

Часть I

Энергетическое разрешение детектора

Одним из самых важных параметров детектора является энергетическое разрешение. В этой главе мы найдем предельное энергетическое разрешение детектора и найдем основные факторы, препятствующие его улучшению.

1. Детектор на основе ФЭУ и сцинтиллятора

Детектор на основе ФЭУ и сцинтиллятора - один из самых простых детекторов, но в тоже время обладающий высоким энергетическим и временным разрешением. Процесс распространения света в детекторе представлен на . Сначала происходит поглощение рентгеновского фотона в толще сцинтиллятора. Это приводит к появлению N_{born} световых фотонов. Распространяясь, свет может отражаться от стенок сцинтиллятора, поглощаться, преломляться и выходить наружу (в отсутствие отражателя) или же преломляться и проходить в оптическую смазку. После оптической смазки свет падает на стекло ФЭУ и лишь после этого достигает фотокатода. Достигнув фотокатода, часть света отразится от границы стекло-фотокатод. Коэффициент отражения фотокатода обозначим r_{cath} . Таким образом, лишь некоторая часть N_{abs} фотонов поглотится в фотокатоде. Фотокатод имеет некоторую конверсионную эффективность $Conv$. Под конверсионной эффективностью понимается отношение среднего числа испущенных фотоэлектронов к среднему числу фотонов, поглощенных в толще фотокатода. После прохождения фотокатода свет преобразуется в $N_{p.e.}^{init}$ фотоэлектронов. Однако из-за неидеальности сбора фотоэлектронов (преимущественно на первый динод) лишь некоторая доля фотоэлектронов $N_{p.e.}$ сможет развить электронную лавину. Неидеальность сбора фотоэлектронов описывается параметром η , который характеризует отношение среднего числа зарегистрированных фотоэлектронов $E[N_{p.e.}]$ к среднему числу испущенных фотоэлектронов $N_{p.e.}^{init}$. Далее при взаимодействии с динодами произойдет усиление и образуются N_e электронов.

Величины r_{cath} , $Conv$, η зависят от длины волны падающего света и характеризуют конкретный ФЭУ. Однако на практике обычно измеряют производную от них величину - квантовую эффективность. Для этого ФЭУ освещают нормальным пучком света и считают число зарегистрированных фотоэлектронов $E[N_{p.e.}]$. Если известно число падающих фотонов $E[N_0]$, то квантовая эффективность определя-

ется следующим образом: $\varepsilon = E[N_{p.e.}]/E[N_0]$. При сборе света со сцинтиллятора угол падения света на фотокатод не будет нормальным, однако, как было показано в [1], если угол падения не превышает 40° , то r_{cath} остается практически константой, а $Conv$ и вовсе не зависит от угла падения света [3], поэтому в первом приближении можно описывать ФЭУ лишь одной характеристикой - квантовой эффективностью ε .

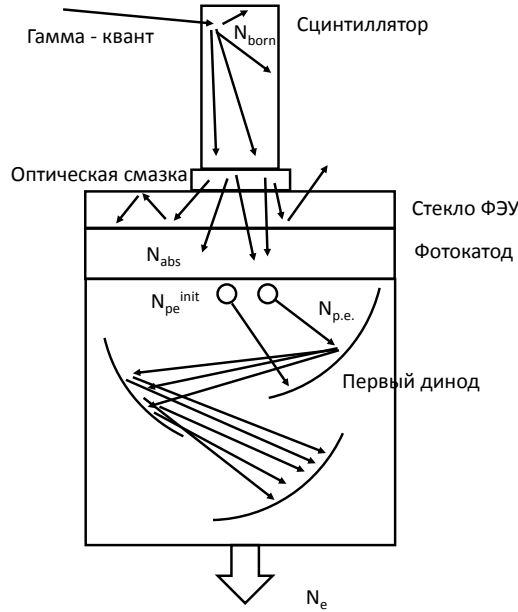


Рис. 1. Детектор на основе ФЭУ и сцинтиллятора со схематичным представлением распространения фотонов и электронов.

1.1. ФЭУ без шумов

Чтобы написать формулу для энергетического разрешения, рассмотрим подробно процесс формирования сигнала. Основные используемые величины:

N_{born} - число световых фотонов, родившихся в сцинтилляторе.

N_{abs} - число световых фотонов, поглощенных в фотокатоде

$N_{p.e.}$ - число зарегистрированных фотоэлектронов

N_e - число электронов, собранных на последнем аноде ФЭУ

Все эти величины связаны следующими соотношениями:

$$N_{abs} = \sum_{i=0}^{N_{born}} n_{abs_i}$$

$$N_{p.e.} = \sum_{i=0}^{N_{abs}} n_{p.e._i}$$

$$N_e = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}} G_i$$

n_{abs} - число световых фотонов, поглощенных в фотокатоде, если в сцинтилляторе родился один световой фотон, $n_{abs} \in \{0, 1\}$.

$n_{p.e.}$ - число зарегистрированных фотоэлектронов, если в фотокатоде поглотился один световой фотон, $n_{p.e.} \in \{0, 1\}$.

G - число электронов, собранных на ФЭУ, при условии, что регистрируется один фотоэлектрон

В процессе измерений мы регистрируем число электронов N_e . Энергетическое разрешение будет определяться следующим образом:

$$\delta E = \Delta \cdot \frac{\sqrt{Var[N_e]}}{E[N_e]},$$

где $\Delta = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot \ln(2)} \approx 2.36$. В дальнейшем более удобно будет использовать квадрат этой величины δE^2 , деленный на Δ^2 .

Сцинтиллятор имеет некий спектр излучения с плотностью вероятности $P(\lambda)$, поэтому необходимо проинтегрировать сигнал и шум:

$$\delta E^2 / \Delta^2 = \frac{\int Var[N_e] \cdot P(\lambda)^2 d\lambda}{\left(\int E[N_e] \cdot P(\lambda) d\lambda \right)^2}$$

Рассмотрим для простоты случай, когда сцинтиллятор излучает свет на одной длине волны.

