## Часть I

# Энергетическое разрешение детектора

Одним из самых важных параметров детектора является энергетическое разрешение. В этой главе мы найдем предельное энергетическое разрешение детектора и найдем основные факторы, препятствующие его улучшению.

# 1. Детектор на основе ФЭУ и сцитиллятора

Детектор на основе ФЭУ и сцинтиллятора - одни из самых простых детекторов, но в тоже время обладающий высоким энергетическим и временным разрешением. Процесс распространения света в детекторе представлен на . Сначала происходит поглощение рентгеновского фотона в толще сцинтиллятора. Это приводит к появлению  $N_{born}$  световых фотонов. Распространяясь, свет может отражаться от стенок сцинтиллятора, поглощаться, преломляться и выходить наружу (в отсутствие отражателя) или же преломляться и проходить в оптическую смазку. После оптической смазки свет падает на стекло ФЭУ и лишь после этого достигает фотокатода. Достигнув фотокатода, часть света отразится от границы стеклофотокатод. Коэффициент отражения фотокатода обзначим  $r_{cath}$ . Таким образом, лишь некоторая часть  $N_{abs}$  фотонов поглотится в фотокатоде. Фотокатод имеет некоторую конверсионную эффективность Conv. Под конверсионной эффективностью понимается отношение среднего числа испущенных фотоэлектронов к среднего числу фотонов, поглощенных в толще фотокатода. После прохождения фотокатода свет преобразуется в  $N_{p.e.}^{init}$  фотоэлектронов. Однако из-за неидеальности сбора фотоэлектронов (преимущественно на первый динод) лишь некоторая доля фотоэлектронов  $N_{p.e.}$  сможет развить электронную лавину. Неидеальность сбора фотоэлектронов описывается параметром  $\eta$ , который характеризует отношение среднего числа зарегистрированных фотоэлектронов  $E[N_{p.e.}]$  к среднему числу испущенных фотоэлектронов  $N_{p.e.}^{init}$ . Далее при взаимодействии с динодами произойдет усиление и образуются  $N_e$  электронов.

Величины  $r_{cath}$ , Conv,  $\eta$  зависят от длины волны падающего света и характеризуют конкретный ФЭУ. Однако на практике обычно измеряют производную от них величину - квантовую эффективность. Для этого ФЭУ освещают нормальным пучком света и считают число зарегистрированных фотоэлектронов  $E[N_{p.e.}]$ . Если известно число падающих фотонов  $E[N_0]$ , то квантовая эффективность определя-

ется следующим образом:  $\varepsilon = E[N_{p.e.}]/E[N_0]$ . При сборе света со сцинтиллятора угол падения света на фотокатод не будет нормальным, однако, как было показано в [1], если угол падения не превышает 40°, то  $r_{cath}$  остается практически константой, а Conv и вовсе не зависит от угла падения света [3], поэтому в первом приближении можно описывать ФУЭ лишь одной характеристикой - квантовой эффективностью  $\varepsilon$ .

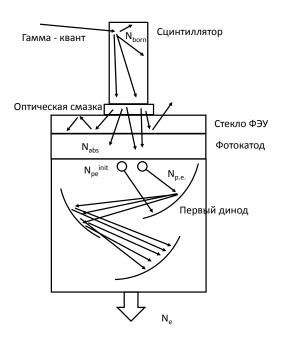


Рис. 1. Детектор на основе ФЭУ и сцинтиллятора со схематичным представлением распространения фотонов и электронов.

## 1.1. ФЭУ без шумов

Чтобы написать формулу для энергетического разрешения, рассмотрим подробно процесс формирования сигнала. Основные используемые величины:

 $N_{born}$  - число световых фотонов, родившихся в сцинтилляторе.

 $N_{abs}$  - число световых фотонов, поглощенных в фотокатоде

 $N_{p.e.}$  - число зарегистрированных фотоэлектронов

 $N_e$  - число электронов, собранных на последнем аноде ФЭУ

Все эти величины связаны следующими соотношениями:

$$N_{abs} = \sum_{i=0}^{N_{born}} n_{abs_i}$$

$$N_{p.e.} = \sum_{i=0}^{N_{abs}} n_{p.e._i}$$

$$N_e = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}} G_i$$

 $n_{abs}$  - число световых фотонов, поглощенных в фотокатоде, если в сцинтилляторе родился один световой фотон,  $n_{abs} \in \{0,1\}$ .

 $n_{p.e.}$  - число зарегистрированных фотоэлектронов, если в фотокатоде поглотился один световой фотон,  $n_{p.e.} \in \{0,1\}$ .

G - число электронов, собранных на  $\Phi \ni \mathbb{V}$ , при условии, что регистрируется один фотоэлектрон

В процессе измерений мы регистрируем число электронов  $N_e$ . Энергетическое разрешение будет определяться следующим образом:

$$\delta E = \Delta \cdot \frac{\sqrt{Var[N_e]}}{E[N_e]},$$

где  $\Delta=2\cdot\sqrt{2\cdot\ln(2)}\approx 2.36.$  В дальнейшем более удобно будет использовать квадрат этой величины  $\delta E^2$ , деленный на  $\Delta^2$ .

Сцинтиллятор имеет некий спектр излучения с плотностью вероятности  $P(\lambda)$ , поэтому необходимо проинтегрировать сигнал и шум:

$$\delta E^2/\Delta^2 = \frac{\int Var[N_e] \cdot P(\lambda)^2 d\lambda}{\left(\int E[N_e] \cdot P(\lambda) d\lambda\right)^2}$$

Рассмотрим для простоты случай, когда сцинтиллятор излучает свет на одной длине волны.

