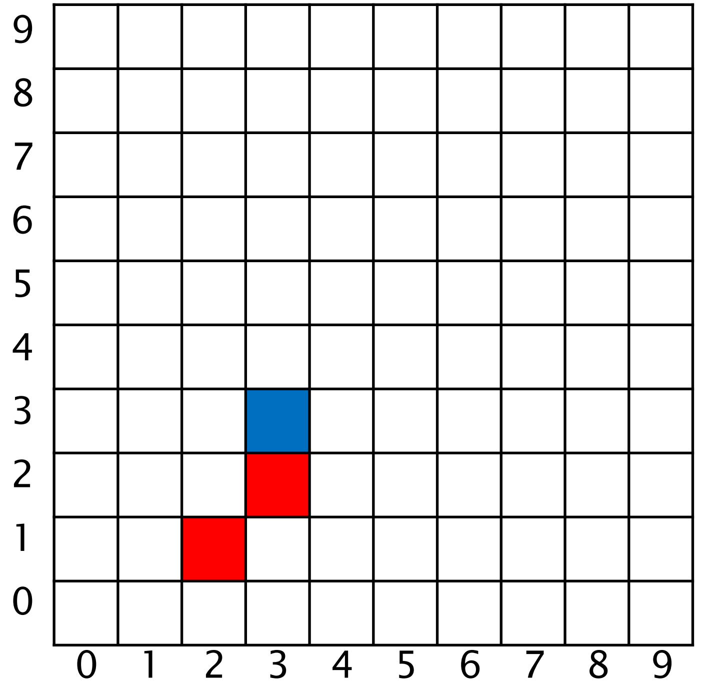
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$m = 2.00$

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + 1;}$$



O y a ser pintado será 3, e x será 3

Algoritmo DDA

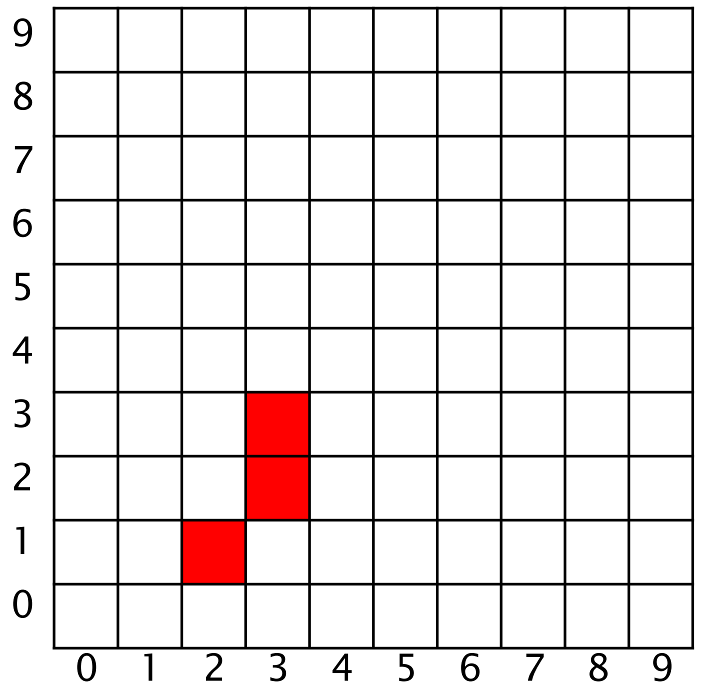
- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$m = 2.00$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3
3.50	4.00		