Чтобы посчитать мат. ожидание и дисперсию величины, представляющей собой сумму флуктуирующих величин, где число слагаемых тоже является случайной величиной, необходимо воспользоваться тождеством Вальда. Данное тождество утверждает следующее:

$$E \left[\sum_{i=0}^N X_i \right] = E[N] \cdot E[X]$$

Как следствие этого тождества получаем выражение для дисперсии:

$$Var \left[\sum_{i=0}^N X_i \right] = Var[N] \cdot (E[X])^2 + Var[X] \cdot E[N]$$

Воспользовавшись этими двумя выражениями, выразим величину $\delta E^2 / \Delta^2$ через базовые величины N_{born} , n_{abs} , $n_{p.e.}$, G , которые описывают детектор:

$$\begin{aligned} \delta E^2 / \Delta^2 = & \frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2} + \frac{Var[n_{abs}]}{(E[n_{abs}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{born}]} + \\ & \frac{Var[n_{p.e.}]}{(E[n_{p.e.}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]} + \frac{Var[G]}{(E[G])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{p.e.}]} \end{aligned} \quad (1)$$

Рассмотрим каждое из слагаемых подробнее.

Слагаемое $\frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2}$ описывает вклад флуктуации числа фотонов, рожденных в сцинтилляторе. Стоит заметить, что $Var[N_{born}] \neq E[N_{born}]$, то есть пуассоновская статистика не выполняется. Детальное описание факторов, влияющих на собственное энергетическое разрешение сцинтиллятора можно найти в [2].

Выражение $\frac{Var[n_{abs}]}{(E[n_{abs}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{born}]}$ описывает вклад флуктуаций сбора света на фотокатод. Существует множество факторов, влияющих на величину флуктуации: разброс точки взаимодействия рентгеновского кванта и сцинтиллятора, флуктуации поглощения световых фотонов в толще сцинтиллятора, оптической смазки или фотокатода и т.д. Чтобы найти эту величину, необходимо смоделировать распространение света в сцинтилляторе. Также тут присутствует фактор подавления $\frac{1}{E[N_{born}]}$: чем больше число рожденных фотонов, тем меньше светосбор влияет на энергетическое разрешение.

Следующее слагаемое $\frac{Var[n_{p.e.}]}{(E[n_{p.e.}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]}$ описывает флуктуации числа регистрируемых фотонов, вызванные конечной квантовой эффективностью ФЭУ. Это слагаемое можно упростить до следующего вида: $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]}$.

Последнее слагаемое $\frac{Var[G]}{(E[G])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{p.e.}]}$ описывает флуктуации усиления. Флуктуации усиления $\frac{\sqrt{Var[G]}}{E[G]}$ обычно не превышают 10 – 20% [6], а наличие фактора подавления $E[N_{p.e.}]$ делает вклад данного слагаемого в энергетическое разрешение еще меньше.

Рассмотрим теперь вклад каждого слагаемого в энергетическое разрешение в зависимости от энергии регистрируемого гамма кванта. Для примера возьмем сцинтиллятор LYSO:Ce и ФЭУ с квантовой эффективностью 28%. Данные о пропорциональности световых выхода и собственное энергетическое разрешение сцинтиллятора LYSO:Ce взяты из [4]. Чтобы получить флуктуации светосбора $\frac{\sqrt{Var[n_{abs}]}}{E[n_{abs}]}$, в программе GEANT4 был смоделирован детектор, аналогичный тому, что представлен на рис. 1. Флуктуации составили около 10%. Также из моделирования была получена величина $E[n_{abs}]$, варьирующаяся в зависимости от размера сцинтиллятора и материала отражателя от 0.2 до 0.6. В дальнейшем будем считать для определенности, что $E[n_{abs}] = 0.5$. Флуктуации усиления $\frac{\sqrt{Var[G]}}{E[G]}$ примем за 10%. Таким образом, получим следующие зависимости факторов от энергии гамма-кванта (рис. 2). На рис. 2 не представлены вклады флуктуации светосбора и коэффициента усиления, т.к. они пренебрежимо малы относительно собственного энергетического разрешения сцинтиллятора и флуктуаций, связанных с неэффективностью детектора.

Итого, пренебрегая вкладами флуктуаций светосбора и усиления и пользуясь тем, что $E[n_{p.e.}] = \varepsilon$, с достаточно хорошей точностью можно использовать следующую

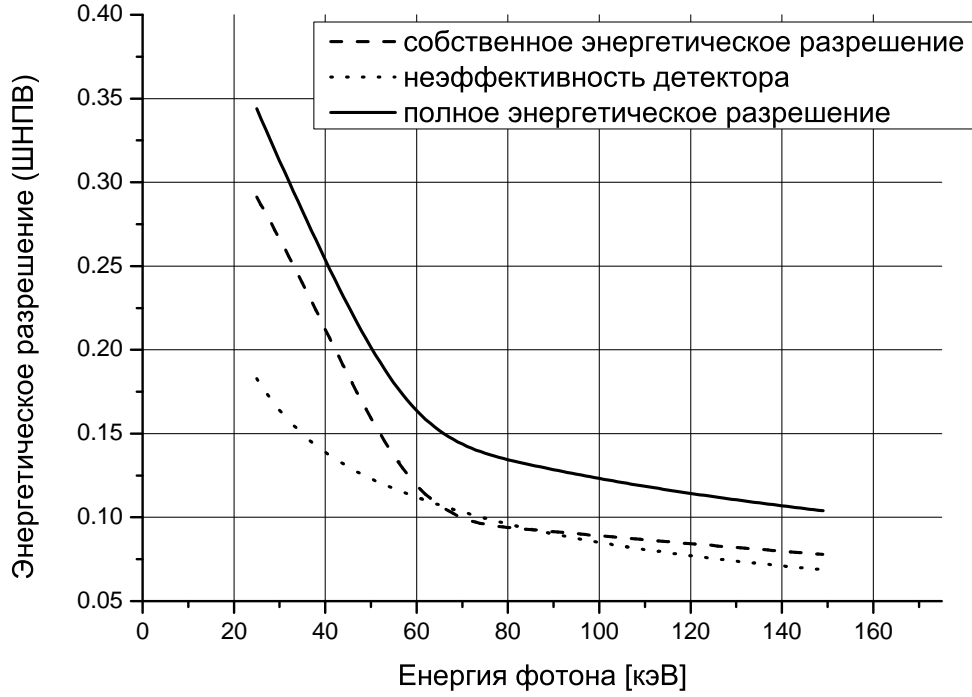


Рис. 2. Энергетическое разрешение детектора на основе YAP:Ce и ФЭУ с квантовой эффективностью 28%. Светосбор равен 50%.

щую формулу для вычисления энергетического разрешения:

$$\delta E^2 / \Delta^2 \approx \frac{\text{Var}[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2} + \frac{1 - \varepsilon}{N_{p.e.}} \quad (2)$$

1.2. Учет собственных шумов ФЭУ и шумов электроники

В предыдущем разделе описана самая простая формула для энергетического разрешения. Однако, для полноты картины, следует учесть еще шум ФЭУ и шум электроники.