Чтобы посчитать мат. ожидание и дисперсию величины, представляющей собой сумму флуктуирующих величин, где число слагаемых тоже является случайной величиной, необходимо воспользоваться тождеством Вальда. Данное тождество утверждает следующее:

$$E\left[\sum_{i=0}^{N} X_i\right] = E[N] \cdot E[X]$$

Как следствие этого тождества получаем выражение для дисперсии:

$$Var\left[\sum_{i=0}^{N} X_i\right] = Var[N] \cdot (E[X])^2 + Var[X] \cdot E[N]$$

Воспользовавшись этими двумя выражениями, выразим величину  $\delta E^2/\Delta^2$  через базовые величины  $N_{born},\,n_{abs},\,n_{p.e.},\,G,$  которые описывают детектор:

$$\delta E^{2}/\Delta^{2} = \frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^{2}} + \frac{Var[n_{abs}]}{(E[n_{abs}])^{2}} \cdot \frac{1}{E[N_{born}]} + \frac{Var[n_{p.e.}]}{(E[n_{p.e.}])^{2}} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]} + \frac{Var[G]}{(E[G])^{2}} \cdot \frac{1}{E[N_{p.e.}]}$$
(1)

Рассмотрим каждое из слагаемых подробнее.

Слагаемое  $\frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2}$  описывает вклад флуктуации числа фотонов, рожденных в сцинтилляторе. Стоит заметить, что  $Var[N_{born}] \neq E[N_{born}]$ , то есть пуассоновская статистика не выполняется. Детальное описание факторов, влияющих на собственное энергетическое разрешение сцинтиллятора можно найти в [2].

Выражение  $\frac{Var[n_{abs}]}{(E[n_{abs}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{born}]}$  описывает вклад флуктуаций сбора света на фотокатод. Существует множество факторов, влияющих на величину флуктуации: разброс точки взаимодействия рентгеновского кванта и сцинтиллятора, флуктуации поглощения световых фотонов в толще сцинтиллятора, оптической смазки или фотокатода и т.д. Чтобы найти эту величину, необходимо смоделировать распространите света в сцинтилляторе. Также тут присутствует фактор подавления  $\frac{1}{E[N_{born}]}$ : чем больше число рожденных фотонов, тем меньше светосбор влияет на энергетическое разрешение.

Следующее слагаемое  $\frac{Var[n_{p.e.}]}{(E[n_{p.e.}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]}$  описывает флуктуации числа регистрируемых фотонов, вызванные конечной квантовой эффективностью ФЭУ. Это слагаемое можно упростить до следующего вида:  $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]}$ .

гаемое можно упростить до следующего вида:  $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]}$ . Последнее слагаемое  $\frac{Var[G]}{(E[G])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{p.e.}]}$  описывает флуктуации усиления. Флуктуации усиления  $\frac{\sqrt{Var[G]}}{E[G]}$  обычно не превышают 10-20% [6], а наличие фактора подавления  $E[N_{p.e.}]$  делает вклад данного слагаемого в энергетическое разрешение еще меньше.

Рассмотрим теперь вклад каждого слагаемого в энергетическое разрешение в зависимости от энергии регистрируемого гамма кванта. Для примера возьмем сцинтиллятор LYSO:Се и ФЭУ с квантовой эффективностью 28%. Данные о непропорциональности световыхода и собственное энергетическое разрешение сцинтиллятора LYSO:Се взяты из [4]. Чтобы получить флуктуации светосбора  $\frac{\sqrt{Var[n_{abs}]}}{E[n_{abs}]}$ , в программе GEANT4 был смоделирован детектор, аналогичный тому, что представлен на рис. 1. Флуктуации составили около 10%. Также из моделирования была получена величина  $E[n_{abs}]$ , варьирующаяся в зависимости от размера сцинтиллятора и материала отражателя от 0.2 до 0.6. В дальнейшем будем считать для определенности, что  $E[n_{abs}] = 0.5$ . Флуктуации усиления  $\frac{\sqrt{Var[G]}}{E[G]}$  примем за 10%. Таким образом, получим следующие зависимости факторов от энергии гаммакванта (рис. 2). На рис. 2 не представлены вклады флуктуации светосбора и коэффициента усиления, т.к. они пренебрежимо малы относительно собственного энергетического разрешения сцинтиллятора и флуктуаций, связанных с неэффективностью детектора.

Итого, пренебрегая вкладами флуктуаций светосбора и усиления и пользуясь тем, что  $E[n_{p.e.}]=\varepsilon$ , с достаточно хорошей точность можно использовать следую-

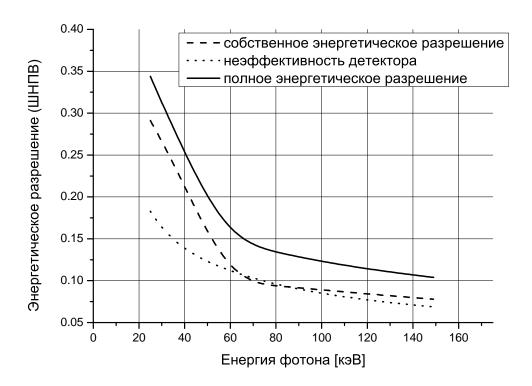


Рис. 2. Энергетическое разрешение детектора на основе YAP:Се и ФЭУ с квантовой эффективностью 28%. Светосбор равен 50%.

щую формулу для вычисления энергетического разрешения:

$$\delta E^2/\Delta^2 \approx \frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2} + \frac{1-\varepsilon}{N_{p.e.}}$$
 (2)

## 1.2. Учет собственных шумов ФЭУ и шумов электроники

В предыдущем разделе описана самая простая формула для энергетического разрешения. Однако, для полноты картины, следует учесть еще шум ФЭУ и шум электроники.

