



# Título: Execução dos Exercícios. Semestre 2024.1

## Entregue até

10/06/2024, 10:30

## Aluno(s):

- Vinícius José

## Professor:

- Diego Rátiva

## Base do Experimento

- [Livro](#)

## Documentos - Resultado

- [Vídeo](Upar a playlist) - Atualizar
- [Repo](#)
  - [Documento](#)
  - [Colab](#) - Atualizar! (feito)
  - [Apresentação](#)

## Sugestões do professor

### Avaliação:

1. Compartilhe o código com [diego.rativa@ecomp.poli.br](mailto:diego.rativa@ecomp.poli.br)
2. Salve um vídeo por cada exercício de no máximo 2min explicando o exercício.
3. Salve o PDF do Colab e adicione na entrega desta tarefa.
4. Serão sorteados estudantes para apresentar os exercícios durante o horário da aula.

### Explicação.

1. Não foque no código, (a disciplina não é de programação) e sim na metodologia e os resultados na hora de explicar os fundamentos.
2. Não esqueça de fundamentar-se no livro.

## Execução

```
# Ambiente
!pip install numpy
!pip install matplotlib
```

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
```

Requirement already satisfied: numpy in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (1.25.0)

Requirement already satisfied: matplotlib in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (3.8.2)

Requirement already satisfied: contourpy>=1.0.1 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from matplotlib) (1.2.0)

Requirement already satisfied: cycler>=0.10 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from matplotlib) (0.12.1)

Requirement already satisfied: fonttools>=4.22.0 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from matplotlib) (4.45.0)

Requirement already satisfied: kiwisolver>=1.3.1 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from matplotlib) (1.4.5)

Requirement already satisfied: numpy<2,>=1.21 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from matplotlib) (1.25.0)

Requirement already satisfied: packaging>=20.0 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from matplotlib) (23.1)

Requirement already satisfied: pillow>=8 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from matplotlib) (9.5.0)

Requirement already satisfied: pyparsing>=2.3.1 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from matplotlib) (3.1.1)

Requirement already satisfied: python-dateutil>=2.7 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from matplotlib) (2.8.2)

Requirement already satisfied: six>=1.5 in c:\users\vjfr\appdata\local\packages\pythonsoftwarefoundation.python.3.11\_qbz5n2kfra8p0\localcache\local-packages\python311\site-packages (from python-dateutil>=2.7->matplotlib) (1.16.0)

## Exercício 1

### 1.1 Base Matemática

■ Utilização da Transformada de Fourier.

$$X[f] = \sum_{n=0}^{N-1} x[t] \cdot e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}$$

In [73]:

```
# Execução: Parâmetros
Ts = 1/64
T0 = 4
N0 = int(T0 / Ts)

# Vetor de tempo
t = np.arange(0, Ts * N0, Ts)

# Sinal g
g = Ts * np.exp(-2 * t)
g[0] = Ts * 0.5

# Transformada de Fourier
G = np.fft.fft(g)
```

```
# Conversão para coordenadas polares
Gp = np.angle(G)
Gm = np.abs(G)

# Vetor k e frequência angular
k = np.arange(N0)
w = 2 * np.pi * k / T0
```

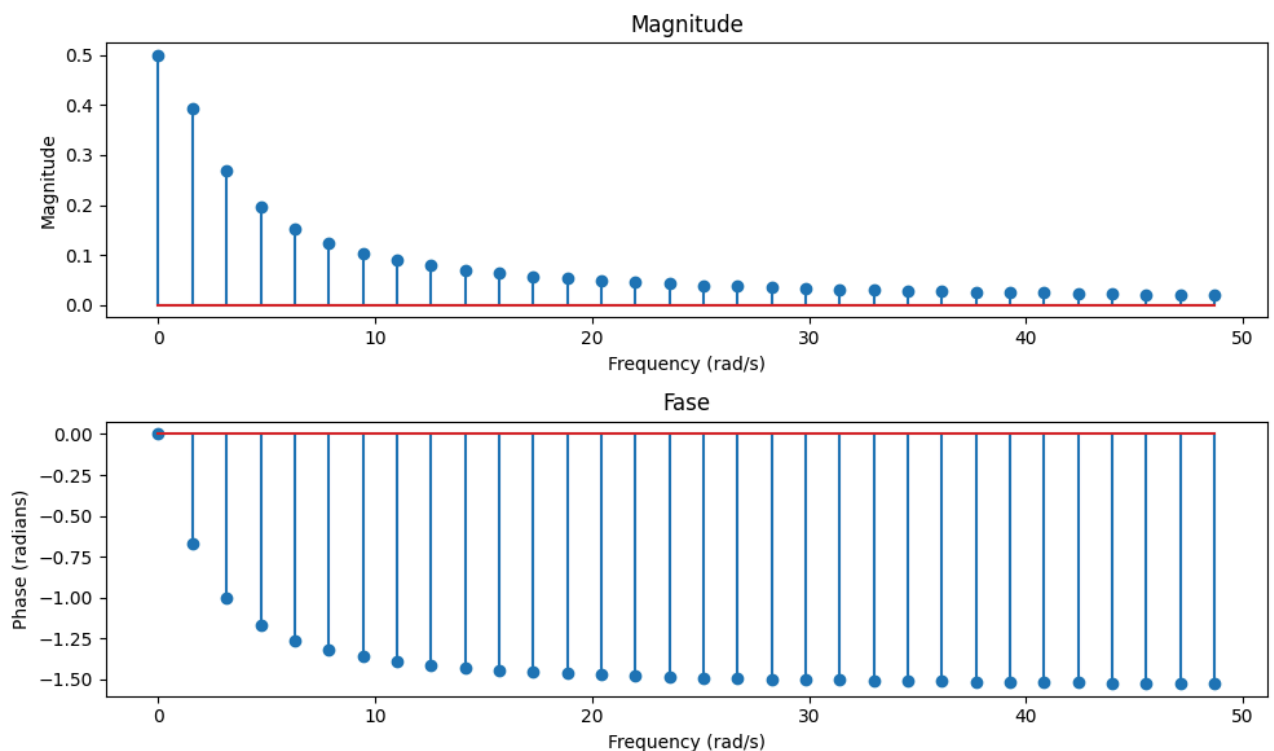
In [74]:

```
# Plotagem
plt.figure(figsize=(10, 6))

# Magnitude
plt.subplot(211)
plt.stem(w[:32], Gm[:32])
plt.title('Magnitude')
plt.xlabel('Frequency (rad/s)')
plt.ylabel('Magnitude')

# Fase
plt.subplot(212)
plt.stem(w[:32], Gp[:32])
plt.title('Fase')
plt.xlabel('Frequency (rad/s)')
plt.ylabel('Phase (radians)')

plt.tight_layout()
plt.show()
```



## Exercício 2

### 2.1 Base Matemática

Utilização de conceitos de amostragem e DFT para calcular a DFT de um sinal discreto definido por partes.

$$G[k] = \sum_{n=0}^{N-1} g[n] \cdot e^{-j \frac{2\pi}{N} nk}$$

In [75]:

```
# Execução: Parâmetros
B = 4
```

```

f0 = 1/4
Ts = 1 / (2 * B)
T0 = 1 / f0
N0 = int(T0 / Ts)

# Vetor k
k = np.arange(N0 + 1)

# Inicializar gk com zeros
gk = np.zeros_like(k)

for m in range(len(k)):
    if 0 <= k[m] <= 3:
        gk[m] = 1
    if k[m] == 4 or k[m] == 28:
        gk[m] = 0.5
    if 5 <= k[m] <= 27:
        gk[m] = 0
    if 29 <= k[m] <= 31:
        gk[m] = 1