Отличие от предыдущего случая будет в том, что теперь в итоговый заряд будет давать вклад не только сигнал, но и шум. Чтобы выделить сигнал, необходимо вычесть шум из измерений:

$$N_e^{signal} = N_e^{signal+noise} - N_e^{noise}$$

При вычислении мат. ожидания вклад шумов сократится, а дисперсия сигнала будет зависеть от дисперсии шумов. Шум может быть обусловлен темновыми токами ФЭУ N_e^{DC} и шумом электроники $N_e^{electronics}$. При работе с ФЭУ или SiPM усиление обычно достаточно велико и вкладом шума электроники можно пренебречь.

Таким образом, получим следующую формулу для вычисления энергетического разрешения:

$$\delta E = \Delta \cdot \frac{\sqrt{\text{Var}[N_e^{signal}] + 2 \cdot \text{Var}[N_e^{DC}]}}{E[N_e^{signal}]}$$

Если раньше предполагалось бесконечное время интегрирования сигнала, то теперь оно конечно. Обозначим его t_{gate} . Предположим, что время интегрирования в несколько раз больше характерного времени затухания сигнала и мы собираем практически весь заряд от сигнала, т.е. величина N_e^{signal} не зависит от t_{gate} . Число регистрируемых шумовых фотоэлектронов $N_{p.e.}^{DC}$ будет подчиняться статистике Пуассона с параметром, равным произведению времени интегрирования t_{gate} на частоту шумовых импульсов ν_{DC} . В этом случае величина N_e^{DC} будет вычисляться следующим образом:

$$N_e^{DC} = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}^{DC}} G_i,$$

причем $E[N_{p.e.}^{DC}] = \text{Var}[N_{p.e.}^{DC}] = t_{gate} \cdot \nu_{DC}$.

Если расписать определения величин $\text{Var}[N_e^{signal}]$, $\text{Var}[N_e^{DC}]$, $E[N_e^{signal}]$ и привести подобные, то получим следующее выражение для энергетического разрешения:

$$\delta E^2 / \Delta^2 = \frac{\text{Var}[N_{p.e.}] + 2 \cdot \text{Var}[N_{p.e.}^{DC}]}{(E[N_{p.e.}])^2} + \frac{\text{Var}[G]}{(E[G])^2} \cdot \left(\frac{1}{E[N_{p.e.}]} + \frac{2}{E[N_{p.e.}^{DC}]} \right) \quad (3)$$

На рис. 3 изображена зависимость энергетического разрешения детектора на основе ФЭУ и сцинтиллятора YAP:Ce от величины темновых токов.

Время высвечивания сцинтиллятора YAP:Ce составляет около 25 нс, а шумы ФЭУ при комнатной температуре не превышают 1 кГц, поэтому вклад темновых токов в энергетическое разрешение пренебрежимо мал. Если рассмотреть в качестве детектора SiPM у которого шум при комнатной температуре около 1 МГц / 1 мм^2 и пренебречь кроссстоками и послеимпульсами, то и в этом случае вклад в энергетическое разрешение шумов будет мал.

2. Энергетическое разрешение SiPM

С точки зрения энергетического разрешения SiPM отличается от ФЭУ наличием двух дополнительных факторов, влияющих на шум: послеимпульсами и кроссстоками.

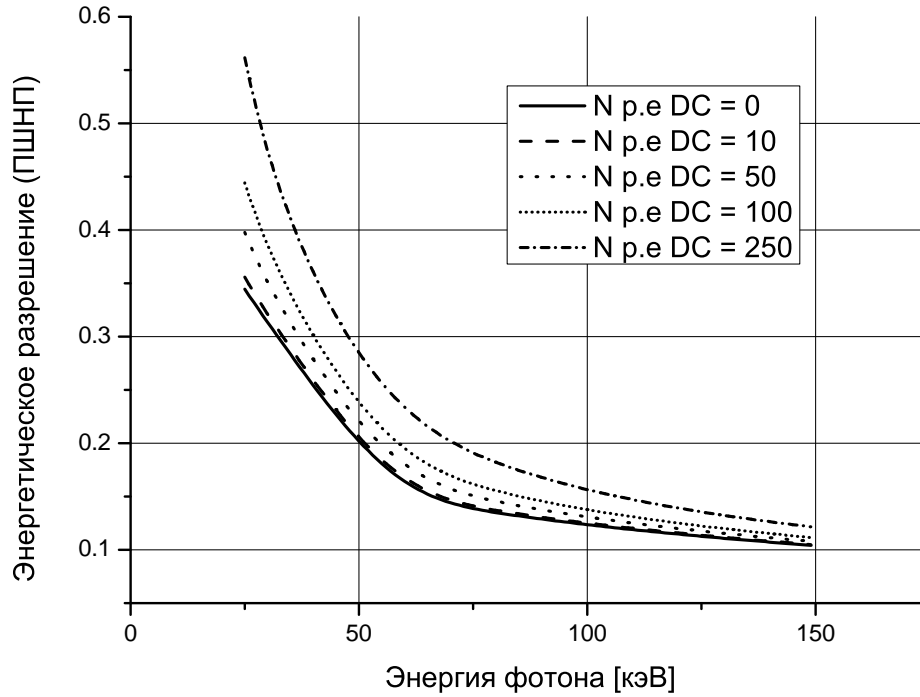


Рис. 3. Энергетическое разрешение детектора на основе YAP:Ce и ФЭУ с квантовой эффективностью 28%. Светосбор равен 50%. Различные графики соответствуют различным значениям зарегистрированных темновых токов.

2.1. Учет кросстоков

Кроссток или оптический кроссток - это эффект срабатывания соседних ячеек SiPM из-за излучения оптических фотонов во время образования лавины в исходном пикселе. Поскольку свет распространяется практически мгновенно, то данный эффект не приводит к каким-либо временным сдвигам. Чтобы учесть влияние кросстока на энергетическое разрешение, необходимо модифицировать функцию плотности вероятности величины $n_{p.e.}$. Если раньше данная величина имела распределение Бернулли с параметром $E[n_{p.e.}]$, то теперь распределение будет другим. Чтобы найти это распределение нужно знать квантовую эффективность регистрации (или коэффициент конверсии, т.к. все зависит от того, какую величину рассматривать в качестве базовой) и вероятность срабатывания соседней ячейки из-за кросстока. Детальное описание вероятностей срабатывания ячеек из-за кросстока можно найти в [8]. В этой статье рассматриваются несколько моделей распространения фотонов, но утверждается, что для большинства моделей SiPM наиболее правдоподобной является модель 4-х соседей. Вероятность срабатывания N ячеек выражается через параметр p , который описывает вероятность того, что

соседний пиксель сработает из-за кросстока. Вычислить параметр p можно, зная полную вероятность кросстока p_{total} (одно или больше кросстоковых событий): $(1 - p)^4 = 1 - p_{total}$. В дальнейшем удобно будет ввести величину $q = 1 - p$. Таким образом, зная квантовую эффективность ε и вероятность кросстока p , получим следующую плотность вероятности в модели 4-х соседей.

