

EXERCÍCIOS DE ESTATÍSTICA DESCRITIVA

Exercício 01- A tabela abaixo mostra o número de meses em que houve aumento do nível de atividade de quinze empresas de tamanho pequeno (P), médio (M) e grande (G), do setor comercial (C) e industrial (I).

Empresa	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Meses	8	9	4	5	3	6	8	6	6	8	5	5	6	4	4
Setor	C	C	I	I	I	C	C	I	I	C	C	I	C	I	I
Tamanho	G	M	G	M	M	P	G	M	P	M	P	P	M	M	G

- (a) Classifique cada uma das variáveis.
- (b) Divida as empresas em dois grupos: comércio (C) e indústria (I). Compare os grupos em relação à média e à mediana do número de meses com crescimento.
- (c) Calcule o desvio padrão e o coeficiente de variação para os dois grupos. Qual dos grupos é mais homogêneo em relação ao número de meses com crescimento?
- (d) Calcule a média, mediana, desvio padrão e coeficiente de variação do número de meses com crescimento para os três tamanhos de empresas (P,M,G). Compare essas medidas. Com base nessa análise, você diria que existe relação entre o tamanho da empresa e o número de meses com crescimento?

Solução

a) Variáveis:

- Tamanho da empresa: Variável qualitativa ordinal,
- Setor da empresa: Variável qualitativa nominal,
- Número de meses com crescimento: Variável quantitativa discreta.

b) Dividimos as empresas em dois grupos: comércio (C) e indústria (I). Valores ordenados dos meses com crescimento em cada setor,

C	5	6	6	8	8	8	9	
I	3	4	4	4	5	5	6	6

- A média do número de meses com crescimento das empresas dos setor comercial é dada por,

$$\frac{8 + 9 + 6 + 8 + 8 + 5 + 6}{7} = \frac{50}{7} \approx 7,143.$$

- A média do número de meses com crescimento das empresas do setor industrial é,

$$\frac{4 + 5 + 3 + 6 + 6 + 5 + 4 + 4}{8} = \frac{37}{8} = 4,625.$$

- Observe que no setor comercial existem sete observações, de modo que a mediana é dada pelo valor da quarta observação quando estes valores estão ordenados (posição central). Logo, a mediana do número de meses com crescimento do setor de comércio é 8.
- Observe que possuímos oito observações no setor industrial, de modo que a mediana é dada pela média da quarta e quinta observação quando estes valores estão ordenados (posição central). Logo, a mediana do número de meses com crescimento do setor de indústria é dado por

$$\frac{4 + 5}{2} = 4,5$$

Baseados nos valores obtidos concluímos que em média o número de meses com crescimento do setor comercial é maior do que o setor industrial.

- c) Vamos agora determinar o desvio padrão para cada um dos dois grupos: comércio (C) e indústria (I).

Para as empresas do setor comercial temos,

$$s_c = \sqrt{\frac{(8 - \frac{50}{7})^2 + (9 - \frac{50}{7})^2 + (6 - \frac{50}{7})^2 + (8 - \frac{50}{7})^2 + (8 - \frac{50}{7})^2 + (5 - \frac{50}{7})^2 + (6 - \frac{50}{7})^2}{6}} \approx 1,464.$$

Para as empresas do setor industrial temos,

$$s_i = \sqrt{\frac{(4 - 4,625)^2 + (5 - 4,625)^2 + (3 - 4,625)^2 + \dots + (4 - 4,625)^2}{7}} \approx 1.06.$$

De modo que o coeficiente de variação para o grupo das empresas do setor comercial é dado por

$$cv = \frac{1.464}{7,143} \times 100 = 20,495$$

E o coeficiente de variação para o grupo das empresas do setor industrial é,

$$cv = \frac{1.06}{4,625} \times 100 = 22,919$$

Concluimos baseados no coeficiente de variação que as empresas do setor comercial são mais homogêneas do que as empresas do setor industrial.

- d) A medida descritiva que nos fornece a informação do número máximo de meses apresentando crescimento para que a empresa receba incentivo fiscal, dado que só 25% das empresas com menor crescimento (em meses) receberão incentivo, é o primeiro quartil.

Os dados ordenados (crescimento em meses) são: 3 4 4 4 5 5 5 6 6 6 6 8 8 8 9.

Temos $n = 15$, de modo que $p \times (n+1) = 0,25(16) = 4$. Logo, o primeiro quartil corresponde ao valor da variável que ocupa a quarta posição dos dados ordenados, ou seja, 4.