# Transformada de Fourier
Gr = np.fft.fft(gk)

```

In [76]:

```

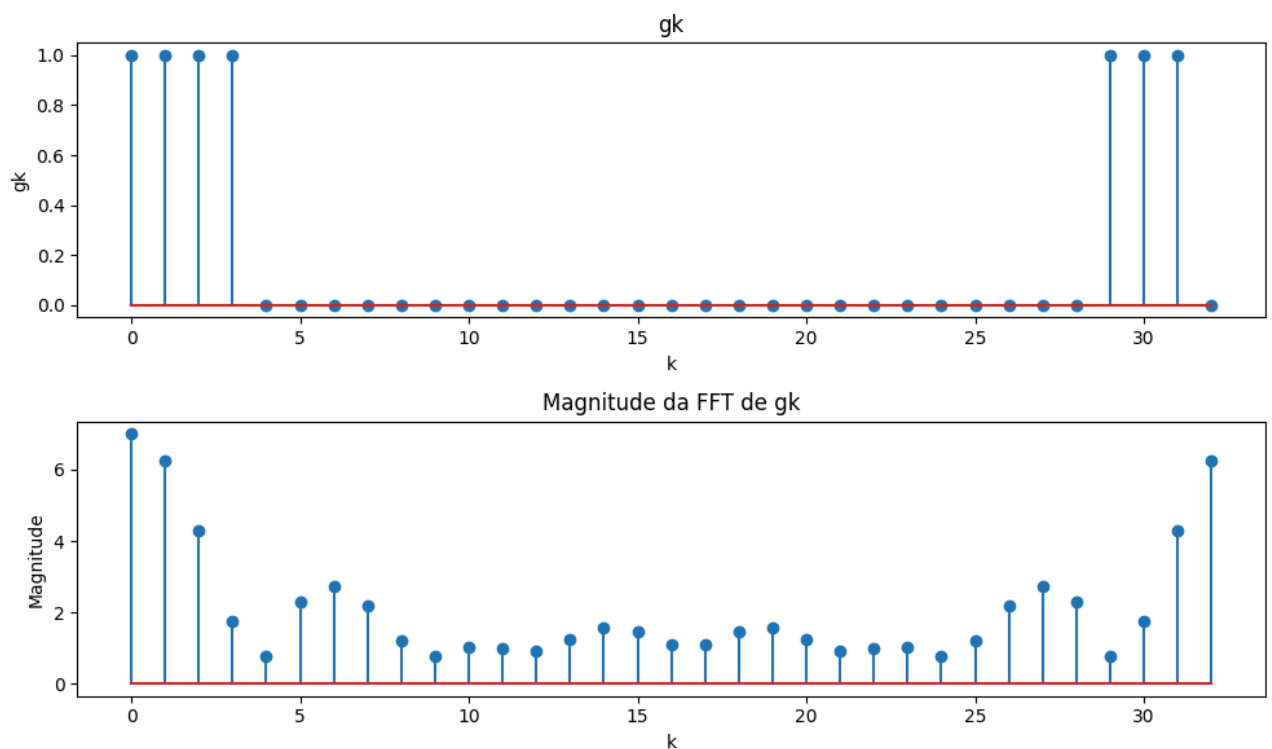
# Plotagem
plt.figure(figsize=(10, 6))

# Gráfico de gk
plt.subplot(211)
plt.stem(k, gk)
plt.title('gk')
plt.xlabel('k')
plt.ylabel('gk')

# Gráfico da magnitude da FFT
plt.subplot(212)
plt.stem(k, np.abs(Gr))
plt.title('Magnitude da FFT de gk')
plt.xlabel('k')
plt.ylabel('Magnitude')

plt.tight_layout()
plt.show()

```



## Exercício 3

### 3.1 Base matemática

Aplicação de conceitos de filtros no domínio da frequência.

$$Y[k] = H[k] \cdot G[k]$$

In [77]:

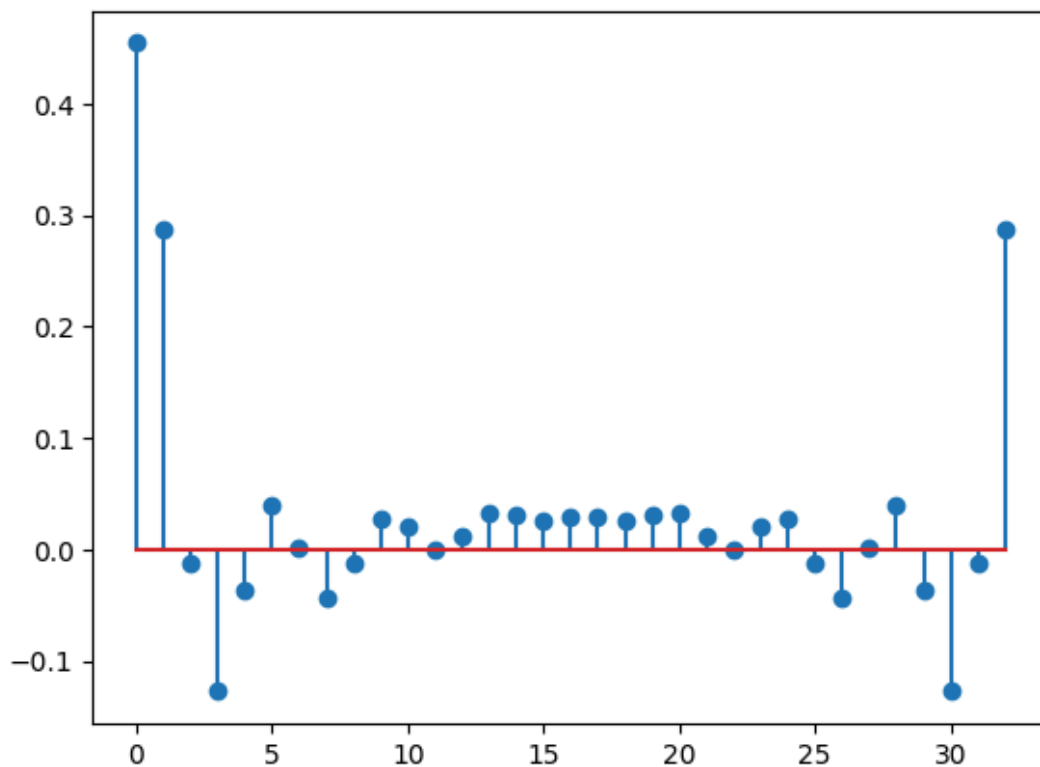
```
# Execução: Definições
q = np.arange(33)
Hq = np.zeros_like(q) # Inicializar Hq com zeros

for m in range(len(q)):
    if 0 <= q[m] <= 7:
        Hq[m] = 1
    if 25 <= q[m] <= 31:
        Hq[m] = 1
    if 9 <= q[m] <= 23:
        Hq[m] = 0
    if q[m] == 8 or q[m] == 24:
        Hq[m] = 0.5

Gq = np.ones_like(Hq) # Inicializar Gq como exemplo
Yq = Gq * Hq
yk = np.fft.ifft(Yq)
```

In [78]:

```
# Plot final
plt.figure()
plt.stem(q, yk.real) # Plota apenas a parte real de yk
plt.show()
```





UNIVERSIDADE DE PERNAMBUCO (UPE)

[VINICIUS JOSE FERNANDES RIBEIRO](#)

**Atividade Avaliativa**  
**Sistemas de Comunicação**

Recife

2024

# Resumo

Documento com o intuito de alocar as informações necessárias para realizar as atividades avaliativas propostas pelo Prof. Diego Rátiva, na disciplina de Sistemas de comunicação.

## Atividades

Seguirei com a alocação dos exercícios e a transcrição dos respectivos exercícios Propostos

Exercício 1, 2, 3, em range:

### 3.10 EXERCÍCIOS COM O MATLAB

#### Cálculo de Transformadas de Fourier

Nesta seção de exercícios baseados em computador, consideremos dois exemplos para ilustrar o uso de DFT no cálculo da transformada de Fourier. Usaremos MATLAB para calcular a DFT com o algoritmo de FFT. No primeiro exemplo, o sinal é  $g(t) = e^{-2t} u(t)$ , com início em  $t = 0$ , e no segundo,  $g(t) = \Pi(t)$ , com início em  $t = -1/2$ .

---

#### EXEMPLO COMPUTACIONAL C3.1

Empreguemos a DFT (implementada pelo algoritmo de FFT) para calcular a transformada de Fourier de  $e^{-2t} u(t)$  e, a seguir, tracemos o gráfico do resultante espectro de Fourier.

Primeiro, devemos determinar  $T_s$  e  $T_0$ . A transformada de Fourier de  $e^{-2t} u(t)$  é  $1/(2\pi f + 2)$ . Esse sinal passafaixa não é limitado em frequência. Tomemos sua largura de banda essencial como a frequência em que  $|G(f)|$  se torna igual a 1% do valor de pico, que ocorre em  $f = 0$ . Observemos que

$$|G(f)| = \frac{1}{\sqrt{(2\pi f)^2 + 4}} \approx \frac{1}{2\pi f} \quad 2\pi f \gg 2$$

O pico de  $|G(f)|$  ocorre em  $f = 0$ , em que  $|G(0)| = 0,5$ . Portanto, a largura de banda essencial  $B$  corresponde a  $f = B$ , com

$$|G(f)| \approx \frac{1}{2\pi B} = 0,5 \times 0,01 \Rightarrow B = \frac{100}{\pi} \text{ Hz}$$

e, da Eq. (3.105b),

$$T_s \leq \frac{1}{2B} = 0,005\pi = 0,0157$$

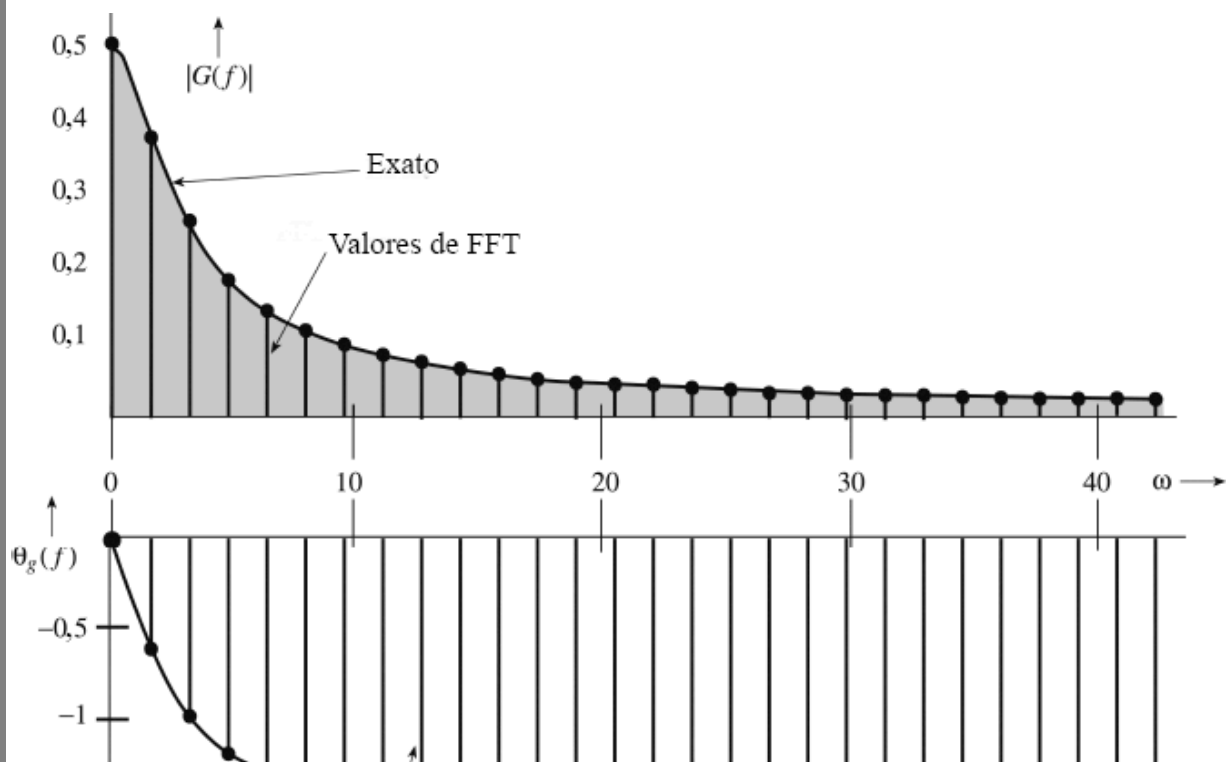
Arredondemos esse valor para  $T_s = 0,015625$  segundo, de modo que tenhamos 64 amostras por segundo. Agora, devemos determinar  $T_0$ . O sinal não é limitado no tempo. Precisamos truncá-lo em  $T_0$ , tal que  $g(T_0) \ll 1$ . Escolhamos  $T_0 = 4$  (oito constantes de tempo do sinal), o que resulta em  $N_0 = T_0/T_s = 256$ , que é uma potência de 2. Vale ressaltar que há muita flexibilidade na determinação de  $T_s$  e  $T_0$ , dependendo da precisão desejada e da capacidade computacional disponível. Poderíamos ter escolhido  $T_0 = 8$  e  $T_s = 1/32$ , o que também resultaria em  $N_0 = 256$ , mas implicaria um erro de mascaramento ligeiramente maior.

Como o sinal tem uma descontinuidade do tipo degrau em  $t = 0$ , o valor da primeira amostra (em  $t = 0$ ) é 0,5, média dos valores nos dois lados da descontinuidade. O programa de MATLAB que implementa a DFT com o algoritmo de FFT é o seguinte:

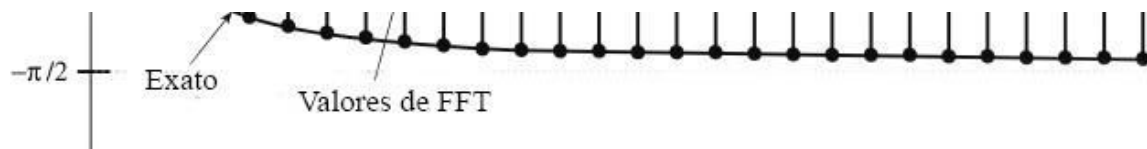
```
Ts=1/64; T0=4; N0=T0/Ts;
t=0:Ts:Ts*(N0-1); t=t';
g=Ts*exp(-2*t);
g(1)=Ts*0.5;
G=fft(g);
$[Gp,Gm]=$cart2pol($real(G),imag(G));
k=0:N0-1; k=k';
w=2*pi*k/T0;
subplot(211), stem(w(1:32), Gm(1:32));
subplot(212), stem(w(1:32), Gp(1:32));
```

Como  $G_q$  tem período  $N_0$ ,  $G_q = G_{(q+256)}$ , de modo que  $G_{256} = G_0$ . Portanto, basta traçar o gráfico de  $G_q$  no intervalo  $q = 0$  a  $q = 255$  (e não 256). Além disso, devido à periodicidade,  $G_{-q} = G_{(-q+256)}$ , ou seja, os valores de  $G_q$  no intervalo  $q = -127$  a  $q = -1$  são idênticos aos valores de  $G_q$  no intervalo  $q = 129$  a  $q = 255$ . Logo,  $G_{-127} = G_{129}$ ,  $G_{-126} = G_{130}$ , ...,  $G_{-1} = G_{255}$ . Adicionalmente, devido à propriedade de simetria conjugada da transformada de Fourier,  $G_{-q} = G_q^*$ ; assim,  $G_{129} = G_{127}^*$ ,  $G_{130} = G_{126}^*$ , ...,  $G_{255} = G_1^*$ . Consequentemente, para sinais de valores reais, não é necessário marcar no gráfico os valores de  $G_q$  com  $q$  maior que  $N_0/2$  (128, neste caso), pois são os complexos conjugados dos valores de  $G_q$  com  $q = 0$  a 128.

O gráfico do espectro de Fourier na Fig. 3.40 mostra amplitude e fase das amostras de  $G(f)$  tomadas em intervalos de  $1/T_0 = 1/4$  Hz, ou  $\omega_0 = 1,5708$  rad/s. Na Fig. 3.40, mostramos apenas os primeiros 28 pontos (em vez dos 128 pontos), para evitar o acúmulo excessivo de dados no gráfico.