Incrementamos y em 1

O próximo x será $x = 3.0 + \frac{1}{2} = 3.50$

Algoritmo DDA

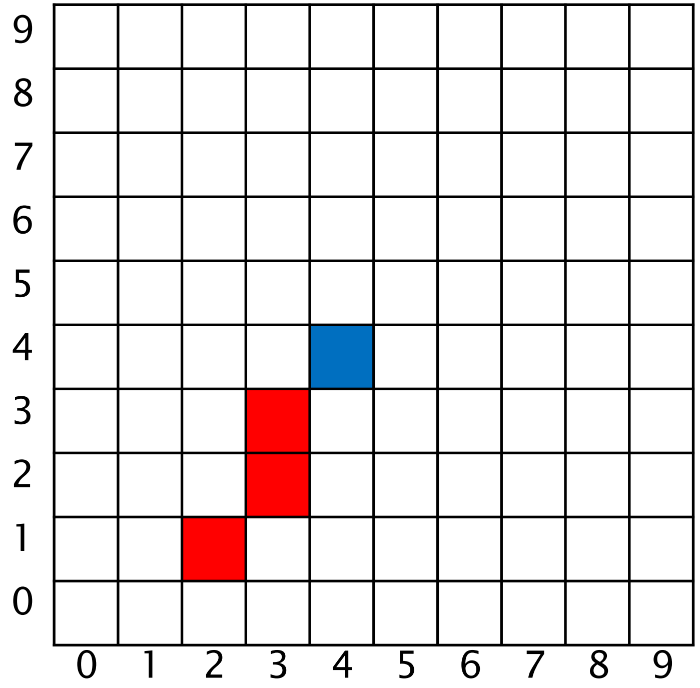
- Cenário 2: $m > 1$

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$m = 2.00$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3
3.50	4.00	4	4



O y a ser pintado será 4, e x será 4, pois precisamos arredondar

Algoritmo DDA

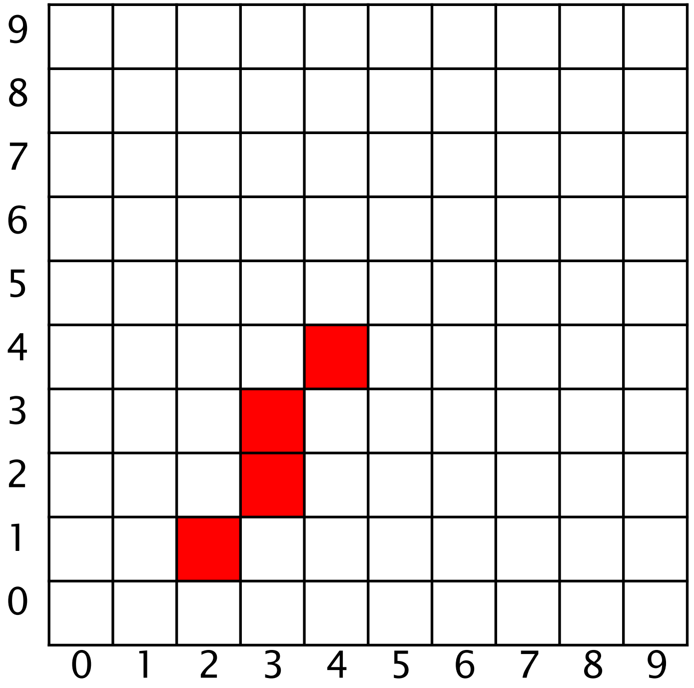
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3
3.50	4.00	4	4
4.00	5.00		

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$

$m = 2.00$



Incrementamos y em 1

O próximo x será $x=3.5+\frac{1}{2}=4.00$

Algoritmo DDA

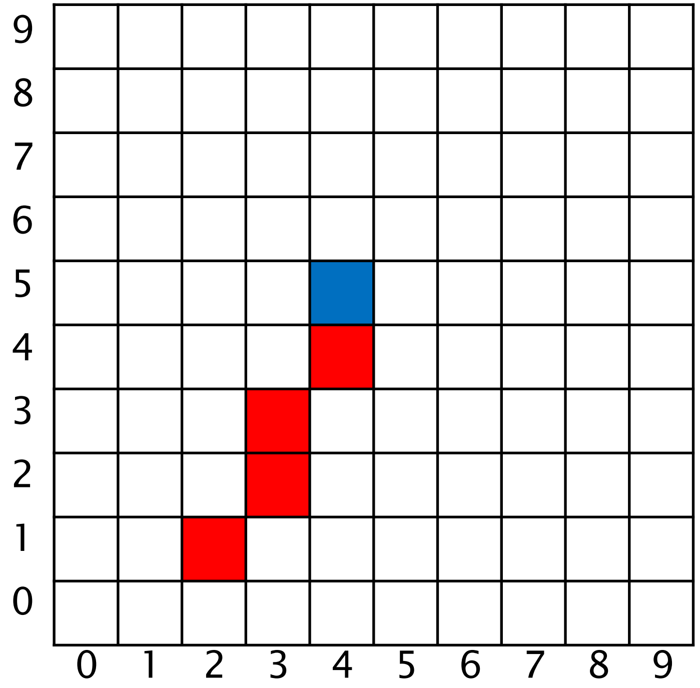
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3
3.50	4.00	4	4
4.00	5.00	4	5