P	5	5	6	6			
M	3	4	5	6	6	8	9
G	4	4	8	8			

e) Dividimos as empresas em três grupos: pequeno (P), média (M) e grande (G). Valores ordenados dos meses com crescimento para cada tamanho de empresa,

- A média do número de meses com crescimento das pequenas empresas é dada por,

$$\frac{5 + 5 + 6 + 6}{4} = 5,5$$

- A média do número de meses com crescimento das médias empresas é,

$$\frac{3 + 4 + 5 + 6 + 6 + 8 + 9}{7} = \frac{41}{7} = 5.857.$$

- A média do número de meses com crescimento das grandes empresas é,

$$\frac{4 + 4 + 8 + 8}{4} = 6.$$

- Observe que nas pequenas empresas (grandes empresas) existem quatro observações, de modo que a mediana é dada pela média da terceira e quarta observação quando estes valores estão ordenados (posição central). Logo, a mediana do número de meses com crescimento das pequenas empresas é 5,5 (das grandes empresas é 6).
- Observe que possuímos sete observações entre as médias empresas, de modo que a mediana é dada pela quarta observação quando estes valores estão ordenados (posição central). Logo, a mediana do número de meses com crescimento das médias empresas é 6.

- O desvio padrão do número de meses com crescimento das pequenas empresas é,

$$\sqrt{\frac{(5 - 5,5)^2 + (5 - 5,5)^2 + (6 - 5,5)^2 + (6 - 5,5)^2}{3}} \approx 0.577$$

- O desvio padrão do número de meses com crescimento das médias empresas é,

$$\sqrt{\frac{(3 - \frac{41}{7})^2 + (4 - \frac{41}{7})^2 + \dots + (9 - \frac{41}{7})^2}{6}} \approx 2,116.$$

- O desvio padrão do número de meses com crescimento das grandes empresas é,

$$\sqrt{\frac{(4 - 6)^2 + (4 - 6)^2 + (8 - 6)^2 + (8 - 6)^2}{3}} \approx 2.309$$

- O coeficiente de variação para o grupo das pequenas empresas é dado por,

$$cv = \frac{0.577}{5,5} \times 100 = 10,49$$

- O coeficiente de variação para o grupo das médias empresas é dado por,

$$cv = \frac{2.116}{5.857} \times 100 = 36,128$$

- O coeficiente de variação para o grupo das grandes empresas é dado por,

$$cv = \frac{2.309}{6} \times 100 = 38,483$$

Tabela 1: Média, Mediana, desvio padrão e coeficiente de variação da variável número de meses com crescimento para cada tamanho de empresa.

Tamanho da empresa	Média	Mediana	Desvio padrão	Coeficiente de variação
P	5.5	5.5	0.577	10,49
M	5.857	6	2.116	36,128
G	6	6	2.309	38,483

- O número médio de meses com crescimento parece aumentar muito pouco conforme o tamanho da empresa aumenta.
- A mediana do número de meses com crescimento entre as grandes e médias empresas são iguais e levemente superiores as pequenas empresas.
- Diante da medida de coeficiente de variação e desvio padrão podemos dizer que as pequenas empresas representam um grupo mais homogêneo do que as médias e grandes empresas.

Baseados nas observações acima não concluiríamos que existe relação entre o tamanho da empresa e o número de meses com crescimento, uma vez que a diferença do número médio de meses com crescimento em cada grupo não parece ser significativa. E é válido salientar que a média não parece ter a mesma representatividade em cada grupo.

Exercício 2

O peso (em Kg) de 30 mulheres de 168 cm de altura, segundo a idade (em anos) é apresentado abaixo

<i>Idade</i>	<i>Peso</i>				
40	55	50	68	65	62
45	58	56	62	65	63
50	60	74	70	78	76
55	77	78	70	72	80
60	70	76	74	83	85
65	65	82	72	82	80

- (a) Calcule a média, mediana, desvio padrão e coeficiente de variação para o peso dos seis grupos de idade analisados.
- (b) Com base nas medidas obtidas no item (a), tire conclusão sobre o comportamento do peso com o aumento da idade.

