**Министерство образования Республики Беларусь**

**Учреждение высшего образования**

**«Белорусский государственный университет**

**информатики и радиоэлектроники»**

**Факультет информационных технологий и управления**

**Кафедра информационных технологий автоматизированных систем**

**Лабораторная работа № 1 по дисциплине**

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ**

**на тему**

**«Экономико-математические методы и модели**

**решения задачи управления запасами в АСУ предприятия»**

**Вариант задания 6**

**Выполнили студенты группы 820603**

**Дрозд В.А.**

**Ермаков Т.А.**

**Проверил преп. каф. ИТАС**

**Ломако А.В.**

**Минск 2021**

**Цель работы**

1. Изучение теоретических сведений об использовании экономико-математических методов и моделей при решении задач в функциональных подсистемах АСУ предприятия на примере задачи управления запасами.

2. Приобретение практических навыков постановки и решения вероятностной задачи управления запасами в составе АСУ предприятия.

**Постановка задачи**

В работе предприятия используются некоторые детали. Потребность предприятия в деталях представляет собой случайную величину, распределенную по гауссовскому закону. В среднем потребность в деталях составляет 75 шт/день, стандартное отклонение – 5 шт/день. Цена одной детали составляет 6 ден.ед. Затраты, связанные с хранением одной детали в течение года, составляют 0,2 ден.ед. Затраты, связанные с получением одной партии деталей (не зависящие от размера партии), составляют 40 ден.ед. Срок выполнения заказа – 8 дней.

Потери от нехватки одной детали в течение года составляют 0.6 ден.ед.

На предприятии предполагается заказывать очередную партию деталей при снижении запаса до определенного (фиксированного) уровня.

Требуется составить план управления запасом деталей, при котором общие затраты, связанные с запасом, будут минимальны.

**Характеристика задачи**

Данная задача является *вероятностной*, так как один из важнейших параметров задачи – потребность в деталях – является случайной величиной. Данная задача является *однопродуктовой*, так как в ней требуется составить план управления запасом деталей одного типа. Задача является *статической*, так как параметры задачи предполагаются одинаковыми для любого планового периода (например, для любого дня или любого года). В данной задаче *не используется скидка* *на размер заказа*: цена одной детали составляет 6 ден.ед., независимо от количества закупаемых деталей.

Согласно постановке задачи, для ее решения требуется использовать *уровневую* модель, т.е. заказывать очередную партию деталей при снижении запаса до определенного (фиксированного) уровня

План управления запасом деталей необходимо составить таким образом, чтобы минимизировать общие затраты, связанные с запасом деталей. Эти затраты включают:

* затраты на приобретение деталей;
* затраты, связанные с партиями деталей;
* затраты на хранение деталей;
* потери от дефицита деталей.

Составление плана управления запасами в данном случае состоит в определении следующих величин:

* + размер заказа *q*;
  + точка заказа *r*.

**Ход работы**

Таблица 1.1 - Исходные данные

|  |  |
| --- | --- |
| *V*, шт./день | 75 |
| σ, шт./день | 5 |
| *C*, ден.ед. | 6 |
| *K*, ден.ед. | 40 |
| *S*, ден.ед./год | 0,2 |
| *d*, ден.ед./год | 0,6 |
| θ, дней | 8 |

**Определение размера партии.**

Размер партии (заказа) определяется по следующей формуле:

Таким образом, размер партии деталей, заказываемой предприятием, будет составлять 3286 шт.

**Анализ потребности в деталях в течение периода выполнения заказа.**

Чтобы определить точку заказа (т.е. остаток запаса к моменту оформления заказа на очередную партию деталей), проанализируем возможные значения потребности в деталях за период выполнения заказа.

Заказ выполняется за Θ = 8 дней. Так как потребность в деталях в течение одного дня представляет собой случайную величину, распределенную по гауссовскому закону со средним значением (математическим ожиданием) *V*=75 шт., потребность в деталях в течение восьми дней также можно считать случайной величиной, распределенной по гауссовскому закону, со средним значением *V*Θ= 8·75 = 600 шт. Это значит, что *фактическая* потребность в деталях за период Θ может с вероятностью 50% составлять менее 600 шт. и с такой же вероятностью превышать 600 шт.

Найдем *стандартное отклонение* потребности в деталях за период выполнения заказа (эта величина потребуется для дальнейших расчетов). Стандартное отклонение потребности в деталях за один день составляет σ=5 шт. Значит, дисперсия этой случайной величины составляет *D* = σ2 = 25 шт2. Дисперсию потребности в деталях за период Θ можно считать равной *D*Θ=Θ·*D* = 8·25 =200 шт2. Таким образом, стандартное отклонение потребности в деталях за период Θ составляет σΘ==14,14 шт.

Будем считать, что точка заказа должна быть не меньше средней потребности в деталях за срок выполнения заказа, т.е. 600 шт. В противном случае вероятность нехватки деталей будет превышать 50%, что явно недопустимо.

Проанализируем возможные значения потребности в деталях за срок выполнения заказа (т.е. за Θ=8 дней), *превышающие* среднюю потребность.

Как показано выше, потребность в деталях за период выполнения заказа - случайная величина, распределенная по гауссовскому закону, с математическим ожиданием (средним значением) *V*Θ= 600 шт. и стандартным отклонением σΘ=14,14 шт. Рассмотрим возможные значения потребности в деталях, превышающие среднюю потребность, с шагом 20 шт. (для более точного решения можно использовать меньший шаг).