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$m = 2.00$

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + 1;}$$



O y a ser pintado será 5, e x será 4

Algoritmo DDA

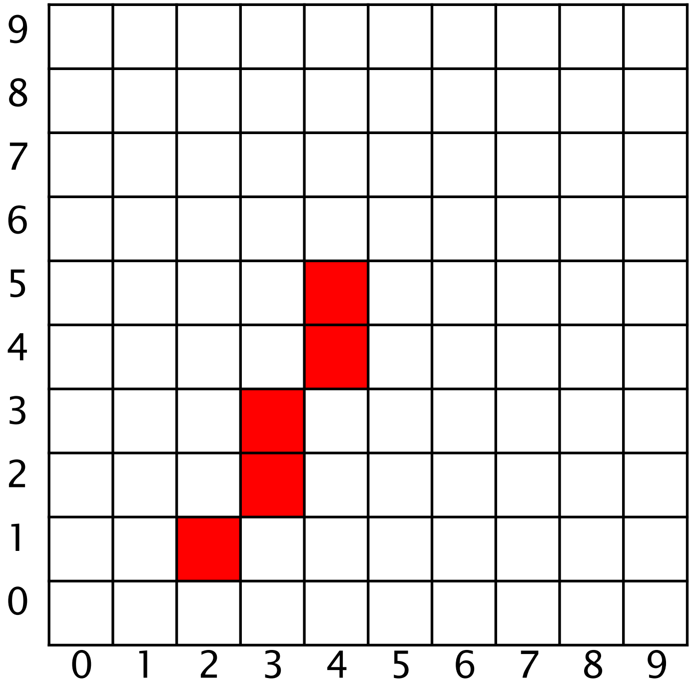
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3
3.50	4.00	4	4
4.00	5.00	4	5
4.50	6.00		

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$m = 2.00$

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$



Incrementamos y em 1

O próximo x será $x = 4.0 + \frac{1}{2} = 4.50$

Algoritmo DDA

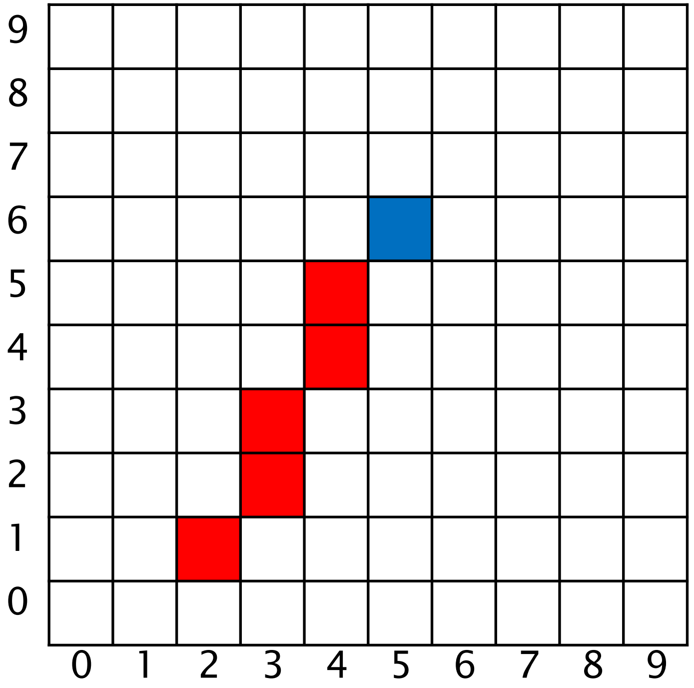
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3
3.50	4.00	4	4
4.00	5.00	4	5
4.50	6.00	5	6