Отличие от предыдущего случая будет в том, что теперь в итоговый заряд будет давать вклад не только сигнал, но и шум. Чтобы выделить сигнал, необходимо вычесть шум из измерений:

$$N_e^{signal} = N_e^{signal + noise} - N_e^{noise}$$

При вычислении мат. ожидания вклад шумов сократится, а дисперсия сигнала будет зависеть от дисперсии шумов. Шум может быть обусловлен темновыми токами  $\Phi$ ЭУ  $N_e^{DC}$  и шумом электроники  $N_e^{electronics}$ . При работе с  $\Phi$ ЭУ или SiPM усиление обычно достаточно велико и вкладом шума электроники можно пренебречь.

Таким образом, получим следующую формулу для вычисления энергетического разрешения:

$$\delta E = \Delta \cdot \frac{\sqrt{Var[N_e^{signal}] + 2 \cdot Var[N_e^{DC}]}}{E[N_e^{signal}]}$$

Если раньше предполагалось бесконечное время интегрирования сигнала, то теперь оно конечно. Обозначим его  $t_{gate}$ . Предположим, что время интегрирования в несколько раз больше характерного времени затухания сигнала и мы собираем практически весь заряд от сигнала, т.е. величина  $N_e^{signal}$  не зависит от  $t_{gate}$ . Число регистрируемых шумовых фотоэлектронов  $N_{p.e.}^{DC}$  будет подчиняться статистике Пуассона с параметром, равным произведению времени интегрирования  $t_{gate}$  на частоту шумовых импульсов  $\nu_{DC}$ . В этом случае величина  $N_e^{DC}$  будет вычисляться следующим образом:

$$N_e^{DC} = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}^{DC}} G_i,$$

причем 
$$E[N_{p.e.}^{DC}] = Var[N_{p.e.}^{DC}] = t_{gate} \cdot \nu_{DC}.$$

Если расписать определения величин  $Var[N_e^{signal}], Var[N_e^{DC}], E[N_e^{signal}]$  и привести подобные, то получим следующее выражение для энергетического разрешения:

$$\delta E^2/\Delta^2 = \frac{Var[N_{p.e.}] + 2 \cdot Var[N_{p.e.}^{DC}]}{(E[N_{p.e.}])^2} + \frac{Var[G]}{(E[G])^2} \cdot \left(\frac{1}{E[N_{p.e.}]} + \frac{2}{E[N_{p.e.}^{DC}]}\right)$$
(3)

На рис. 3 изображена зависимость энергетического разрешения детектора на основе ФЭУ и сцинтиллятора YAP:Се от величины темновых токов.

Время высвечивания сцинтиллятора YAP:Се составляет около 25 нс, а шумы ФЭУ при комнатной температуре не превышают 1 к $\Gamma$ ц, поэтому вклад темновых токов в энергетическое разрешение пренебрежимо мал. Если рассмотреть в качестве детектора SiPM у которого шум при комнатной температуре около 1 М $\Gamma$ ц / 1  $mm^2$  и пренебречь кроссстоками и послеимпульсами, то и в этом случае вклад в энергетическое разрешение шумов будет мал.

# 2. Энергетическое разрешение SiPM

С точки зрения энергетического разрешения SiPM отличается от ФЭУ наличием двух дополнительных факторов, влияющих на шум: послеимпульсами и кросстоками.

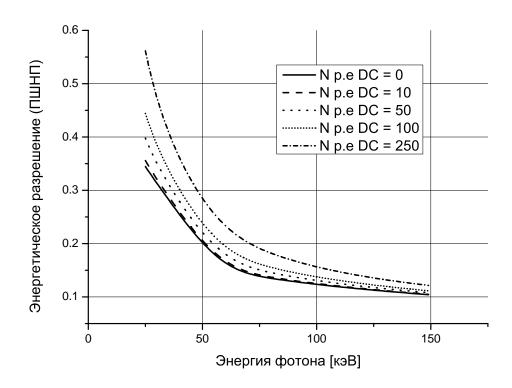


Рис. 3. Энергетическое разрешение детектора на основе YAP:Се и ФЭУ с квантовой эффективностью 28%. Светосбор равен 50%. Различные графики соответствуют различным значениям зарегистрированных темновых токов.

## 2.1. Учет кросстоков

Кроссток или оптический кроссток - это эффект срабатывания соседних ячеек SiPM из-за излучения оптических фотонов во время образования лавины в исходном пикселе. Поскольку свет распространяется практически мгновенно, то данный эффект не приводит к каким-либо временным сдвигам. Чтобы учесть влияние кросстока на энергетическое разрешение, необходимо модифицировать функцию плотности вероятности величины  $n_{p.e.}$ . Если раньше данная величина имела распределение Бернулли с параметром  $E[n_{p.e.}]$ , то теперь распределение будет другим. Чтобы найти это распределение нужно знать квантовую эффективность регистрации (или коэффициент конверсии, т.к. все зависит от того, какую величину рассматривать в качестве базовой) и вероятность срабатывания соседней ячейки из-за кросстока. Детальное описание вероятностей срабатывания ячеек из-за кросстока можно найти в [8]. В этой статье рассматриваются несколько моделей распространения фотонов, но утверждается, что для большинства моделей SiPM наиболее правдоподобной является модель 4-х соседей. Вероятность срабатывания N ячеек выражается через параметр p, который описывает вероятность того, что

соседний пиксель сработает из-за кросстока. Вычислить параметр p можно, зная полную вероятность кросстока  $p_{total}$  (одно или больше кросстоковых событий):  $(1-p)^4 = 1 - p_{total}$ . В дальнейшем удобно будет ввести величину q = 1 - p. Таким образом, зная квантовую эффективность  $\varepsilon$  и вероятность кросстока p, получим следующую плотность вероятности в модели 4-х соседей.