суммарное число сработавших ячеек	плотность вероятности $n_{p.e.}$
1	$\varepsilon \cdot q^4$
2	$\varepsilon \cdot 4p \cdot q^6$
3	$\varepsilon \cdot 18p^2 \cdot q^8$
4	$\varepsilon \cdot 4p^3 \cdot q^8 [1 + 3q + 18q^2]$
5	$\varepsilon \cdot 5p^4 \cdot q^{10} [8 + 24q + 55q^2]$
$N > 5$	$\simeq \varepsilon \cdot P(5) \left[1 - \frac{P(5)}{1 - \sum_{k=1}^4 P(k)} \right]^{N-5}$

На Рис. 4 показана зависимость среднего числа регистрируемых ячеек в зависимости от величины кросстока.

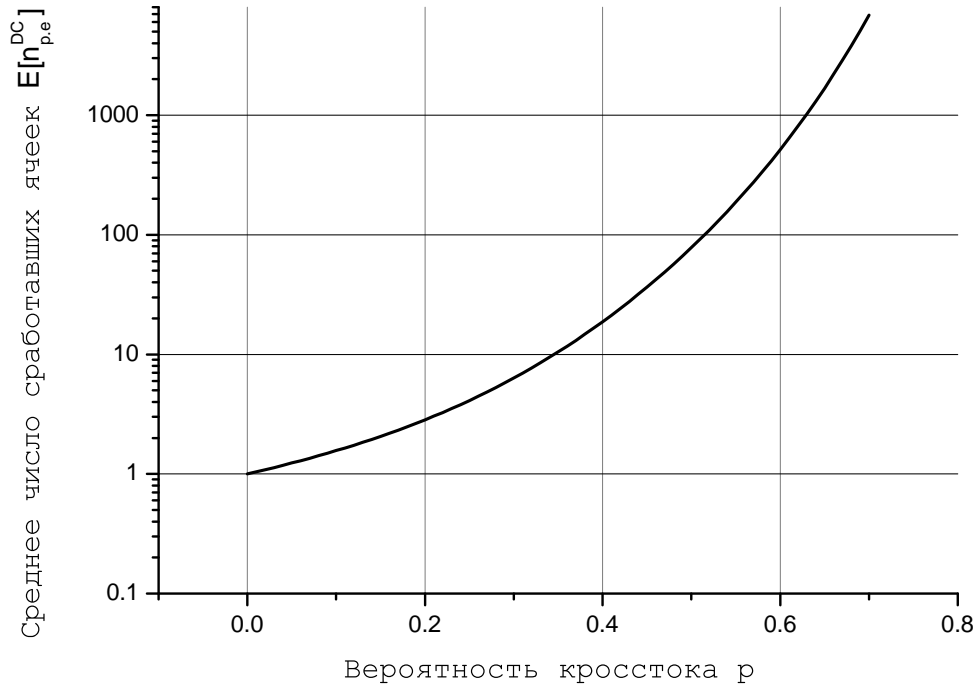


Рис. 4. Зависимость среднего числа регистрируемых ячеек в зависимости от величины кросстока.

Чтобы учесть вклад кросстоков в энергетическое разрешение необходимо пересчитать $E[n_{p.e.}]$ и $Var[n_{p.e.}]$ с учетом модифицированной плотности вероятности.

Если учесть еще и собственные шумы SiPM при наличии кросстока, то необходимо изменить величину $N_{p.e.}^{DC}$:

$$N_{p.e.}^{DC} = \sum_{i=0}^{N^{DC}} n_{p.e.,i}^{DC},$$

где величина $n_{p.e.}^{DC}$ - число зарегистрированных фотоэлектронов, если произошел одиночный шумовой (тепловой) импульс. Данная величина имеет тоже распределение, что и $n_{p.e.}$, только с параметром $\varepsilon = 1$. Величина N^{DC} имеет распределение Пуассона с параметром $t_{gate} \cdot \nu_{DC}$. Таким образом, получим следующие значения для мат. ожидания и дисперсии:

$$\begin{aligned} E[N_{p.e.}] &= E[n_{p.e.}] \cdot E[N_{abs}] \\ E[N_{p.e.}^{DC}] &= E[n_{p.e.}^{DC}] \cdot E[N^{DC}] \\ Var[N_{p.e.}] &= Var[N_{abs}] \cdot (E[n_{p.e.}])^2 + Var[n_{p.e.}] \cdot E[N_{abs}] \\ Var[N_{p.e.}^{DC}] &= Var[N^{DC}] \cdot (E[n_{p.e.}^{DC}])^2 + Var[n_{p.e.}^{DC}] \cdot E[N^{DC}] \end{aligned}$$

При учете кросстоков вид формулы для энергетического разрешения останется прежний (3).

На рис. 5 представлена зависимость энергетического разрешения от энергии фотона при различных значениях кросстока.

2.2. Учет послеимпульсов

Послеимпульс - сигнал, появляющийся через некоторый промежуток времени после основного сигнала. Причина появления послеимпульсов заключается в захвате электронов в ловушки во время лавины с их последующим высвобождением через промежуток времени, обычно длящийся от нескольких наносекунд до нескольких микросекунд [5]. После срабатывания основного сигнала напряжение на ячейке будет восстанавливаться к исходному значению к течению времени восстановления ячейки, которое мы обозначим τ_r . Таким образом, если послеимпульс произошел после основного сигнала через время Δt , то доля заряда в послеимпульсе относительно основного сигнала будет выражаться следующим образом: $\xi(\Delta t) = 1 - \exp(-\Delta t/\tau_r)$. Плотность вероятности величины Δt описывается двумя затухающими экспонентами [7]:

$$f(\Delta t) = A_s \cdot \exp(-\Delta t/\tau_s) + A_f \cdot \exp(-\Delta t/\tau_f), \quad (4)$$

где τ_s и τ_f среднее время, проходящее между двумя импульсами для быстрой и медленной компоненты, а A_s и A_f - нормировочные константы.