**Figura 3.40** Transformada de Fourier discreta de um sinal exponencial  $e^{-2t} u(t)$ . O eixo horizontal é  $\omega$  (em radianos por segundo).

Neste exemplo, dispúnhamos da expressão analítica de  $G(f)$ , o que nos permitiu fazer escolhas INTELIGENTES para  $B$  (ou frequência de amostragem  $f_s$ ). Na prática, em geral, não conhecemos  $G(f)$ . Na verdade, isso é exatamente o que desejamos calcular. Nesses casos, para determinar  $B$  ou  $f_s$ , devemos lançar mão de evidências circunstanciais. Devemos, sucessivamente, reduzir o valor de  $T_s$  e calcular a transformada até que o resultado satisfaça o desejado número de algarismos significativos.

A seguir, calcularemos a transformada de Fourier de  $g(t) = 8 \Pi(t)$ .

### EXEMPLO COMPUTACIONAL C3.2

Empreguemos a DFT (implementada pelo algoritmo de FFT) para calcular a transformada de Fourier de  $8 \Pi(t)$  e tracemos o gráfico do resultante espectro de Fourier.

Essa função retangular e sua transformada de Fourier são mostradas na Fig. 3.41a e b. Para determinar o valor do intervalo de amostragem  $T_s$ , devemos, primeiro, definir a largura de banda essencial  $B$ . Da Fig. 3.41b, vemos que  $G(f)$  decai lentamente com  $f$ . Consequentemente, a largura de banda essencial  $B$  é bastante grande. Por exemplo, em  $B = 15,5$  Hz (97,39 rad/s),  $G(f) = -0,1643$ , o que corresponde a cerca de 2% do valor de pico,  $G(0)$ . Poderíamos, então, tomar a largura de banda essencial como 16 Hz. No entanto, deliberadamente, tomaremos  $B = 4$  Hz, por dois motivos: (1) mostrar o efeito de mascaramento e (2) o uso de  $B > 4$  implicaria enorme número de amostras, que não poderiam ser mostradas de forma adequada em uma página de livro sem perda de detalhes fundamentais. Portanto, aceitaremos a aproximação para que possamos esclarecer conceitos de DFT por meio de gráficos.

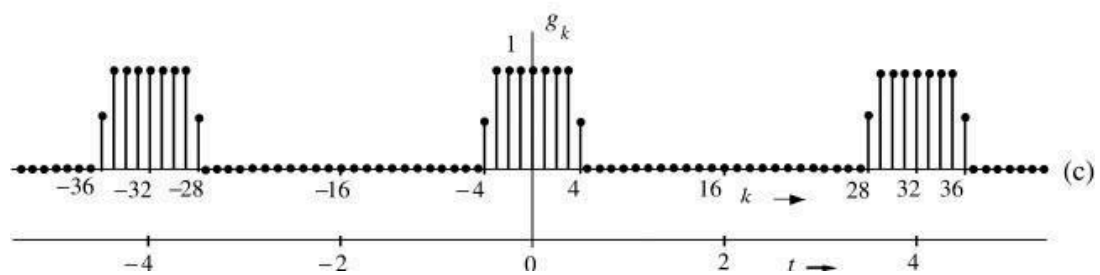
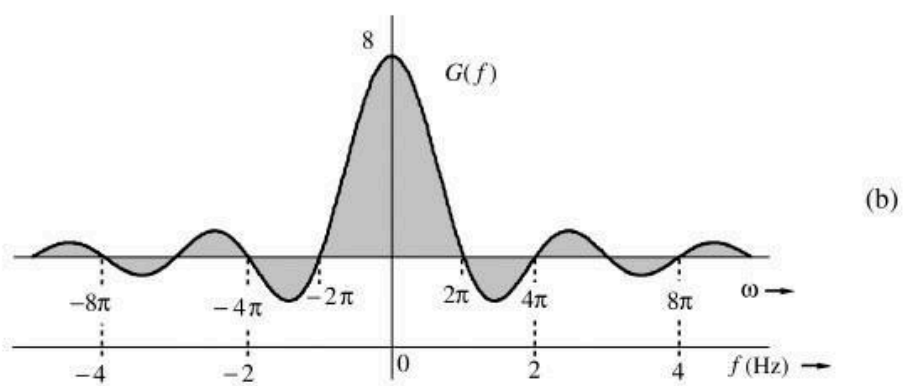
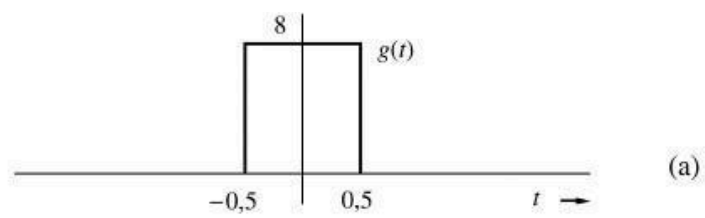
A escolha  $B = 4$  resulta em um intervalo de amostragem  $T_s = 1/2B = 1/8$  segundos. Examinando novamente o espectro na Fig. 3.41b, vemos que a escolha da resolução de frequência  $f_0 = 1/4$  Hz é razoável, e corresponde a quatro amostras em cada lóbulo de  $G(f)$ . Neste caso,  $T_0 = 1/f_0 = 4$  segundos, e  $N_0 = T_0/T_s = 32$ . A duração de  $g(t)$  é de apenas 1 segundo. Devemos repetir  $g(t)$  a cada 4 segundos, como indicado na Fig. 3.41c, e tomar amostras a cada 0,125 segundo. Isso nos dará 32 amostras ( $N_0 = 32$ ). Também temos

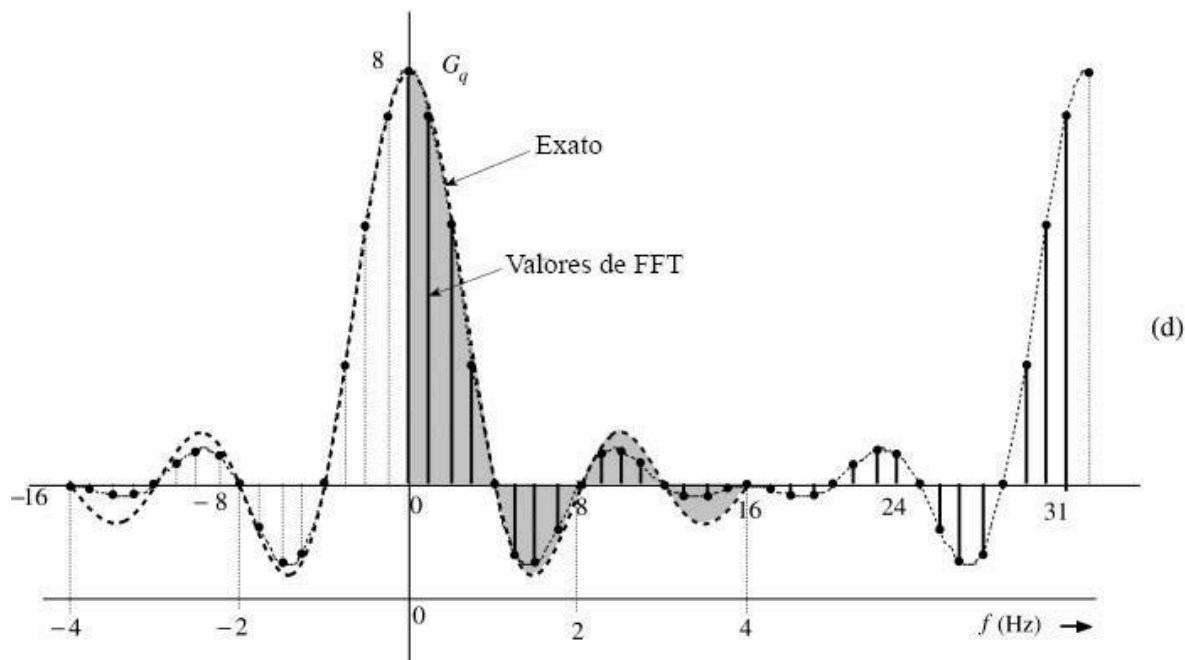
$$\begin{aligned} g_k &= T_s g(kT) \\ &= \frac{1}{8} g(kT) \end{aligned}$$

Como  $g(t) = 8 \Pi(t)$ , os valores de  $g_k$  são 1, 0 ou 0,5 (nos pontos de descontinuidade), como mostrado na Fig. 3.41c; nessa figura, por conveniência,  $g_k$  é mostrado como função de  $t$  e de  $k$ .

Na dedução da DFT, supomos que  $g(t)$  tem início em  $t = 0$  (Fig. 3.39a) e tomamos  $N_0$  amostras no intervalo  $(0, T_0)$ . No caso em consideração, contudo,  $g(t)$  tem início em  $t = -1/2$ . Essa dificuldade é facilmente resolvida quando observamos que a DFT obtida por este procedimento é, na verdade, a DFT de  $g_k$  repetido a cada  $T_0$  segundos. Da Fig. 3.41c, fica claro que a repetição periódica do segmento de  $g_k$  no intervalo de  $-2$  a 2 segundos é equivalente à repetição do segmento de  $g_k$  no intervalo de 0 a 4 segundos. Portanto, a DFT das amostras colhidas entre  $-2$  e 2 segundos é igual à DFT das amostras colhidas entre 0 e 4 segundos. Assim, independentemente do instante em que  $g(t)$  tem início, sempre podemos tomar as amostras de  $g(t)$  e repetilas periodicamente no intervalo de 0 a  $T_0$ . No presente exemplo, os valores das 32 amostras são

$$g_k = \begin{cases} 1 & 0 \leq k \leq 3 \\ 0 & 5 \leq k \leq 27 \\ 0,5 & k = 4, 28 \end{cases} \quad \text{e} \quad 29 \leq k \leq 31$$





**Figura 3.41** Transformada de Fourier discreta de um pulso retangular.

Vale ressaltar que a última amostra é tomada em  $t = 31/8$  e não em  $t = 4$ , pois a repetição do sinal reinicia em  $t = 4$ , de modo que a amostra em  $t = 4$  é igual à amostra em  $t = 0$ . Com  $N_0 = 32$ ,  $\Omega_0 = 2\pi/32 = \pi/16$ . Logo, [ver a Eq. (3.103a)],

$$G_q = \sum_{k=0}^{31} g_k e^{-jq \frac{\pi}{16} k}$$

O programa MATLAB que usa o algoritmo de FFT para calcular a DFT é dado a seguir. Primeiro, escrevemos um programa MATLAB para gerar 32 amostras de  $g_k$  e, então, calculamos a DFT.