суммарное число сработавших ячеек	плотность вероятности $n_{p.e.}$
1	$arepsilon \cdot q^4$
2	$\varepsilon \cdot 4p \cdot q^6$
3	$\varepsilon \cdot 18p^2 \cdot q^8$
4	$\varepsilon \cdot 4p^3 \cdot q^8 [1 + 3q + 18q^2]$
5	$\varepsilon \cdot 5p^4 \cdot q^{10}[8 + 24q + 55q^2]$
N > 5	$\simeq \varepsilon \cdot P(5) \left[ 1 - \frac{P(5)}{1 - \sum_{k=1}^{4} P(k)} \right]^{N-5}$

На Рис. 4 показана зависимость среднего числа регистрируемых ячеек в зависимости от величины кросстока.

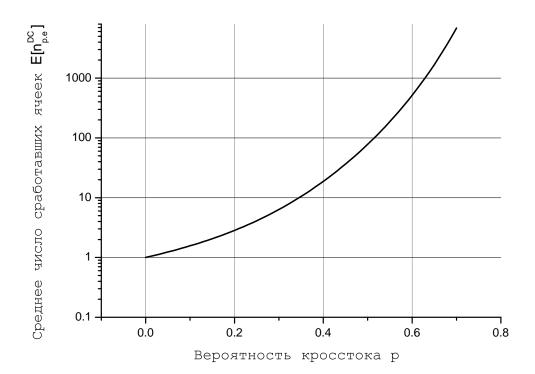


Рис. 4. Зависимость среднего числа регистрируемых ячеек в зависимости от величины кросстока.

Чтобы учесть вклад кросстоков в энергетическое разрешение необходимо пересчитать  $E[n_{p.e}]$  и  $Var[n_{p.e.}]$  с учетом модифицированной плотности вероятности.

Если учесть еще и собственные шумы SiPM при наличии кросстока, то необходимо изменить величину  $N_{p.e.}^{DC}$ :

$$N_{p.e.}^{DC} = \sum_{i=0}^{N^{DC}} n_{p.e.i}^{DC},$$

где величина  $n_{p.e.}^{DC}$  - число зарегистрированных фотоэлектронов, если произошел одиночный шумовой (тепловой) импульс. Данная величина имеет тоже распределение, что и  $n_{p.e.}$ , только с параметром  $\varepsilon=1$ . Величина  $N^{DC}$  имеет распределение Пуассона с параметром  $t_{gate}\cdot\nu_{DC}$ . Таким образом, получим следующие значения для мат. ожидания и дисперсии:

$$\begin{split} E[N_{p.e.}] &= E[n_{p.e.}] \cdot E[N_{abs}] \\ E[N_{p.e.}^{DC}] &= E[n_{p.e.}^{DC}] \cdot E[N^{DC}] \\ Var[N_{p.e.}] &= Var[N_{abs}] \cdot \left(E[n_{p.e.}]\right)^2 + Var[n_{p.e.}] \cdot E[N_{abs}] \\ Var[N_{p.e.}^{DC}] &= Var[N^{DC}] \cdot \left(E[n_{p.e.}^{DC}]\right)^2 + Var[n_{p.e.}^{DC}] \cdot E[N^{DC}] \end{split}$$

При учете кросстоков вид формулы для энергетического разрешения останется прежний (3).

На рис. 5 представлена зависимость энергетического разрешения от энергии фотона при различных значениях кросстока.

## 2.2. Учет послеимпульсов

Послеимпульс - сигнал, появляющийся через некоторый промежуток времени после основного сигнала. Причина появления послеимпульсов заключается в захвате электронов в ловушки во время лавины с их последующим высвобождение через промежуток времени, обычно длящийся от нескольких наносекунд до нескольких микросекунд [5]. После срабатывания основного сигнала напряжение на ячейке будет восстанавливаться к исходному значению к течение времени восстановления ячейки, которое мы обозначим  $\tau_r$ . Таким образом, если послеимпульс произошел после основного сигнала через время  $\Delta t$ , то доля заряда в послеимпульсе относительно основного сигнала будет выражаться следующим образом:  $\xi(\Delta t) = 1 - \exp\left(-\Delta t/\tau_r\right)$ . Плотность вероятности величины  $\Delta t$  описывается двумя затухающими экспонентами [7]:

$$f(\Delta t) = A_s \cdot \exp(-\Delta t/\tau_s) + A_f \cdot \exp(-\Delta t/\tau_f),$$

где  $\tau_s$  и  $\tau_f$  среднее время, проходящее между двумя импульсами для быстрой и медленной компоненты, а  $A_s$  и  $A_f$  - нормировочные константы.

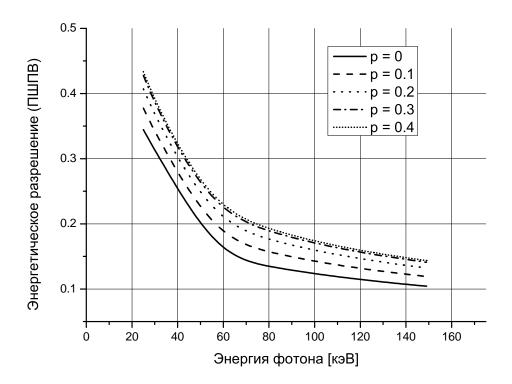


Рис. 5. Энергетическое разрешение детектора на основе YAP:Се и SiPM с квантовой эффективностью 28%. Светосбор равен 50%. Различные графики соответствуют различным значениям вероятности кросстока. Темновые токи отсутствуют.