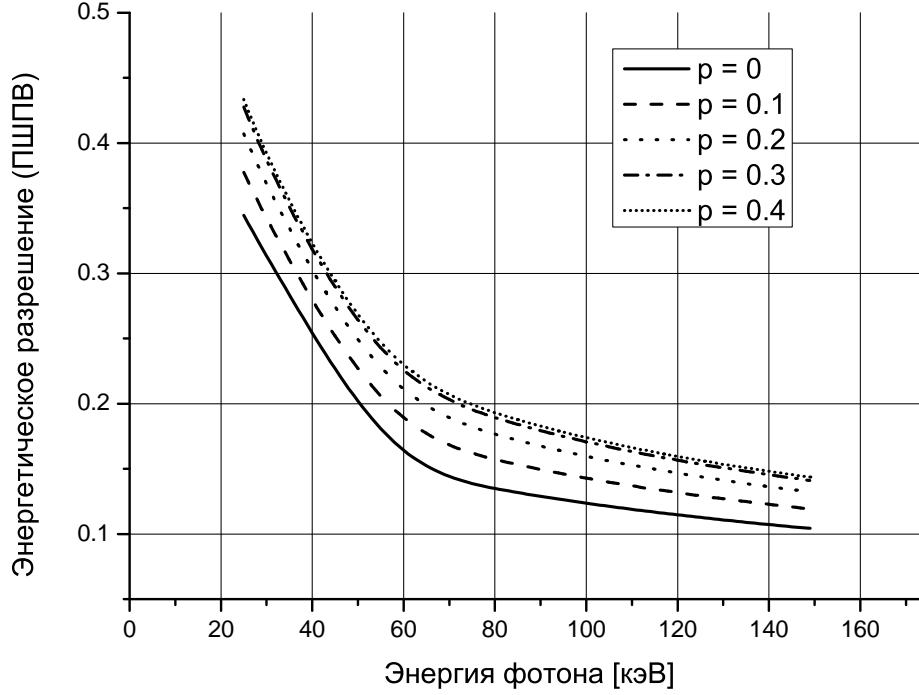


Рис. 5. Энергетическое разрешение детектора на основе YAP:Ce и SiPM с квантовой эффективностью 28%. Светосбор равен 50%. Различные графики соответствуют различным значениям вероятности кросстока. Темновые токи отсутствуют.

В большинстве приложений время интегрирования t_{gate} выбирают в несколько раз больше времени восстановления ячейки τ_r . Мы предположим что, t_{gate} достаточно большое и в несколько раз превышает и τ_f . Также для простоты пренебрежем вкладом медленной компоненты послеимпульса, т.к. её вероятность намного меньше вероятности быстрой компоненты.

Чтобы учесть вклад послеимпульсов в энергетическое разрешение необходимо ввести поправку на число зарегистрированных электронов:

$$N_e = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}} (G_i + A_i)$$

Случайная величина G имеет распределение Гаусса и описывает по-прежнему флуктуации усиления, а величина A описывает послеимпульсы. Мат. ожидание и дисперсия величины $G_{tot} = G + A$ находятся из эксперимента.

Теоретически можно вывести плотность вероятности величины G_{tot} . Если плотность вероятности расстояния между импульсами описывается формулой (??)

Итого, если учитывать послеимпульсы, то необходимо в формуле для энергетического разрешения заменить величину G на G_{tot} .

2.3. Предельное энергетическое разрешение SiPM

Проанализировав основные факторы, влияющие на энергетическое разрешение SiPM, перед нами встает важный вопрос: какое предельное достижимое энергетическое разрешение SiPM?

Часть II

Измерение характеристик SiPM

3. Напряжение пробоя

В качестве исследуемых детекторов были выбраны KETEK PM3325NP-SB0 Pin и Hamamatsu S10362-33-025C. Наиболее важной характеристикой SiPM является напряжение пробоя. Напряжение пробоя V_{BD} - это напряжение, при котором коэффициент усиления равен нулю.

В различных работах было показано, что коэффициент усиления различных SiPM имеет линейную зависимость как от температуры, так и от напряжения [9–12]. Таким образом, можно записать следующие выражения для коэффициента усиления $G(V, T)$:

$$\begin{aligned} G(V, T) &= \frac{dG}{dV} \cdot (V - V_{BD}(T)) \\ G(V, T) &= \frac{dG}{dT} \cdot T + G(T_0, V) \\ G(V, T) &= a \cdot V + b \cdot T + c, \end{aligned} \tag{5}$$

$$\text{где } a = \frac{dG}{dV}, b = \frac{dG}{dT}$$

Из уравнения (5) легко найти напряжение пробоя, приравняв коэффициент усиления к нулю:

$$V_{BD}(T) = \frac{-c - b \cdot T}{a} \tag{6}$$

Для измерения напряжения пробоя и коэффициента усиления была собрана следующая установка (рис. 6). Led Driver по световоду посылает короткую вспышку на SiPM, вырабатывая триггерный сигнал, идущий к АЦП CAEN dt5720a. Сигнал с SiPM проходит через усилитель и поступает в АЦП CAEN dt5720a, который интегрирует сигнал при наличии триггерного сигнала. Полученный зарядовый спектр в режиме on-line поступает на компьютер. Температурная стабилизация

обеспечивалась при помощи ПИД-регулятора ТРМ 101. Он имеет следующую схему работы:???. SiPM был установлен внутри металлической коробки. С одной из сторон размещен вентилятор, который необходим для отвода тепла с Пельтье элемента. Часть вентилятора, расположенная внутри коробки, приклеена к медной пластине. С обратной стороны медной пластины расположен SiPM.

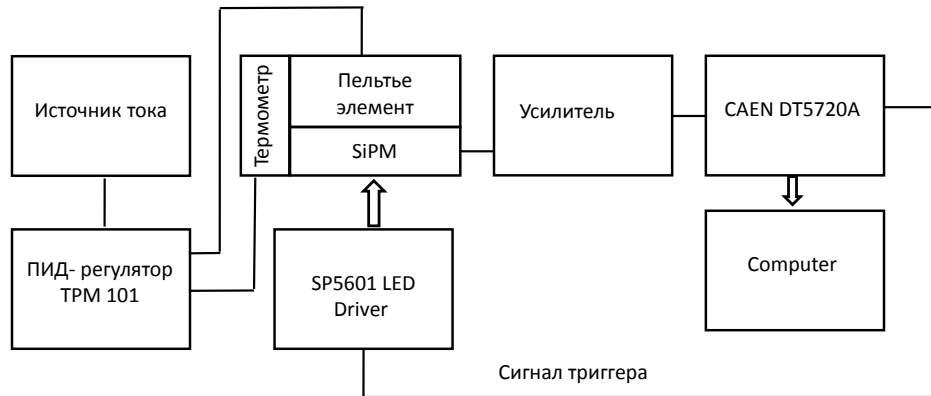


Рис. 6. Схема измерения напряжения пробоя SiPM. Свет из LED Driver регистрируется SiPM, усиливается и оцифровывается DT5720а. Температурная стабилизация обеспечивается ПИД-регулятором. Отклонение температуры от установленной не превышает 1К.