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$

$m = 2.00$



O y a ser pintado será 6, e x será 5, pois precisamos arredondar

Algoritmo DDA

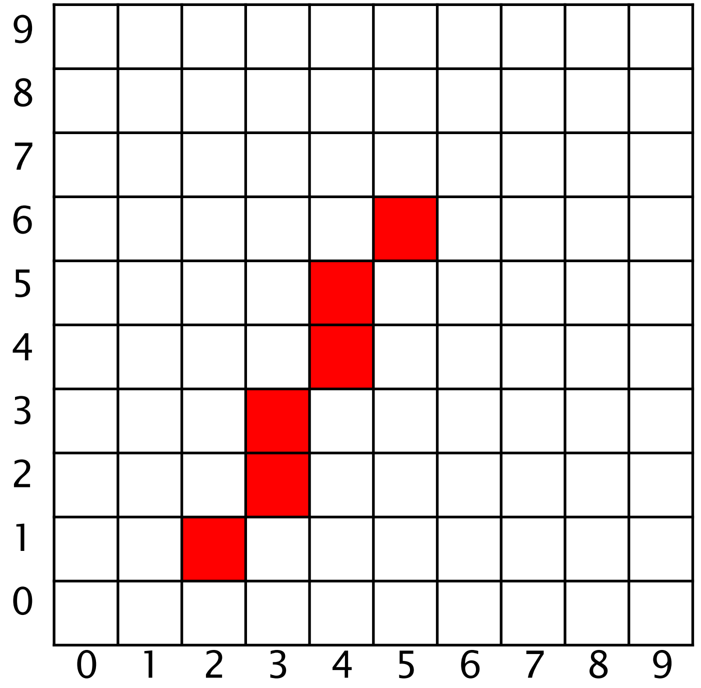
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3
3.50	4.00	4	4
4.00	5.00	4	5
4.50	6.00	5	6
5.00	7.00		

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$

$m = 2.00$



Incrementamos y em 1

O próximo x será x=$4.5+\frac{1}{2}$=5.00

Algoritmo DDA

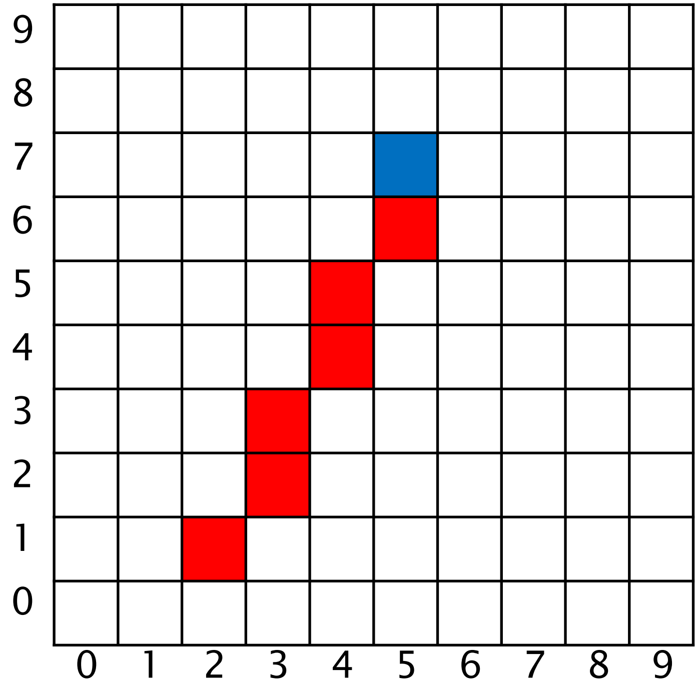
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3
3.50	4.00	4	4
4.00	5.00	4	5
4.50	6.00	5	6
5.00	7.00	5	7

