Universitatea Tehnică a Moldovei

Facultatea Calculatoare, Informatică și Microelectronică

Examen la Ecuații Diferențiale

Data: 10 iunie 2025

Nume, Prenume: ________________________________

Grupa: ________________

Notă:

- Timp de lucru: 2 ore.
- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă 10 puncte din oficiu. Punctajul total este de 100 de puncte.

Subiectul 1 *(20 de puncte)*

Să se determine soluția generală a următoarei ecuații diferențiale de tip Riccati, știind că admite soluția particulară $x_p(t) = 3t$:

$$x' = x^2 + \frac{x}{t} - 9t^2, \quad t > 0$$

Subiectul 2 *(15 de puncte)*

Să se determine soluția generală a următoarei ecuații diferențiale de tip Bernoulli:

$$tx' - 4x = 2t^2\sqrt{x}, \quad t > 0$$

Subiectul 3 *(20 de puncte)*

Să se determine soluția generală a următoarei ecuații liniare neomogene cu coeficienți constanți:

$$x^{(3)} + x' = \frac{\sin t}{\cos^2 t}, \quad t \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$$

Indicație: Se va folosi metoda variației constantelor pentru găsirea soluției particulare.

Subiectul 4 *(20 de puncte)*

Să se determine soluția generală a următorului sistem de ecuații diferențiale liniare:

$$\begin{cases} x_1' = 2x_1 + x_2 + e^{3t} \\ x_2' = x_1 + 2x_2 - 5 \end{cases}$$

Subiectul 5 *(15 de puncte)*

Fie problema Cauchy:

$$\begin{cases} x' = t^2 + x^2 \\ x(0) = 1 \end{cases}$$

Să se determine primii trei termeni ai șirului de aproximații Picard ($x_0(t)$, $x_1(t)$ și $x_2(t)$) care converge la soluția problemei.