```
% (c32.m)
B=4;      f0=1/4;
Ts=1/(2*B); T0=1/f0;
N0=T0/Ts;
k=0:N0; k=k';
for m=1:length(k)
$ $ if k(m)>=0 & k(m)<=3, gk(m)=1; end
$ $ if k(m)==4 & k(m)==28 gk(m)=0.5; end
$ $ if k(m)>=5 & k(m)<=27, gk(m)=0; end
$ $ if k(m)>=29 & k(m)<=31, gk(m)=1; end
end
gk=gk';
Gr=fft(gk);
subplot(211), stem(k,gk)
subplot(212), stem(k,Gr)
```

A Fig. 3.41d mostra o gráfico de  $G_q$ .

As amostras  $G_q$  são espaçadas de  $f_0 = 1/T_0$  Hz. Neste exemplo,  $T_0 = 4$  segundos, de modo que a resolução de frequência  $f_0$  é  $1/4$  Hz, como desejado. A frequência de dobramento  $f_s/2 = B = 4$  Hz corresponde a  $q = N_0/2 = 16$ . Como  $G_a$  tem período  $N_0$  ( $N_0 = 32$ ), os valores de  $G_q$  para  $q$  entre  $-16$  e  $-1$  são iguais àqueles para  $q$  entre  $16$  e  $31$ . A DFT nos fornece amostras do espectro  $G(f)$ .

Para facilitar a comparação, a Fig. 3.41d também mostra a curva hachurada  $8 \text{sinc}(\pi f)$ , que é a transformada de Fourier de  $8 \Pi(t)$ . Os valores de  $G_q$  calculados pela DFT exibem erro de mascaramento, o que fica claro quando comparamos os

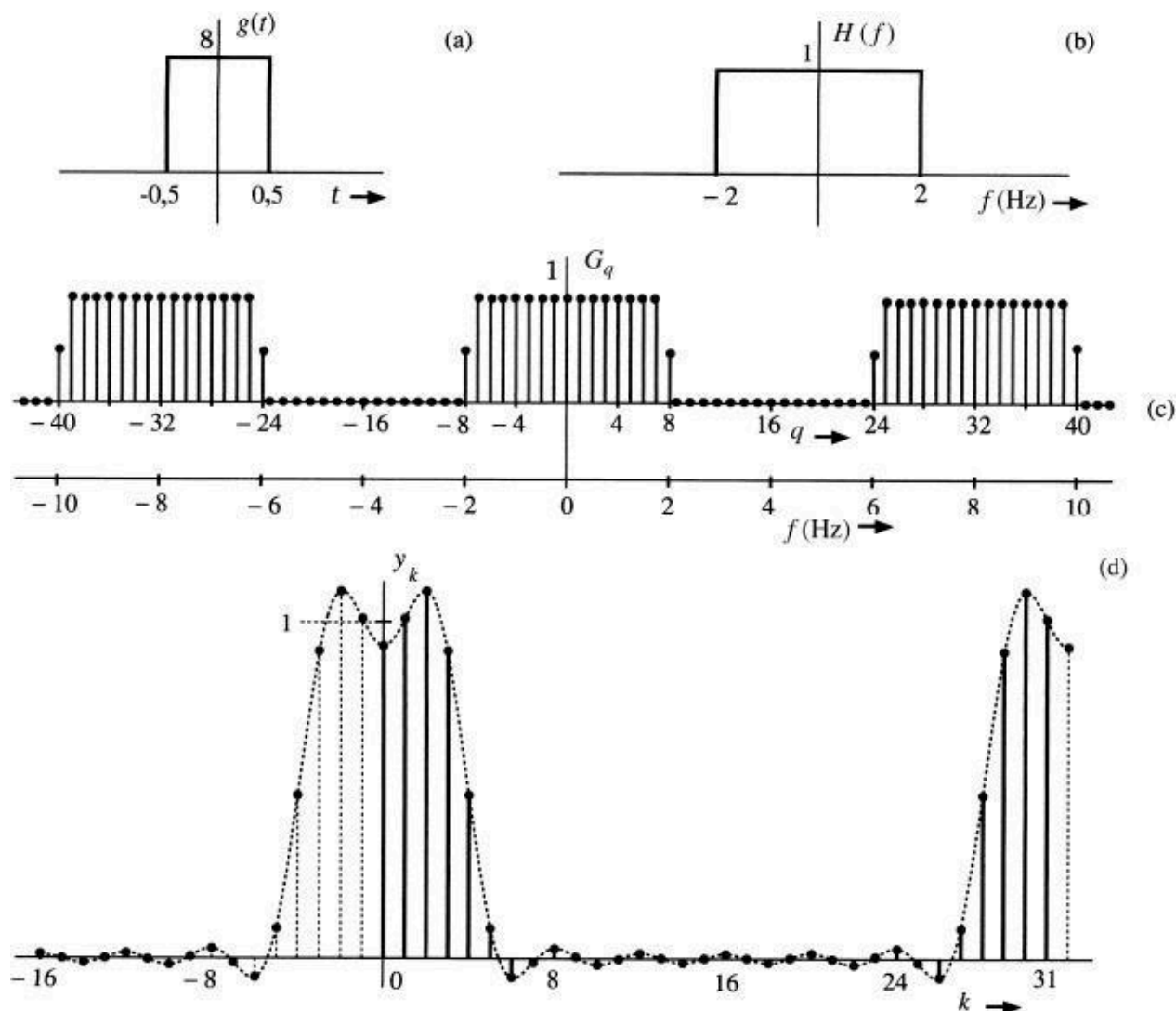
dois gráficos. O erro em  $G_2$  é da ordem de apenas 1,3%. No entanto, o erro de mascaramento aumenta rapidamente com  $r$ . Por exemplo, o erro em  $G_6$  é de cerca de 12%, e o erro em  $G_{10}$ , 33%. O erro em  $G_{14}$  é de assustadores 72%. O erro percentual aumenta de forma muito rápida nas proximidades da frequência de dobramento ( $r = 16$ ), pois  $g(t)$  tem uma descontinuidade degrau, o que faz com que  $G(f)$  decaia muito lentamente, como  $1/f$ . Assim, nas proximidades da frequência de dobramento, a cauda invertida (devido ao mascaramento) é quase igual a  $G(f)$ . Além disso, os valores extremos são a diferença entre os valores exato e da parte que sofreu dobra (quase iguais aos exatos). Consequentemente, o erro percentual nas proximidades da frequência de dobramento ( $r = 16$ , neste exemplo) é muito alto, embora o erro absoluto seja muito pequeno. Fica claro que, para sinais com descontinuidades do tipo degrau, o erro de mascaramento nas proximidades da frequência de dobramento sempre será grande (em termos percentuais), qualquer que seja o valor escolhido para  $N_0$ . Para garantir erro de mascaramento desprezível para qualquer valor de  $q$ , devemos assegurar que  $N_0 \gg q$ . Essa observação se aplica a todos os sinais com descontinuidade do tipo degrau.

## Filtragem

Quando pensamos em filtragem, em geral, o fazemos em termos de uma solução orientada a hardware (ou seja, montagem de um circuito com componentes  $RLC$  e amplificadores operacionais). Contudo, a filtragem também admite uma solução orientada a software [algoritmo computacional que fornece a saída filtrada  $y(t)$ , para uma dada entrada  $g(t)$ ]. Isso pode ser implementado de modo conveniente via DFT. Seja  $g(t)$  o sinal a ser filtrado; então, os valores  $G_q$ , DFT de  $g_k$ , são calculados. O espectro  $G_q$  é formatado (filtrado) como desejado através da multiplicação de  $G_q$  por  $H_q$ , em que  $H_q$  são as amostras da função de transferência do filtro,  $H(f)$  [ $H_q = H(qf_0)$ ]. Por fim, calculamos a DFT inversa (ou IDFT) de  $G_q H_q$  e obtemos a saída filtrada  $y_k$  [ $y_k = T_s y(kT)$ ]. O próximo exemplo ilustra este procedimento.

### EXEMPLO COMPUTACIONAL C3.3

O sinal  $g(t)$  na Fig. 3.42a é aplicado a um filtro passabaixos ideal, cuja função de transferência  $H(f)$  é mostrada na Fig. 3.42b. Usemos a DFT para calcular a saída do filtro.



**Figura 3.42** Filtragem de  $g(t)$  por  $H(f)$ .

Já calculamos a DFT de  $g(t)$  com 32 amostras (Fig. 3.41d). Agora, devemos multiplicar  $G_q$  por  $H_q$ . Para calcular  $H_q$ , recordemos que, na determinação da DFT de  $g(t)$  com 32 amostras, usamos  $f_0 = 0,25$  Hz. Como  $G_q$  tem período  $N_0 = 32$ ,  $H_q$  deve ter o mesmo período e, portanto, amostras espaçadas de 0,25 Hz. Isso significa que  $H_q$  deve se repetir a cada 8 Hz ou  $16\pi$  rad/s (ver Fig. 3.42c). Assim, as 32 amostras de  $H_q$  são produzidas, no intervalo  $0 \leq f \leq 8$ , como

$$H_q = \begin{cases} 1 & 0 \leq q \leq 7 \quad \text{e} \quad 25 \leq q \leq 31 \\ 0 & 9 \leq q \leq 23 \\ 0,5 & q = 8, 24 \end{cases}$$

Multiplicamos  $G_q$  por  $H_q$  e calculamos a DFT inversa. O resultante sinal de saída é mostrado na Fig. 3.42d. A Tabela 3.4 lista valores de  $g_k$ ,  $G_q$ ,  $H_q$ ,  $Y_q$  e  $y_k$ .

No Exemplo C.32, já calculamos a DFT de  $g(t)$  com 32 amostras ( $G_q$ ). O programa MATLAB do Exemplo C3.2 pode ser armazenado como um arquivo.m (por exemplo, “c32.m”). Podemos importar  $G_q$  no ambiente MATLAB via comando “c32”. A seguir, geramos 32 amostras de  $H_q$ , multiplicamos  $G_q$  por  $H_q$  e, para obter  $y_k$ , calculamos a DFT inversa. Também podemos obter  $y_k$  calculando a convolução de  $g_k$  e  $h_k$ .