В большинстве приложений время интегрирования  $t_{gate}$  выбирают в несколько раз больше времени восстановления ячейки  $\tau_r$ . Мы предположим что,  $t_{gate}$  достаточно большое и в несколько раз превышает и  $\tau_f$ . Также для простоты пренебрежем вкладом медленной компоненты послеимпульса, т.к. её вероятность намного меньше вероятности быстрой компоненты.

Чтобы учесть вклад послеимпульсов в энергетическое разрешение необходимо ввести поправку на число зарегистрированных электронов:

$$N_e = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}} (G_i + A_i)$$

Случайная величина G имеет распределение Гаусса и описывает по-прежнему флуктуации усиления, а величина A описывает послеимпульсы. Мат. ожидание и дисперсия величины  $G_{tot}=G+A$  находятся из эксперимента.

Итого, если учитывать послеимпульсы, то необходимо в формуле для энергетического разрешения заменить величину G на  $G_{tot}$ .

#### Часть II

# Измерение характеристик SiPM

## 3. Напряжение пробоя

В качестве исследуемых детекторов были выбраны KETEK PM3325NP-SB0 Pin и Hamamatsu S10362-33-025C. Наиболее важной характеристикой SiPM является напряжение пробоя. Напряжение пробоя - это напряжение, при котором коэффициент усиления равен нулю.

В различных работах было показано, что коэффициент усиления различных SiPM имеет линейную зависимость как от температуры, так и от напряжения [9], [10], [11], [12]. Таким образом, можно записать следующее выражение для коэффициента усиления G(V,T):

$$G(V,T) = \frac{dG}{dV} \left( V - V_{BD}(T) \right),$$

где  $V_{BD}$  - напряжение пробоя.

Для измерения напряжения пробоя была собрана следующая установка (рис. 6).

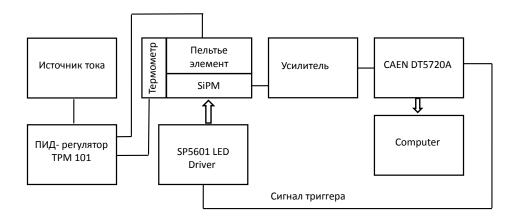


Рис. 6. Схема измерения напряжения пробоя SiPM. Свет из LED Driver регистрируется SiPM, усиливается и оцифровывается DT5720a. Температурная стабилизация обеспечивается ПИД-регулятором. Отклонение температуры от установленной не превышает 1К.

Чтобы вычислить напряжения пробоя измеряется расстояние между пиками (величина  $\Delta$ ) в спектре SiPM (рис. 7) и строится зависимость среднего значения этой величины (усреднение по всем пикам) от напряжения. Если аппроксимировать данную зависимость прямой, то можно будет узнать при каком напряжении коэффициент усиления равен нулю.

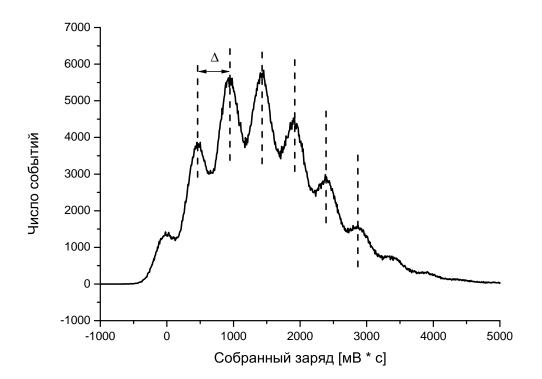


Рис. 7. Спектр SiPM KETEK PM3325NP-SB0 Pin при напряжении 23.4 В и температуре 265 К при облучении светодиодом. Штриховыми линиями показано положение пиков. Время интегрирования 1 мкс. Напряжение на светодиоде менялось во время измерения, чтобы увеличить количество наблюдаемых пиков.

Зависимость напряжения пробоя от температуры для KETEK PM3325NP-SB0 Pin изображена на рис. 8. При температуре выше 275K вклад послеимпульсов становится значительным, поэтому при данном методе измерения напряжения пробоя ошибка увеличивается. Напряжение пробоя от температуры будет описываться следующей формулой:

$$V_{BD} = 7[MB/K] \cdot T[K] + 20[B]$$

Как можно заметить, для данного типа SiPM практически отсутствует зависимость напряжения пробоя от температуры.

Зависимость напряжения пробоя от температуры для Hamamatsu S10362-33-025С изображена на рис. 9. В интервале температур от 265К до 295К вклад послеимпульсов в интегрируемый заряд мал, поэтому ошибка измерения практически не меняется с температурой. Напряжение пробоя от температуры будет описываться следующей формулой:

$$V_{BD} = 44[MB/K] \cdot T[K] + 56[B]$$

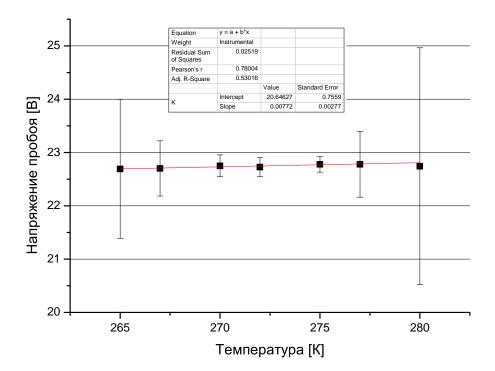


Рис. 8. Напряжение пробоя SiPM KETEK PM3325NP-SB0 Pin в зависимости от температуры. Время интегрирования 1 мкс.