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};$$
$$y_{k+1} = y_k + 1;$$

$m = 2.00$



O y a ser pintado será 6, e x será 5

Algoritmo DDA

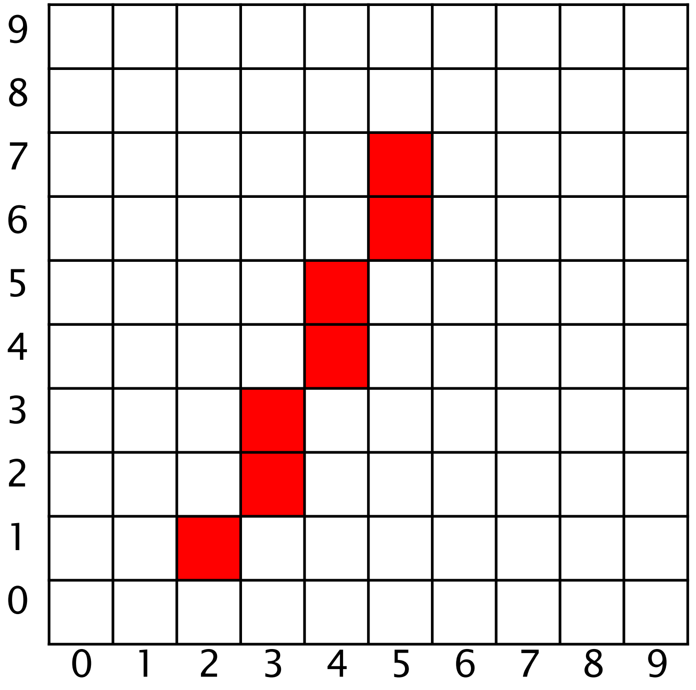
- Cenário 2: $m > 1$

x	y	xPlot	yPlot
2	1	2	1
2.50	2.00	3	2
3.00	3.00	3	3
3.50	4.00	4	4
4.00	5.00	4	5
4.50	6.00	5	6
5.00	7.00	5	7

P_0 (2,1)
P_1 (5,7)

$$\boldsymbol{x_{k+1} = x_k + \frac{1}{m};}$$
$$\boldsymbol{y_{k+1} = y_k + 1;}$$