```
c32;
q=0:32; q=q';
for m=1:length(q)
    if q(m)>=0 & q(m)<=7, Hq(m)=1; end
    if q(m)>=25 & q(m)<=31, Hq(m)=1; end
    if q(m)>=9 & q(m)<=23, Hq(m)=0; end
    if q(m)==8 & q(m)==24, Hq(m)=0.5; end
end
Hq=Hq';
Yq=Gq.*Hq;
yk=ifft(Yq);
clf,stem(k,yk)
```

**Tabela 3.4**

No.	$g_k$	$G_q$	$H_q$	$G_q H_q$	$y_k$
0	1	8,000	1	8,000	0,9285
1	1	7,179	1	7,179	1,009
2	1	5,027	1	5,027	1,090
3	1	2,331	1	2,331	0,9123
4	1	0,000	1	0,000	0,4847
5	0,5	-1,323	1	-1,323	0,08884
6	0	-1,497	1	-1,497	-0,05698
7	0	-0,8616	1	-0,8616	-0,01383
8	0	0,000	0,5	0,000	0,02933
9	0	0,5803	0	0,000	0,004837
10	0	0,6682	0	0,000	-0,01966
11	0	0,3778	0	0,000	-0,002156

12	0	0,000	0	0,000	0,01534
13	0	-0,2145	0	0,000	0,0009828
14	0	-0,1989	0	0,000	-0,01338
15	0	-0,06964	0	0,000	-0,0002876
16	0	0,000	0	0,000	0,01280
17	0	-0,06964	0	0,000	-0,0002876
18	0	-0,1989	0	0,000	-0,01338
19	0	-0,2145	0	0,000	0,0009828
20	0	0,000	0	0,000	0,01534
21	0	0,3778	0	0,000	-0,002156
22	0	0,6682	0	0,000	-0,01966
23	0	0,5803	0	0,000	0,004837
24	0	0,000	0,5	0,000	0,03933
25	0	-0,8616	1	-0,8616	-0,01383
26	0	-1,497	1	-1,497	-0,05698
27	0	-1,323	1	-1,323	0,08884
28	0,5	0,000	1	0,000	0,4847
29	1	2,331	1	2,331	0,9123
30	1	5,027	1	5,027	1,090
31	1	7,179	1	7,179	1,009

## REFERÊNCIAS

1. R. V. Churchill and J. W. Brown, *Fourier Series and Boundary Value Problems*, 3rd ed., McGrawHill, New York, 1978.
2. R. N. Bracewell, *Fourier Transform and Its Applications*, rev. 2nd ed., McGrawHill, New York, 1986.
3. B. P. Lathi, *Signal Processing and Linear Systems*, Oxford University Press, 2000.
4. E. A. Guillemin, *Theory of Linear Physical Systems*, Wiley, New York, 1963.
5. F. J. Harris, "On the Use of Windows for Harmonic Analysis with the Discrete Fourier Transform," *Proc. IEEE*, vol. 66, pp. 51–83, Jan. 1978.
6. J. W. Tukey and J. Cooley, "An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series," *Mathematics of Computation*, Vol. 19, pp. 297–301, April 1965.

## Códigos (Imagem e transcrição)

### Exercício 1