#### 4. Темновые токи

Для измерения темновых токов использовалась установка, аналогичная предыдущей (рис. 6), только без светодиода. Запуск производился по внутреннему триггеру. Построив зависимость частоты срабатываний от величины порога, можно найти частоту темнового тока. В данном случае будут учтены еще и послеимпульсы, но их можно вычесть в дальнейшем. Сначала данные длиной 120 мкс записываются на компьютер. Потом вычисляется среднее значение базовой линии на участке, где не наблюдается сигнал. Затем в программе вычисляется количество импульсов, больших по амплитуде, чем установленный порог. Начальное значение порога равно нулю и отсчитывается от базовой линии. Конечное значение выбирается немногим больше максимально наблюдаемой амплитуды сигнала. Итого,

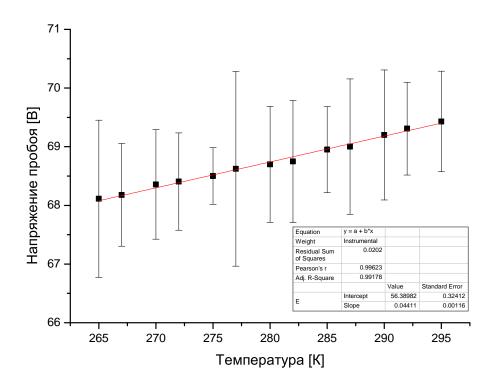


Рис. 9. Напряжение пробоя Hamamatsu S10362-33-025C в зависимости от температуры. Время интегрирования 200 нс.

полученное количество импульсов делится на длину записанного участка в секундах (120~мкc·число отрезков). В результате получается так называемая "лестница график, показывающий частоту сигнала в зависимости от порога (рис. 11).

Штриховой линией обозначен уровень плато, где частота практически не зависит от порога. Частота, соответствующая плато, является частотой темновых токов. Сигналы, имеющие амплитуду меньше, чем уровень плато, являются шумами или послеимпульсами. Сигналы, имеющие амплитуду больше, чем уровень плато, возникают уже из-за кросстоков. Плато аппроксимируется константой и строится зависимость частоты от температуры. Частота темновых токов пропорциональна плотности свободных носителей, которая выражается следующей формулой [11]:

$$n(T) = A \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left[-\frac{E_g}{2k_B \cdot T}\right],\tag{4}$$

где A - константа, зависящая от материала и технологических параметров, T - абсолютная температура,  $E_g$  - ширина запрещенной зоны,  $k_B$  - константа Больцмана.

Зависимость частоты от температуры была аппроксимирована функцией (4).  $\chi^2/DoF < 1$ , поэтому выбранная зависимость хорошо описывает данные.

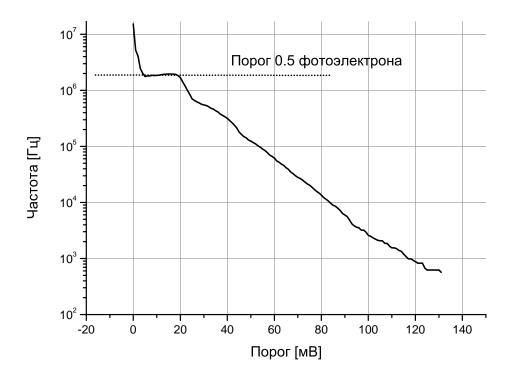


Рис. 10. График-лестница для Hamamatsu S10362-33-025C. Напряжение 73B, температура 295K. Плато соответствует порогу в половину одноэлектронного импульса.

Также темновой ток зависит от перенапряжения при фиксированной температуре. При низком перенапряжении ширина плато становится настолько малой, что определить частоту темновых токов становится невозможным. Все зависимости были аппроксимированы экспоненциальной функцией, причем  $\chi^2/DoF \approx 1$ , поэтому данная зависимость удовлетворительно описывает данные.

$$\nu(\Delta V, T = const) = B \cdot \exp[k_{\Delta V} \cdot \Delta V] \tag{5}$$

В других работах наблюдали как линейный рост частоты темновых токов от перенапряжения при фиксированной температуре [6] и [7], так и экспоненциальный [10].

Зависимость частоты одновременно и от перенапряжения и от температуры можно записать следующим образом:

$$\nu(\Delta V, T) = C \cdot T^{3/2} \cdot \exp\left[-\frac{E_g}{2k_B \cdot T} + k_{\Delta V} \cdot \Delta V\right]$$
 (6)

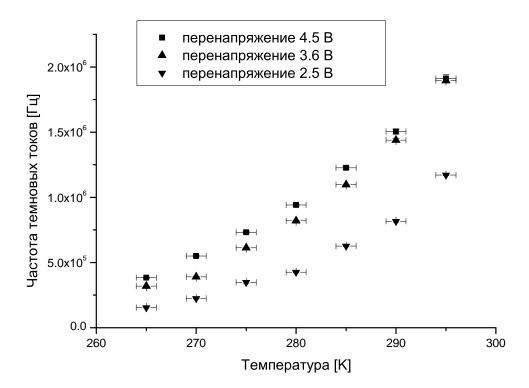


Рис. 11. Частота темновых токов в зависимости от температуры для Hamamatsu S10362-33-025C. Данные аппроксимированы зависимостью (4), причем  $\chi^2/DoF < 1$ .

Константа C не зависит ни от перенапряжения, ни от температуры. Для того, чтобы найти значения  $C, E_g, k_{\Delta V}$ , все измерения частоты от температуры и перенапряжения были аппроксимированы функцией (6). В результате были восстановлены следующие значения:

$$C = (1.76 \pm 0.41) \cdot 10^8 [\Gamma u]$$
  
 $E_g = 0.75 \pm 0.01 [9B]$   
 $k_{\Delta V} = 0.426 \pm 0.012 [1/B]$ 

Точность аппроксимации двумерной функцией (6) оказалась ниже  $(\chi^2/DoF = 160/67)$ , чем точность аппроксимации каждой из зависимостей (4) или (5), т.к. в этом случае параметры функции должны оставаться неизменными для всех измерений.