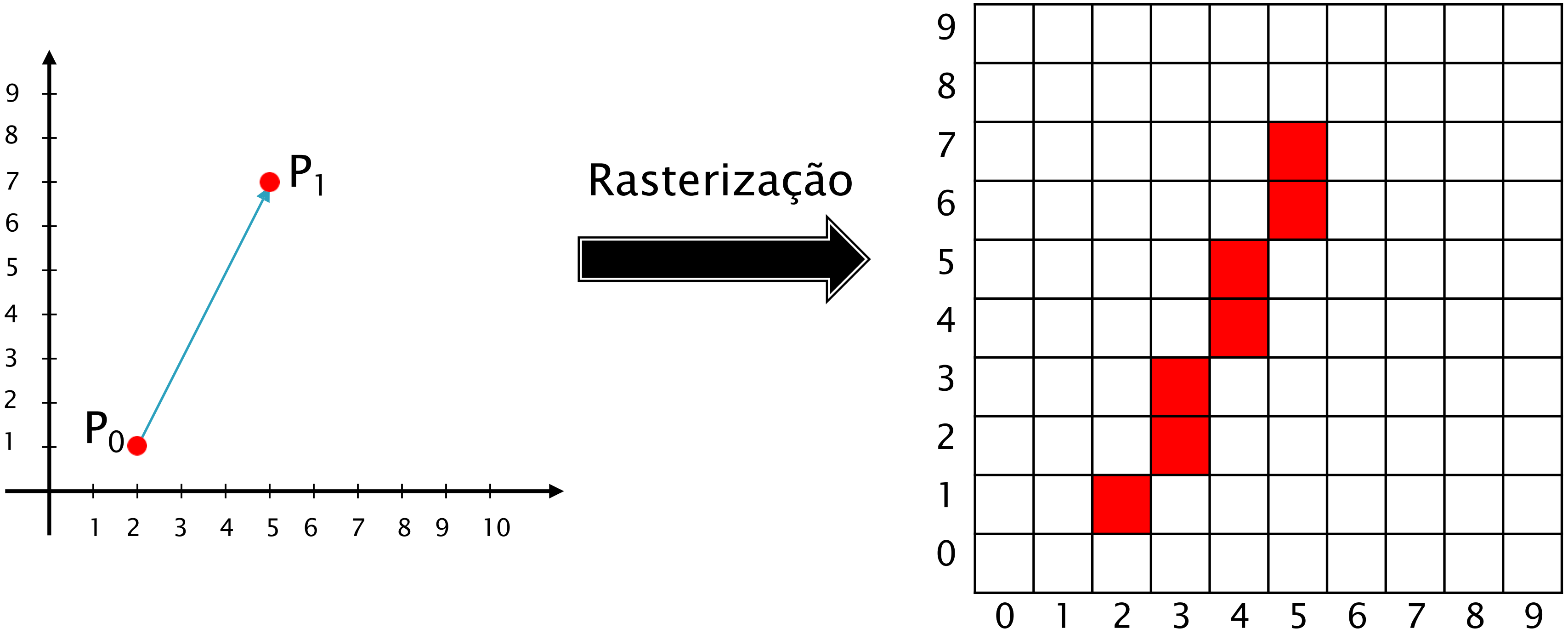
$m = 2.00$



Fim do algoritmo, pois y chegou a P_1

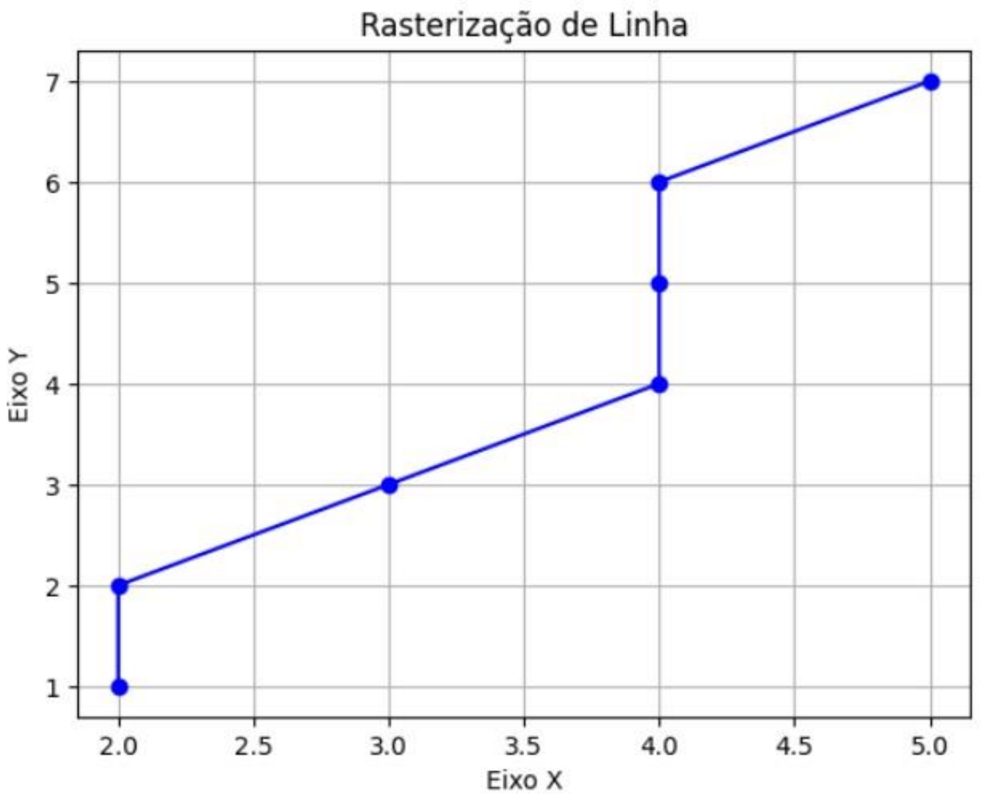
Algoritmo DDA

- Cenário 2: $m > 1$



Algoritmo DDA

- Testar o algoritmo em python:
- https://github.com/andreflores2009/ComputacaoGrafica_2025-01_JD/blob/a5797144be8d3f515334bf0f0dae94462414e4e4/Exercicios/Aula06/Rasterizacao_linhas_alg_dda.py



Referências e material de apoio

Material do Professor Guilherme Chagas Kurtz, 2023.

GOMES, Jonas; VELHO, Luiz. Computação gráfica. Rio de Janeiro: Impa, 1998.

HEARN, Donald; Baker, M. Pauline. Computer grafhics: C version. London: Prentice Hall, 1997.

HETEM JUNIOR, Annibal. Computação gráfica. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2006. 161 p. (Coleção Fundamentos de Informática).

HILL Jr, Francis S. Computer graphics using open GL. New Jersey: Prentice Hall, 2001.

WATT, Alan. 3D computer graphics. Harlow: Addison-Wesley, 2000

Thank you for your attention!!

Email: andre.flores@ufn.edu.br

Santa Maria – RS 2025