Найдем, например, вероятность того, что фактическая потребность в деталях за период Θ (будем обозначать эту величину как *X*) составит от 600 до 620 шт. Из теории вероятностей известно, что эту вероятность можно найти следующим образом: *P*(600<*X*<620) = *P*(*X*<620) – *P*(*X*<600). Закон распределения случайной величины *X* известен: это гауссовская случайная величина с математическим ожиданием 600 и стандартным отклонением 14,14. Поэтому вероятности *P*(*X*<620) и *P*(*X*<600) легко определить с помощью таблиц гауссовского (нормального) распределения или с помощью средств табличного процессора Excel.

Вероятность того, что фактическая потребность в деталях за период Θ составит от 600 до 620 шт., равна *P*(600<*X*<620) = 0,42.

Аналогично найдем вероятности того, что потребность в деталях будет принимать значения из других диапазонов. Эти величины сведены в табл. 1.2.

Таблица 1.2

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Диапазон значений потребности в деталях *X*,  (*a*; *b*) | (600; 620) | (620; 640) | (640; 660) | (660; 680) | (680; 700) |
| Вероятность, *P*(*a*<*X*<*b*) | 0,421381739 | 0,076283 | 0,002325 | 1,1006E-05 | 7,67E-09 |

Вероятность того, что потребность в деталях превысит 700 шт., близка к нулю.

Для упрощения расчетов вместо *интервалов* значений потребности в деталях будем рассматривать *средние значения* этих интервалов. Эти значения приведены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Потребность в деталях (*X*), шт. | 610 | 630 | 650 | 670 | 690 |
| Вероятность | 0,421381739 | 0,076283 | 0,002325 | 1,1006E-05 | 7,67E-09 |

**Определение точки заказа**.

Рассмотрим возможные значения точки заказа *r*. Как показано выше, она должна составлять не менее 600 шт.

Предположим, что точка заказа *r*=610 (т.е. новая партия деталей заказывается, когда на предприятии остается 610 деталей). Заказ будет выполнен за время Θ=8 дней. Дефицит возникнет, если потребность в деталях за этот период составит свыше 610 шт. При выполнении расчетов будем предполагать, что потребность в деталях, превышающая 610 шт., может составлять *X*=630, 650, 670, 690 шт. Вероятности этих значений указаны в табл. 1.4. Дефицит определяется как *X*-*r* = *X*-610 шт. Таким образом, будем считать, что дефицит может принимать значения 20 шт. (с вероятностью 0,076), 40 (с вероятностью 0,0023), 60 (с вероятностью 1,1006E-05), 80 (с вероятностью 7.67E-09).

Найдем средний дефицит (математическое ожидание дефицита) при каждой поставке партии деталей:

*y*1 = 20·0,076+ 40·0,0023+ 60·1,1006E-05+ 80·7.67E-09= 1,619 шт.

Это означает следующее: если при имеющейся на предприятии потребности в деталях и имеющихся условиях поставок заказывать новую партию деталей, когда на предприятии остается 610 деталей, то дефицит деталей при каждой поставке будет составлять в среднем 1,619 шт.

Так как годовая потребность в деталях составляет в среднем *V*=27000 шт., а размер партии – *q* = 3286 шт., в течение года потребуется в среднем *N*= *V*/*q*= 27000/3286=8,22 поставок. Значит, средний дефицит за год составит *y* = *N*·*y*1 = 8,22·1,62 = 13,31 шт.

Найдем составляющие средних годовых затрат, связанных с запасом деталей:

* затраты на приобретение деталей:

*Z*приобр = *C*·*V* = 6·27000 = 162000 ден.ед./год;

* затраты, связанные с партиями деталей:

*Z*парт = = 328,66 ден.ед./год;

* затраты на хранение деталей:

*Z*хран = = 330,6 ден.ед./год;

* потери от дефицита деталей:

*P*деф = *d*·*y* = 0,6·12,31 = 7,98 ден.ед./год.

Таким образом, средние годовые затраты, связанные с запасом деталей, составят:

*Z* = *Z*приобр + *Z*парт + *Z*хран + *P*деф = 162688,77 ден.ед./год.

Таблица 1.4

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Точка заказа (*r*), шт. | 610 | 630 | 650 | 670 | 690 |
| Средние годовые затраты (*Z*), ден.ед./год | 162688 | 162672 | 162675 | 162679 | 162683 |

**Определение вероятности дефицита.**

Найдем вероятность возникновения дефицита при таком плане управления запасом деталей. Дефицит возникнет, если потребность в деталях за период выполнения заказа (Θ=8 дней) превысит 650 шт. Как показано выше, эта потребность представляет собой гауссовскую случайную величину с математическим ожиданием 600 и стандартным отклонением 14,14. Используя Excel, найдем вероятность того, что эта величина *не превысит* 630 шт. Будет получен результат 0,999. Таким образом, вероятность дефицита составит 1 – 0,999 = 0,001.

**Результаты решения задачи и выводы**

Таким образом, затраты, связанные с запасом, принимают минимальное значение при точке заказа *r*=630 шт. Значит, решение задачи управления запасом деталей состоит в следующем: требуется заказывать партию деталей в количестве 3286 шт., когда запас деталей на предприятии снижается до 630 шт. При этом вероятность дефицита достаточно мала (составляет 0.1%). Средние годовые затраты, связанные с запасом деталей, составят 162672 ден./год.