```

Ts=1/64; T0=4; N0=T0/Ts;
t=0:Ts:Ts*(N0-1); t=t';
g=Ts*exp(-2*t);
g(1)=Ts*0.5;
G=fft(g);
$[Gp,Gm]=$cart2pol($real(G),imag(G));
k=0:N0-1; k=k';
w=2*pi*k/T0;
subplot(211),stem(w(1:32),Gm(1:32));
subplot(212),stem(w(1:32),Gp(1:32));

```

### Transcript:

```

Ts=1/64; T0=4; N0=T0/Ts;
t=0:Ts:Ts*(N0-1); t=t';
g=Ts*exp(-2*t);

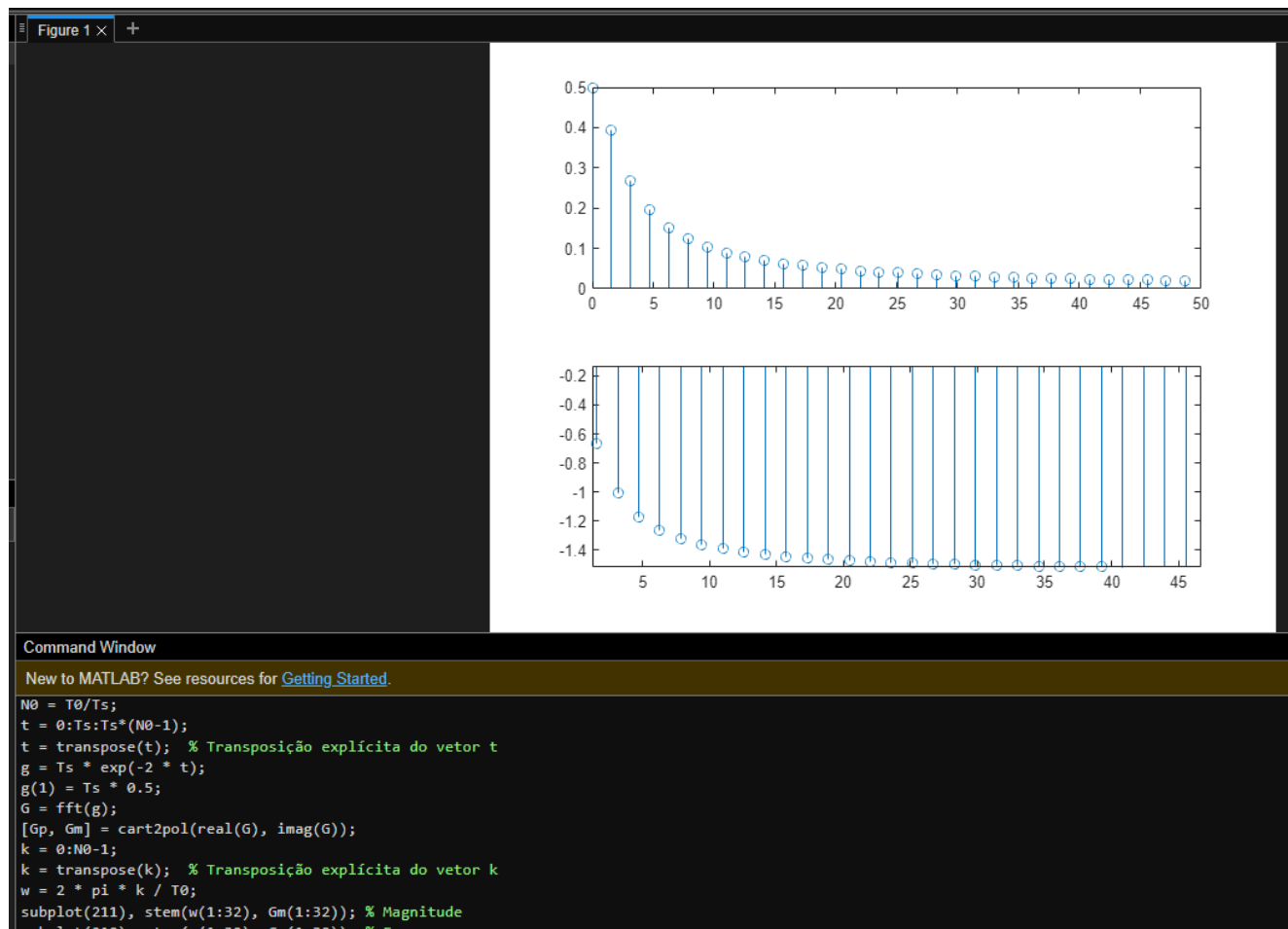
```

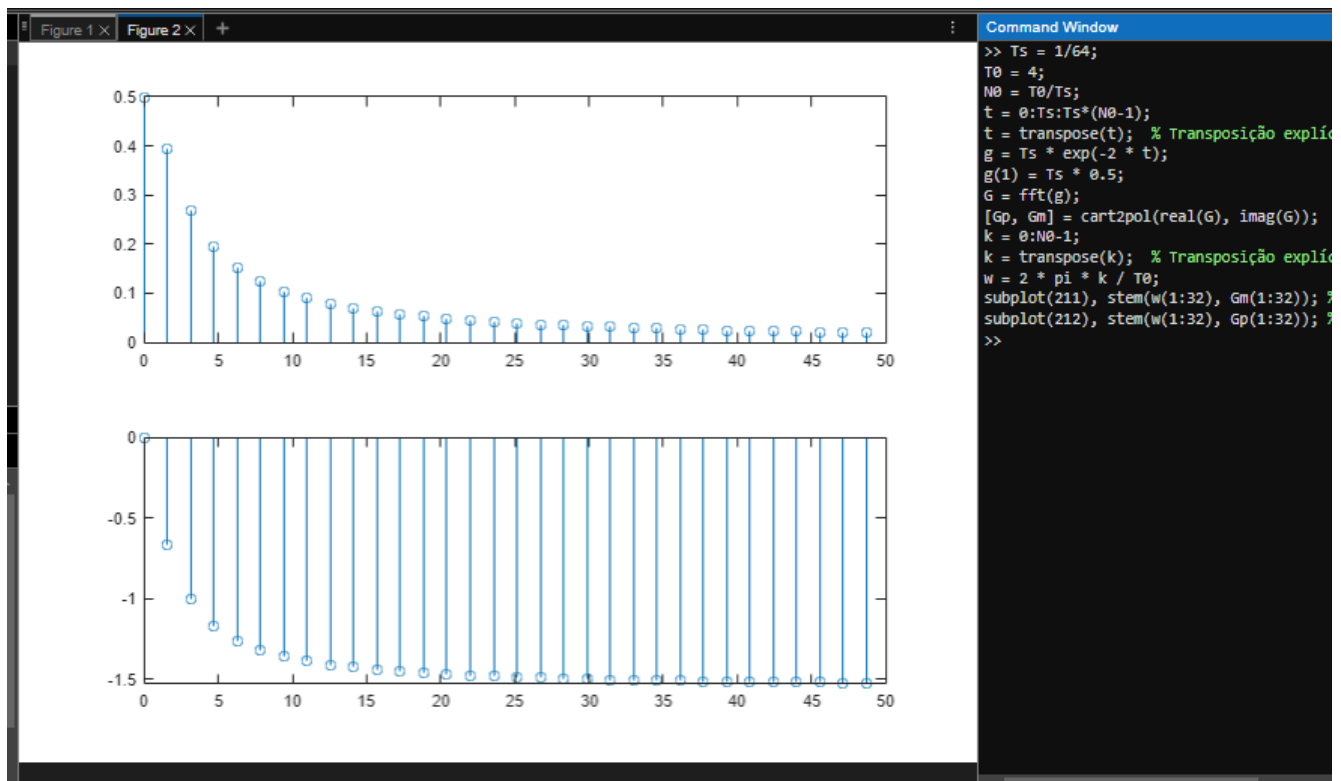
```

g(1) Ts*0.5;
G=fft (g);
$ [Gp, Gm] $=cart2pol ($real (G), imag (G) $);
k=0:N0-1; k=k';
w=2*pi*k/TO;
subplot (211), stem (w (1:32), Gm (1:32));
subplot (212), stem (w (1:32), Gp (1:32));

```

Resultado:





corrigido:

```
Ts = 1/64;
T0 = 4;
N0 = T0/Ts;
t = 0:Ts:Ts*(N0-1);
t = transpose(t); % Transposição explícita do vetor t
g = Ts * exp(-2 * t);
g(1) = Ts * 0.5;
G = fft(g);
[Gp, Gm] = cart2pol(real(G), imag(G));
k = 0:N0-1;
k = transpose(k); % Transposição explícita do vetor k
w = 2 * pi * k / T0;
subplot(211), stem(w(1:32), Gm(1:32)); % Magnitude
subplot(212), stem(w(1:32), Gp(1:32)); % Fase
```



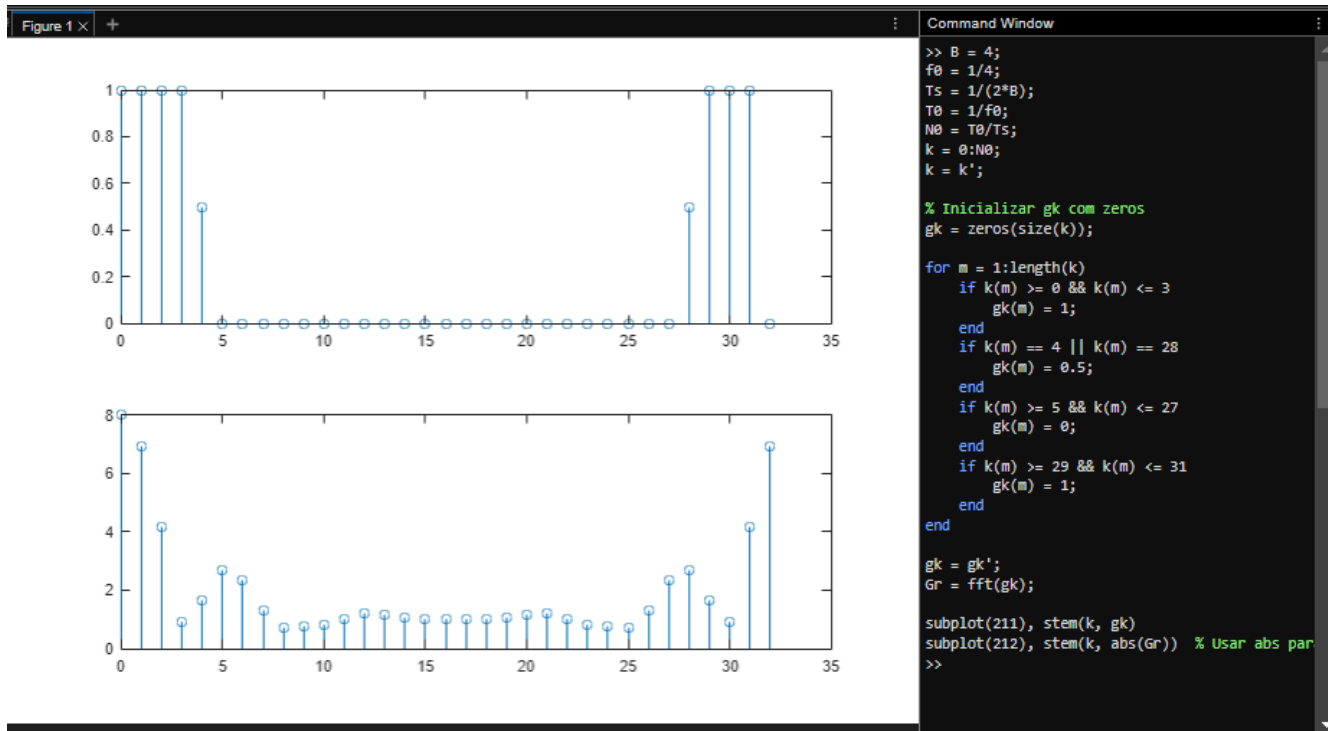
## Exercício 2