Вычисление напряжения пробоя шло в несколько этапов. Во-первых, сигнал интегрировался в воротах длиной 1 мкс (для КЕТЕК PM3325NP-SB0 Pin) или 200 нс (для КЕТЕК PM3325NP-SB0 Pin). Интенсивность Led driver менялась во время измерений, чтобы зарегистрировать максимально возможное число пиков. В среднем записывались спектры с 10 - 12 пиками. Поскольку при увеличении номера пика растет не только его среднее значение, но и дисперсия, то регистрация пиков с большими номерами не проводилась из-за большого времени накопления статистики. В результате получился зарядовый спектр (рис. 7). Затем окрестность каждого пика аппроксимировалась функцией гаусса и находилось среднее значение положения пика $Peak_i$ и ошибка определения среднего σ_{Peak_i} . Причем пик с номером 0 соответствует пику, располагающемуся вблизи нуля и возникает из-за интегрирования шумов. Последующие пики вызваны регистрацией фотонов, излучаемых светодиодом, темновыми токами и кросстоком. Однако среднее значение пика не зависит от причины срабатывания ячейки SiPM (если нет послеимпуль-

сов). В этой работе мы предпочли делать аппроксимацию в окрестности пика, в отличие других работ ???, где среднее положение пика определялось путем аппроксимации всего зарядового спектра суммой гауссов. Это связано с тем, что наличие послеимпульсов искажает форму пиков (она становится несимметричной) и, следовательно, вносит дополнительную ошибку в определение среднего значения пика. Величина $\Delta_0 = Peak_1 - Peak_0$ связана с коэффициентом усиления следующим образом: $G = \Delta_0 \cdot ADC_{\text{conversion rate}} / \text{charge of electron}$, где $ADC_{\text{conversion rate}} [\mu B / K \cdot \mu]$ - коэффициент конверсии. Чтобы увеличить точность определения коэффициента усиления, расстояния между соседними пиками Δ_i , имеющие точность определения $\sigma_{\Delta_j} = \sqrt{\sigma_{Peak_i}^2 + \sigma_{Peak_{i+1}}^2}$, усреднялись:

$$\bar{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^N \frac{\Delta_i / (\sigma_{\Delta_i})^2}{\sum_{j=1}^N (\sigma_{\Delta_j})^2}$$

Для наглядности зависимости $G(V, T = \text{const})$ и $G(V = \text{const}, T)$ с линейной аппроксимацией приведены на рис. и рис. соответственно. Чтобы найти параметры a , b и c , все измерения $G(V, T)$ аппроксимируются зависимостью (5). В итоге, восстановлены следующие параметры:

$$a = [1/B]$$

$$b = [1/K]$$

$$c =$$

Зависимость напряжения пробоя от температуры для КЕТЕК РМ3325NP-SB0 Pin изображена на рис. 8. При температуре выше 275K вклад послеимпульсов становится значительным, поэтому при данном методе измерения напряжения пробоя ошибка увеличивается. Напряжение пробоя от температуры будет описываться следующей формулой:

$$V_{BD} = 7[\mu B / K] \cdot T[K] + 20[B]$$

Как можно заметить, для данного типа SiPM практически отсутствует зависимость напряжения пробоя от температуры.

Зависимость напряжения пробоя от температуры для Hamamatsu S10362-33-025C изображена на рис. 9. В интервале температур от 265K до 295K вклад послеимпульсов в интегрируемый заряд мал, поэтому ошибка измерения практически не меняется с температурой. Напряжение пробоя от температуры будет описываться следующей формулой:

$$V_{BD} = 44[\mu B / K] \cdot T[K] + 56[B]$$

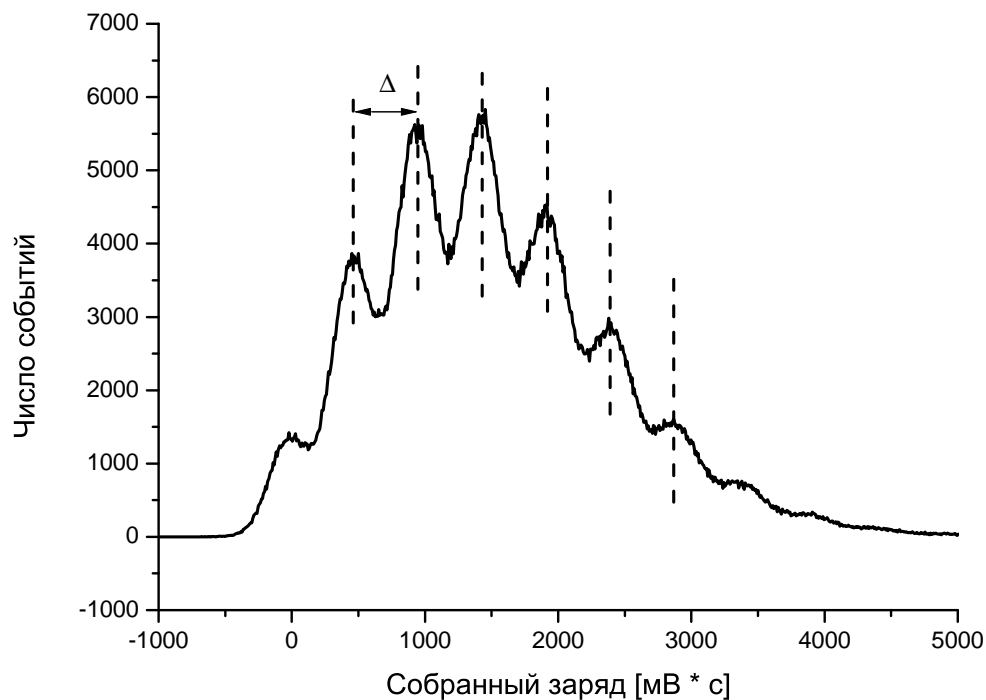


Рис. 7. Спектр SiPM KETEK PM3325NP-SB0 Pin при напряжении 23.4 В и температуре 265 К при облучении светодиодом. Штриховыми линиями показано положение пиков. Время интегрирования 1 мкс. Напряжение на светодиоде менялось во время измерения, чтобы увеличить количество наблюдаемых пиков.