Solução

a) O peso médio do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 40 anos é dado por,

$$\overline{x_1} = \frac{55 + 50 + 68 + 65 + 62}{5} = 60$$

O peso médio do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 45 anos é dado por,

$$\overline{x_2} = \frac{58 + 56 + 62 + 65 + 63}{5} = 60.8$$

O peso médio do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 50 anos é dado por,

$$\overline{x_3} = \frac{60 + 74 + 70 + 78 + 76}{5} = 71,6$$

O peso médio do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 55 anos é dado por,

$$\overline{x_4} = \frac{77 + 78 + 70 + 72 + 80}{5} = 75,4$$

O peso médio do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 60 anos é dado por,

$$\overline{x_5} = \frac{70 + 76 + 74 + 83 + 85}{5} = 77,6$$

O peso médio do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 65 anos é dado por,

$$\overline{x_6} = \frac{65 + 82 + 72 + 82 + 80}{5} = 76,2$$

Como cada grupo possui cinco observações a mediana é dada pela terceira observação quando estes valores estão ordenadas em cada grupo. Temos desta forma,

- Para o grupo de mulheres com 40 anos a mediana é dada por 62 kg.
- Para o grupo de mulheres com 45 anos a mediana é dada por 62 kg.
- Para o grupo de mulheres com 50 anos a mediana é dada por 74 kg.
- Para o grupo de mulheres com 55 anos a mediana é dada por 77 kg.
- Para o grupo de mulheres com 60 anos a mediana é dada por 76 kg.
- Para o grupo de mulheres com 65 anos a mediana é dada por 80 kg.

O desvio padrão do peso do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 40 anos é dado por,

$$s_1 = \sqrt{\frac{(55 - 60)^2 + (50 - 60)^2 + (68 - 60)^2 + (65 - 60)^2 + (62 - 60)^2}{4}} = \sqrt{54,5} = 7.382$$

O desvio padrão do peso do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 45 anos é dado por,

$$s_2 = \sqrt{\frac{(58 - 60.8)^2 + (56 - 60.8)^2 + (62 - 60.8)^2 + (65 - 60.8)^2 + (63 - 60.8)^2}{4}} = \sqrt{13,7} = 3.701$$

O desvio padrão do peso do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 50 anos é dado por,

$$s_3 = \sqrt{\frac{(60 - 71,6)^2 + (74 - 71,6)^2 + (70 - 71,6)^2 + (78 - 71,6)^2 + (76 - 71,6)^2}{4}} = 7.127$$

O desvio padrão do peso do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 55 anos é dado por,

$$s_4 = \sqrt{\frac{(77 - 75,4)^2 + (78 - 75,4)^2 + (70 - 75,4)^2 + (72 - 75,4)^2 + (80 - 75,4)^2}{4}} = 4.219$$

O desvio padrão do peso do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 60 anos é dado por,

$$s_5 = \sqrt{\frac{(70 - 77,6)^2 + (76 - 77,6)^2 + (74 - 77,6)^2 + (83 - 77,6)^2 + (85 - 77,6)^2}{4}} = 6.269$$

O desvio padrão do peso do grupo de mulheres de 168 cm de altura e 65 anos é dado por,

$$s_6 = \sqrt{\frac{(65 - 76,2)^2 + (82 - 76,2)^2 + (72 - 76,2)^2 + (82 - 76,2)^2 + (80 - 76,2)^2}{4}} = 7.497$$

$$cv_2 = \frac{3.701351}{60,8} \times 100 = 6,087$$

$$cv_1 = \frac{7.382412}{60} \times 100 = 12,303$$

$$cv_4 = \frac{4.219005}{75,4} \times 100 = 5,595$$

$$cv_5 = \frac{6.268971}{77,6} \times 100 = 8,079$$

$$cv_3 = \frac{7.127412}{71,6} \times 100 = 9,95$$

$$cv_6 = \frac{7.496666}{76,2} \times 100 = 9,838$$

- Com o aumento da idade de 40 para 45 anos não notamos alterações significativas no peso médio das mulheres. Entretanto, diminuem o desvio padrão e coeficiente de variação, de modo que o peso das mulheres com faixa etária de 45 anos é bem mais homogêneo do que entre as mulheres com 40 anos.
- Com o aumento da idade de 45 para 50 anos percebemos um aumento significativo no peso médio das mulheres. A variabilidade dos pesos volta a subir.
- Com o aumento da idade de 50 para 55 anos percebemos um aumento no peso médio das mulheres. O grupo das mulheres de 55 anos é mais homogêneo do que o das mulheres com 50 anos.
- Com o aumento da idade de 55 para 60 anos percebemos um pequeno aumento no peso médio das mulheres. O grupo das mulheres de 55 anos é mais homogêneo do que o das mulheres com 60 anos.
- Com o aumento da idade de 60 para 65 anos percebemos uma pequeno diminuição no peso médio das mulheres.
- Observamos que no geral o peso médio das mulheres parece aumentar conforme a idade aumenta, com poucas exceções.