```
% (c32.m)
B=4;      f0=1/4;
Ts=1/(2*B); T0=1/f0;
N0=T0/Ts;
k=0:N0; k=k';
for m=1:length(k)
$ $ if k(m)$>$=0 & k(m)$<=$=3, gk(m)=1; end
$ $ if k(m)==4 & k(m)==28 gk(m)=0.5; end
$ $ if k(m)$>$=5 & k(m)$<=$=27, gk(m)=0; end
$ $ if k(m)$>$=29 & k(m)$<=$=31, gk(m)=1; end
end
gk=gk';
Gr=fft(gk);
subplot(211),stem(k,gk)
subplot(212),stem(k,Gr)
```

Transcript:

```
B=4;
f0=1/4;
Ts=1/(2*B); T0=1/f0;
N0=T0/Ts;
k=0:N0; k=k';
for m=1:length(k)
$ $ if k (m) $>$=0 & k (m) $<=$=3, gk (m)=1; end
$ $ if k (m)==4 & k (m) ==28 gk (m)=0.5; end
$ $ if k (m) $>$=5 & k (m) $<=$=27, gk (m) =0; end
$ $ if k (m) $>$=29 & k (m) $<=$=31, gk (m) =1; end
end
gk=gk';
Gr=fft (gk);
subplot (211), stem (k,gk)
subplot (212), stem (k, Gr)
```

## Resultado:



## Corrigido:

```
B = 4;
f0 = 1/4;
Ts = 1/(2*B);
T0 = 1/f0;
N0 = T0/Ts;
k = 0:N0;
k = k';
```

```
% Inicializar gk com zeros
gk = zeros(size(k));
```

```
for m = 1:length(k)
    if k(m) >= 0 && k(m) <= 3
        gk(m) = 1;
    end
    if k(m) == 4 || k(m) == 28
        gk(m) = 0.5;
    end
    if k(m) >= 5 && k(m) <= 27
        gk(m) = 0;
    end
    if k(m) >= 29 && k(m) <= 31
        gk(m) = 1;
    end
end
```

```
gk = gk';
Gr = fft(gk);
```

```
subplot(211), stem(k, gk)
subplot(212), stem(k, abs(Gr)) % Usar abs para a magnitude da FFT
```

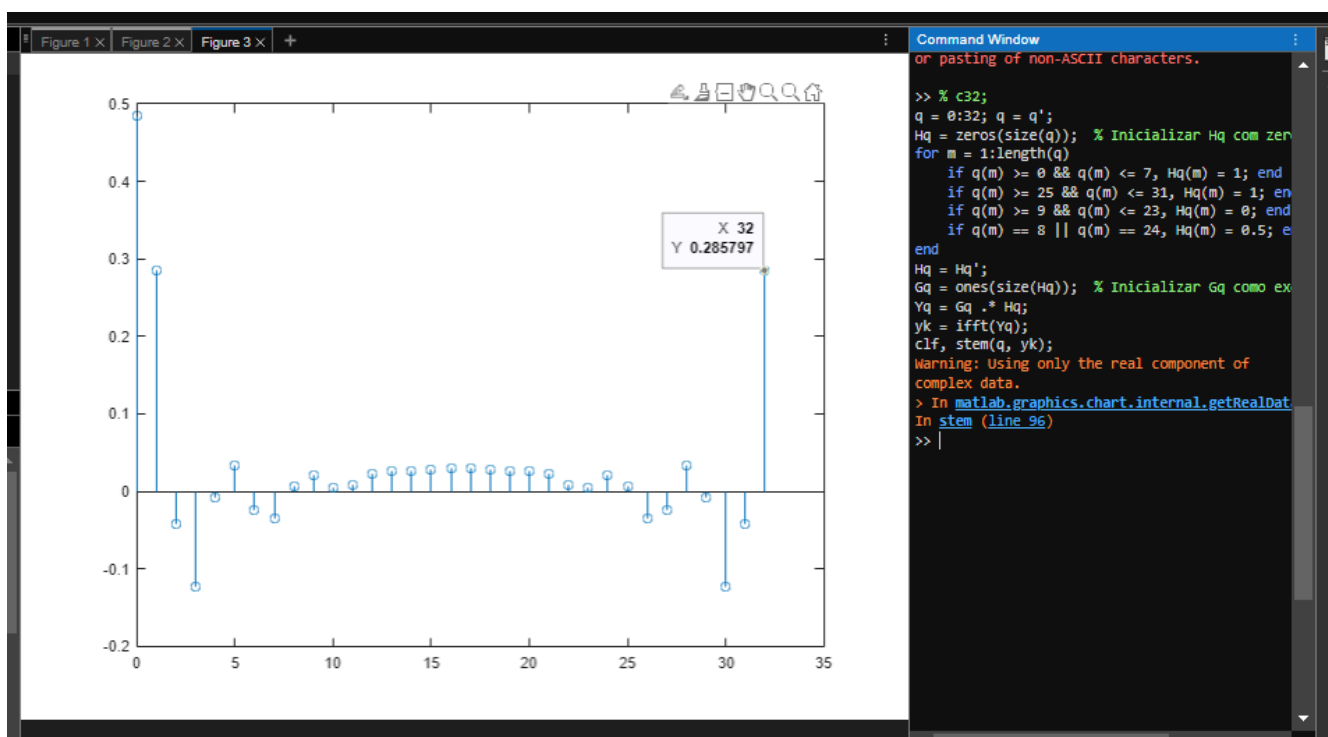
### Exercício 3

```
c32;  
q=0:32; q=q';  
for m=1:length(q)  
    if q(m)>=0 & q(m)<=7, Hq(m)=1; end  
    if q(m)>=25 & q(m)<=31, Hq(m)=1; end  
    if q(m)>=9 & q(m)<=23, Hq(m)=0; end  
    if q(m)==8 & q(m)==24, Hq(m)=0.5; end  
end  
Hq=Hq';  
Yq=Gq.*Hq;  
yk=ifft(Yq);  
clf,stem(k,yk)
```

Transcript:

```
% c32;  
q=0:32; q=q';  
for m=1:length(q)  
    if q(m)>=0 & q(m)<=7, Hq(m)=1; end  
    if q(m)>=25 & q(m)<=31, Hq(m)=1; end  
    if q(m)>=9 & q(m)<=23, Hq(m)=0; end  
    if q(m)==8 & q(m)==24, Hq(m)=0.5; end  
Hq=Hq';  
Yq=Gq.*Hq;  
yk=ifft(Yq);  
clf, stem(k, yk);
```

Resultado:



Corrigido:

```
% c32;  
q = 0:32; q = q';  
Hq = zeros(size(q)); % Inicializar Hq com zeros  
for m = 1:length(q)  
    if q(m) >= 0 && q(m) <= 7, Hq(m) = 1; end  
    if q(m) >= 25 && q(m) <= 31, Hq(m) = 1; end  
    if q(m) >= 9 && q(m) <= 23, Hq(m) = 0; end  
    if q(m) == 8 || q(m) == 24, Hq(m) = 0.5; end  
end  
Hq = Hq';  
Gq = ones(size(Hq)); % Inicializar Gq como exemplo  
Yq = Gq .* Hq;  
yk = ifft(Yq);  
clf, stem(q, yk);
```

—