4. Нахождение формы сигнала

4.1. Фильтрация сигнала

Чтобы правильно найти величину послеимпульсов, кросстоков и темновых токов, необходимо знать форму одноэлектронного сигнала. Для анализа одноэлектронного сигнала были записаны данные с осциллографа (рис. 10). Частота оцифровки осциллографа 5 ГГц. В отличие от схемы с измерением напряжения пробоя, в этих измерениях светодиод не применяется.

Поскольку каждый отдельный сигнал зашумлен, то для нахождения гладкой кривой применялось усреднение по большому числу событий (порядка 1000). Сначала на компьютер записывался сигнал длиной 1 мс. Запуск производился единожды, после чего шла запись сигнала. Порог был на уровне шумов. Далее вычислялась производная и выбирался порог, чтобы запуск шел именно от сигнала, а не от шумов. Производная в точке i вычислялась как разница между точками i -

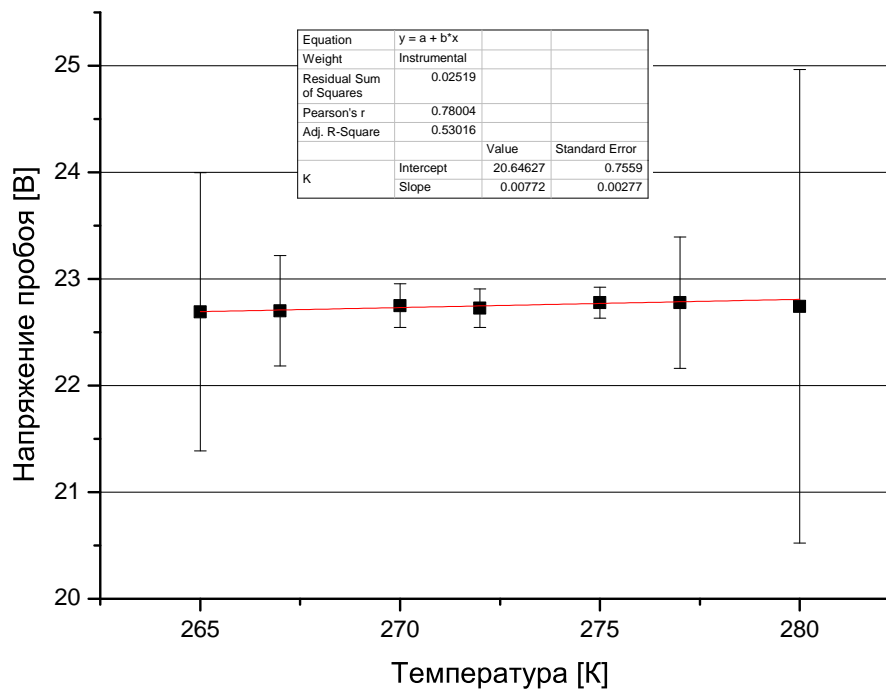


Рис. 8. Напряжение пробоя SiPM KETEK PM3325NP-SB0 Pin в зависимости от температуры. Время интегрирования 1 мкс.

20 и i :

$$\frac{dV}{dt} = C \cdot (V(t_i) - V(t_{i-20})), \text{ где } C - \text{некоторая несущественная константа}$$

Значение в 20 точек (т.е. $20 \cdot 0.2 \text{ нс} = 4 \text{ нс}$) выбрано из соображения, что передний фронт сигнала имеет время нарастания около 8 нс, поэтому разница между точками будет иметь характерный пик на переднем фронте. Если вычислять производную как разницу между соседними точками, то передний фронт будет практически неотличим от шумов.

Для различных значений перенапряжений и температур порог по производной был выбран одинаковым и составил -0.006 В (константа C опущена). На рис. 11 изображен сигнал с Hamamatsu S10362-33-025C при температуре 295K и перенапряжении 4.5В.

После запуска по производной в интервале от -500 нс до 500 нс считалось количество сигналов, превышавших порог. Чтобы не считать один сигнал несколько раз, вводилось мертвое время 8 нс. Если число сигналов в этом интервале было больше одного, то данный участок отбрасывался и брался следующий. Это необходимо, чтобы сигнал был одиночным, т.е. был без примеси послеимпульсов. Если же встречался один сигнал, то далее на всем интервале вычислялась максимальная

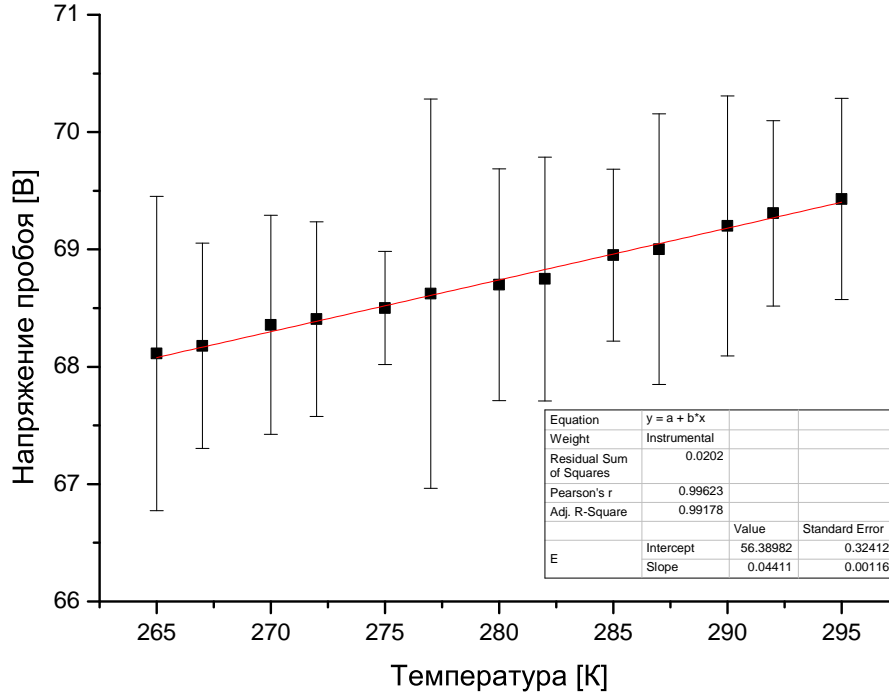


Рис. 9. Напряжение пробоя Hamamatsu S10362-33-025C в зависимости от температуры. Время интегрирования 200 нс.