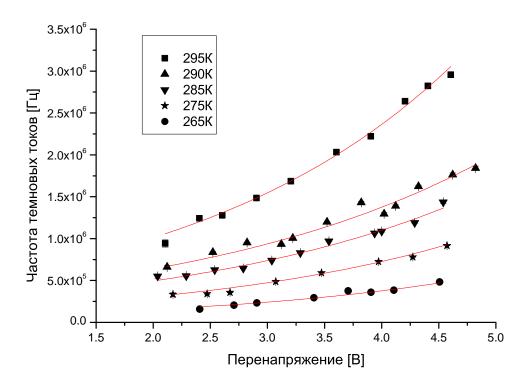


Рис. 12. Зависимость частоты темновых токов от перенапряжения при фиксированной температуре для Hamamatsu S10362-33-025C. Данные аппроксимированы экспоненциальной зависимостью (5), причем  $\chi^2/DoF \approx 1$ .

## 5. Кросстоки

Существует несколько схожих вариантов измерения кросстока. Первый заключается в использовании графика-лестницы. При построении зависимости частоты появления сигналов от порога на графике можно наблюдать несколько участков, на которых частота практически не зависит порога. Первое плато соответствует частоте темновых токов, которая обозначается  $\nu_{0.5p.e.}$ . Следующие наблюдаемые плато будут обусловлены наличием кросстоков. Частота второго плато обозначается  $\nu_{1.5p.e.}$ , третьего -  $\nu_{2.5p.e.}$  и т.д. Вероятность кросстока можно найти как отношение двух частот:  $P_{X-talk} = \nu_{1.5p.e.}/\nu_{0.5p.e.}$  Однако в нашем случае разрешение по амплитуде оказывается недостаточным, чтобы различить другие плато, кроме первого, поэтому данный метод не сработает.

Второй подход заключается в интегрировании сигнала за определенное время. Если построить спектр накопленного заряда, то можно будет увидеть множество пиков. Первый пик с центром в нуле - пьедестал, обусловленный интегрированием шумов. Второй пик обусловлен одноэлектронным импульсом. Последующие пики возникают из-за наличия кросстоков. Число событий в пиках обозначим  $N_{ip.e}$ , где

i - номер пика, равный 1 для одноэлектронного. Если найти отношение числа событий в пиках, вызванных кросстоком, к полному числу зарегистрированных полезных (не шумовых) событий, то мы получим вероятность кросстока:

$$P_{X-talk} = N_{i>1p.e}/(N_{i>1p.e} + N_{1p.e})$$

Преимущество этого подхода заключается в хорошем разрешении по заряду, позволявшему четко разделять пики. Недостаток же заключается во вкладе послеимпульсов в заряд, что приводит к искажению зарядового спектра и неоднозначному нахождению числа событий в одноэлектронном пике.

Третий, и наиболее правильный вариант измерений заключается в отбрасывании тех событий, которые содержат послеимпульсы. Построив зависимость заряда сигнала от расстояния между ближайшими сигналами, можно наблюдать следующую картину...

## 6. Время восстановления ячейки

Чтобы правильно найти величину послеимпульсов, необходимо знать форму одноэлектронного сигнала. Форму сигнала можно найти, анализируя одноэлектронные сигналы. Для анализа одноэлектронного сигнала были записаны данные с установки (рис. 6) без работающего светодиода. Пример сигнала с Hamamatsu S10362-33-025С изображен на рис.14. Поскольку каждый отдельный сигнал зашумлен, то для нахождения гладкой кривой применялось усреднение по большому числу событий. Сначала на компьютер записывался сигнал длиной 1 мкс и порогом в половину амплитуды одноэлектронного импульса. Далее вычислялась производная и выбирался порог, чтобы запуск шел именно от сигнала, а не от шумов. Затем вычислялся максимум на всем записанном отрезке и строился спектр амплитуд (рис. 13). Для анализа выбирались лишь одноэлектронные импульсы, амплитуды которых расположены справа от порога.

Далее, на записанном отрезке длиной 1 мкс вычислялось число событий, превышающих порог по производной. Если на отрезке было более одного срабатывания, то этот участок отбрасывался. Таким образом, после фильтрации должны остаться только одноэлектронные импульсы, не содержащие послеимпульсов. На заключительном этапе производилось усреднение. Результат приведен на рис. 14.

Чтобы определить амплитуду одноэлектронного импульса и время восстановления ячейки, была проведена аппроксимация полученного сигнала следующей функцией:

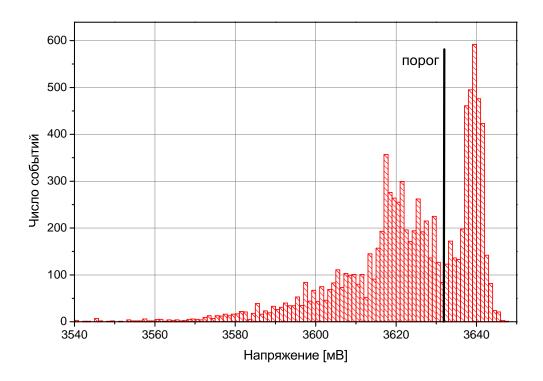


Рис. 13. Спектр амплитуд для Hamamatsu S10362-33-025C. Напряжение 73B, температура 295K. Одноэлектронные импульсы имеют амплитуду, расположенную справа от порога.

$$V(t) = -A \cdot \exp\left[-\frac{t - t_0}{\tau_{rec}}\right] \cdot \left(1 - \exp\left[-\frac{t - t_0}{\tau_{rise}}\right]\right) + V_0, \tag{7}$$

где A - амплитуда импульса,  $t_0$  - задержка по времени,  $\tau_{rec}$  - искомое время восстановления ячейки,  $\tau_{rise}$  - время нарастания переднего фронта,  $V_0$  - напряжение в отсутствии сигнала. Параметр  $V_0$  вычислялся как среднее значение на участке длиной 80 нс, предшествующем появлению переднего фронта, и фиксировался при аппроксимации. Другие параметры имели ограничения по максимальному и минимальному значению, но в довольно широких пределах.

