Министерство образования Республики Беларусь

Учреждение образования

БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

ИНФОРМАТИКИ И РАДИОЭЛЕКТРОНИКИ

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра информационных технологий автоматизированных систем

Отчет

по лабораторной работе №6

**ПОЛУЧЕНИЕ ТОЧЕЧНЫХ ОЦЕНОК ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ**

Выполнили: Проверил:

ст. гр. 820603 Ярмолик В.И.

Дрозд В. А.

Ермаков Т. А.

Минск 2021

# Цель работы

Изучение методов получения точечных оценок параметров распределений.

Приобретение навыков получения точечных оценок параметров распределений в системе *Matlab*.

# Теоретические сведения

Приведем некоторые формулы и функции системы *MATLAB*, которые использовались в данной лабораторной работе.

Теорема. Пусть − действительная ()-матрица, являющаяся решением матричного уравнения

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1) |

Тогда случайный вектор , являющийся линейным преобразованием ,

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2) |
|  |  |

Имеет нормальное распределение *N(A,R)*.

Первое уравнение матричного уравнения (1) имеет вид

Следовательно,

|  |  |
| --- | --- |
|  | (3) |

а из (2) получим

|  |  |
| --- | --- |
|  | (4) |

Первые два уравнения матричного уравнения (1) имеют вид

откуда

|  |  |
| --- | --- |
|  | (5) |

Теперь из выражения (2) получим

|  |  |
| --- | --- |
|  | (6) |

Приведем средства *Matlab* для получения точечных оценок параметров распределений:

*[muhat,sigmahat,muci,sigmaci] = normfit(x, alpha)* возвращает несмещенные с минимальной дисперсией точечные оценки *muhat*, *sigmahat* и 100(1-*alph*a)-процентные интервальные оценки *muci*, *sigmaci* параметров нормального распределения по выборке, размещенной в векторе *x*.

*[phat,pci] = binofit(m,n, alpha)* возвращает максимальную правдоподобную точечную оценку *phat* и 100(1-*alph*a)-процентную интервальную оценку *pci* параметра *p* биномиального распределения по числу *m* успехов в *n* испытаниях Бернулли.

*x = fminsearch(fun,x0, options)* находит вектор (или матрицу) аргументов *x*, доставляющий локальный минимум скалярной функции *fun*, начиная поиск извектора (или матрицы) *x0* и используя вектор управляющих параметров *options*.

# Порядок выполнения работы

Для нормального и биномиального распределений запишем функции правдоподобия и получим МП-оценки параметров. Оформим функции правдоподобия в виде *m*-файлов-функций. Получим следующий *m*-файл для нормального распределения:

*function L = customnormfit(z, x)*

*m = z(1);*

*sigma = z(2);*

*L = 1;*

*pdf = normpdf(x, m, sigma);*

*for i = 1:length(x)*

*L = L \* pdf(i);*

*end*

*L = - log(L);*

*return*

*end*

Для биномиального распределения напишем следующий *m*-файл:

*function L = custombinofit(z, x)*

*n = z(1); p = z(2);*

*L = 1;*

*pdf = binopdf(x, n, p);*

*for i = 1:length(x)*

*L = L \* pdf(i);*

*end*

*L = - log(L);*

*return*

*end*

Для получения точечных оценок параметров распределений напишем исполняемый файл и максимизируем созданные *m*-функции с помощью функции *fminsearch*. Приведем код основной программы:

*m = 0.5; sigma = 0.5; alpha=0.05;*

*x = normrnd(m, sigma, 100, 1);*

*[muhat, sigmahat, muci, sigmaci] = normfit(x,alpha);*

*q = fminsearch('customnormfit', [m, sigma], [], x);*

*fprintf('Нормальное распределение:\n');*

*fprintf('m = %.3f\ns = %.3f\n', m, sigma);*

*fprintf('Максимально правдоподобные точечные оценки:\n');*

*fprintf('Средства Matlab:\n');*

*fprintf('m^ = %.3f\ns^ = %.3f\n', muhat, sigmahat);*

*fprintf('Собственный алгоритм:\n');*

*fprintf('m^ = %.3f\ns^ = %.3f\n', q(1), q(2));*

*n = 10; p = 0.5;*

*x = binornd(n,p);*

*[phat, pci] = binofit(x,n,alpha);*

*q = fminsearch('custombinofit', [n, p], [], x);*

*fprintf('Биномиальное распределение:\n');*

*fprintf('n = %.3f\np = %.3f\n', n, p);*

*fprintf('Максимально правдоподобные точечные оценки:\n');*

*fprintf('Средства Matlab:\n');*

*fprintf('p^ = %.3f\n', phat(1));*

*fprintf('Собственный алгоритм:\n');*

*fprintf('n^ = %.3f\np^ = %.3f\n', q(1), q(2));*

Покажем сравнение МП-оценок параметров, найденных при помощи собственного алгоритма и средств *Matlab*, а также приведем сравнение данных оценок при различных значениях *alpha*.

В таблице 1 показаны оценки для нормального распределения.

Таблица 1 − Сравнение МП-оценок нормального распределения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Нормальное распределение | *alpha* = 0,1 | *alpha* = 0,05 | *alpha* = 0,01 |
| *m* | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| *s* | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| *m^(Matlab)* | 0,535 | 0,450 | 0,672 |
| s^*(Matlab)* | 0,495 | 0,476 | 0,489 |
| *m^* | 0,536 | 0,450 | 0,672 |
| s^ | 0,492 | 0,474 | 0,486 |

В таблице 2 показаны оценки для биномиального распределения.

Таблица 2 − Сравнение МП-оценок биномиального распределения

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Биномиальное  распределение | *alpha* = 0,1 | *alpha* = 0,05 | *alpha* = 0,01 |
| *n* | 10 | 10 | 10 |
| *p* | 0,5 | 0,5 | 0,5 |
| *p^(Matlab)* | 0,5 | 0,5 | 0,4 |
| *n^* | 10 | 10 | 10 |
| *p*^ | 0,525 | 0,525 | 0,5 |

# Выводы

В ходе данной лабораторной работы мы вычислили максимально правдоподобные оценки параметров нормального и биномиального распределений методом максимального правдоподобия, построив и оформив функции максимального правдоподобия в виде отдельных *m*-файлов-функций.

Сравнили результаты с результатами стандартных функций *Matlab* для нахождения максимально правдоподобных оценок параметров распределений. Результаты обоих методов практически всегда совпадали с точностью до 0,01.