Однако форма сигнала (рис.14) имеет большое отклонение от зависимости (8):  $\chi^2/Dof\approx 10$ . Это объясняется конечным временным разрешением системы, в результате чего на выходе системы сигнал будет представлять свертку с гауссовым распределением с дисперсией  $\sigma^2$ :

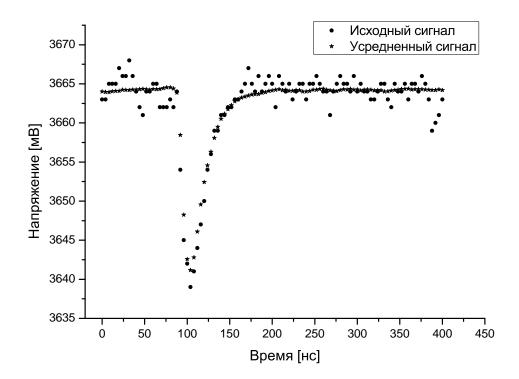


Рис. 14. Сигнал с Hamamatsu S10362-33-025 С. Напряжение 73В, температура 295 К. Показан исходный сигнал и сигнал после усреднения. Для нахождения правильной формы импульса события рассматривались без послеимпульсов.

$$V(t) = V_0 - \frac{A}{2} \cdot \left( \exp\left[\frac{\sigma^2 - 2t \cdot \tau_{rec}}{2\tau_{rec}^2}\right] \cdot \left(1 + Erf\left[\frac{t - \sigma^2/\tau_{rec}}{\sigma\sqrt{2}}\right]\right) + \exp\left[\frac{\sigma^2 - 2t \cdot \tau_{total}}{2\tau_{total}^2}\right] \cdot \left(1 + Erf\left[\frac{t - \sigma^2/\tau_{total}}{\sigma\sqrt{2}}\right]\right) \right),$$
где  $\tau_{total} = \frac{\tau_{rec} \cdot \tau_{rise}}{\tau_{rec} + \tau_{rise}}$ 

Более детальное исследование времени восстановления приведено в работе [13]. Температурные зависимости времени восстановления ячейки приведены в [10].

# 7. Послеимпульсы

Схема измерения аналогична схеме измерения темновых токов и кросстока. Отличие состоит в обработке сигнала. Если раньше сигнал обрабатывался в режиме on-line, то теперь данные сначала записываются на компьютер, а затем обрабатываются. При записи использовался внутренний триггер. Уровень тригге-

ра выбирался примерно на уровне 50% от величины одноэлектронного импульса. Непрерывная длинна записи составила  $120~{\rm mkc}$ .

# 8. Квантовая эффективность

## Список литературы

- [1] D. Motta, S. Schonert Optical properties of bialkali photocathodes Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 539 (2005) 217–235
- [2] TOWARD A USER'S TOOLKIT FOR MODELING SCINTILLATOR PROPORTIONALITY AND LIGHT YIELD
- [3] M.D. Lay, Nucl. Instr. and Meth. A 383 (1996) 485; M.D. Lay, M.J. Lyon, Nucl. Instr. and Meth. A 383 (1996) 495.
- [4] Light output and energy resolution of  $Lu_{0.7}Y_{0.3}AlO_3$ : Ce and  $Lu_{1.95}Y_{0.05}SiO_5$ : Ce scintillators
- [5] Characterisation Studies of Silicon Photomultipliers Patrick Eckert, Hans-Christian Schultz-Coulon, Wei Shen, Rainer Stamen, Alexander Tadday
- [6] Characterization and Simulation of the Response of Multi Pixel Photon Counters to Low Light Levels A. Vacheretc, G.J. Barkerh arXiv:1101.1996v1 [physics.insdet] 11 Jan 2011
- [7] Y. Du, F. Retiere, Nucl. Instr. and Meth. A 596 (2008) 396-401
- [8] Modeling crosstalk in silicon photomultipliers L. Gallego, J. Rosado, F. Blanco and F. Arqueros
- [9] Silicon Photomultiplier's Gain Stabilization by Bias Correction for Compensation of the Temperature Fluctuations P. Dorosz, M. Baszczyk, S. Glab, W. Kucewicz, L. Mik, M. Sapor
- [10] Temperature and Bias Voltage Dependence of the MPPC Detectors N. Dinu, C. Bazin. V. Chaumat, C. Cheikali, A. Para, Member, IEEE, V. Puill, C. Sylvia, J.F. Vagnucci
- [11] Characterization of SiPM: temperature dependencies. Marco Ramilli
- [12] Characterisation of a silicon photomultiplier device for applications in liquid argon based neutrino physics and dark matter searches P.K. Lightfoot , G.J. Barker b, K. Mavrokoridis , Y.A. Ramachers , N.J.C. Spooner
- [13] Determination of the recovery time of silicon photomultipliers Parrick Hallen Bachelor's thesis in physics