(по модулю) амплитуда сигнала. Спектр амплитуд (взят по модулю для удобства) для Hamamatsu S10362-33-025C при температуре 295K и перенапряжении 4.5В представлен на рис. 12.

Для анализа отбирались лишь одноэлектронные импульсы. На заключительном этапе производилось усреднение сигналов. Усредненные сигналы для различных температур для Hamamatsu S10362-33-025C при перенапряжении 4.5В приведены на рис. 13. Можно заметить небольшое увеличение времени восстановления ячейки при понижении температуры.

4.2. Аппроксимация одноэлектронного сигнала

Была проведена аппроксимация полученного сигнала следующей функцией:

$$V(t) = -A \cdot \exp\left[-\frac{t - t_0}{\tau_{rec}}\right] \cdot \left(1 - \exp\left[-\frac{t - t_0}{\tau_{rise}}\right]\right) \cdot \theta(t - t_0) + V_0, \quad (7)$$

где A - амплитуда импульса, t_0 - задержка по времени, τ_{rec} - искомое время восстановления ячейки, τ_{rise} - время нарастания переднего фронта, V_0 - напряжение в отсутствии сигнала, $\theta(t - t_0)$ - функция Хевисайда. Параметр V_0 вычислялся

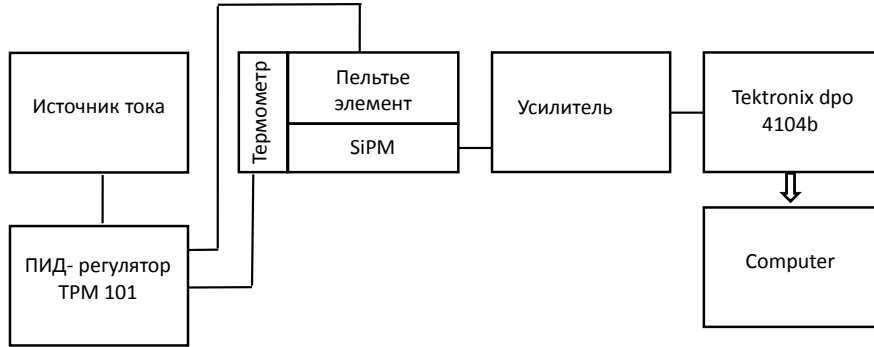


Рис. 10. Схема измерения формы одноэлектронного сигнала. Частота оцифровки осциллографа 5 ГГц. Температурная стабилизация обеспечивается ПИД-регулятором. Отклонение температуры от установленной не превышает 1К.

как среднее значение на участке длиной 300 нс, предшествующем появлению переднего фронта, и фиксировался при аппроксимации. Другие параметры имели ограничения по максимальному и минимальному значению, но в довольно широких пределах.

Однако форма сигнала (рис.13) имеет большое отклонение от зависимости (7): $\chi^2/Dof \approx 10$. Это объясняется конечным временным разрешением системы, в результате чего на выходе системы сигнал будет представлять свертку исходного сигнала с откликом системы. Если предположить, что отклики генератора, усилителя и осциллографа являются гауссовыми, то итоговое временное разрешение системы можно представить как $\sigma = \sqrt{\sigma_{amp}^2 + \sigma_{oscil}^2}$. В этом случае получим следующую форму сигнала:

$$V(t) = V_0 - \frac{A}{2} \cdot \left(\left\{ F(\sigma, \tau_{rec}^{fast}) + F(\sigma, \tau_{total}^{fast}) \right\} \right) \quad (8)$$

$$F(\sigma, \tau) = \exp \left[\frac{\sigma^2 - 2t \cdot \tau}{2\tau^2} \right] \cdot \left(1 + \text{Erf} \left[\frac{t - \sigma^2/\tau}{\sigma\sqrt{2}} \right] \right)$$

$$\tau_{total}^{fast} = \frac{\tau_{rec}^{fast} \cdot \tau_{rise}}{\tau_{rec}^{fast} + \tau_{rise}}$$

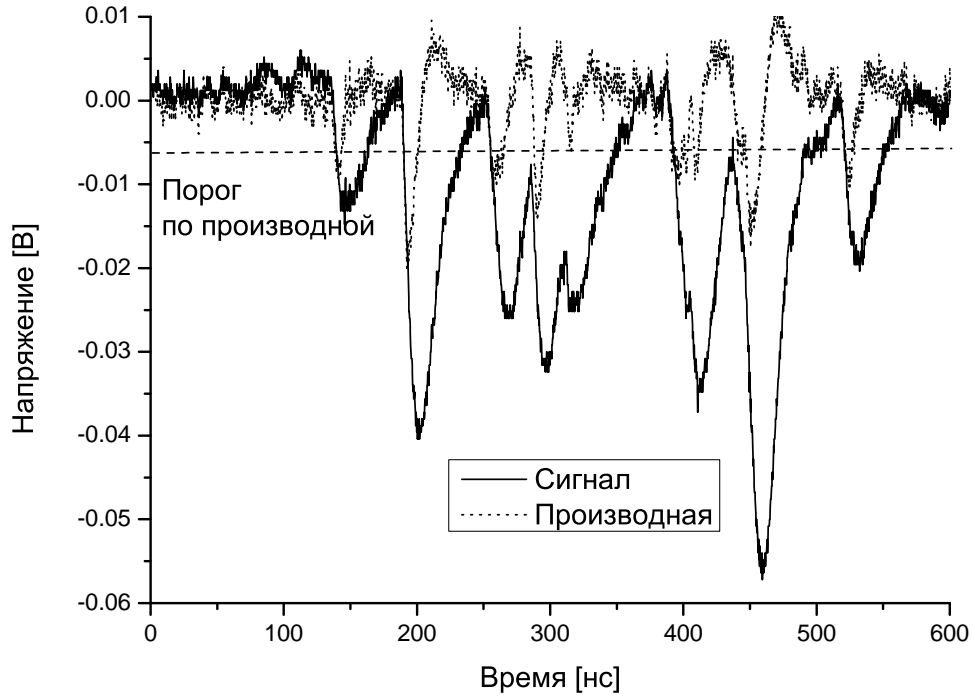


Рис. 11. Сигнал с Hamamatsu S10362-33-025C при температуре 295K и перенапряжении 4.5В. Точками обозначена производная сигнала. Штриховой линией обозначен порог по производной.

Параметр σ определялся следующим образом. Тестовый сигнал (меандр) подавался с генератора на усилитель и измерялся осциллографом. Далее сигнал аппроксимировался сверткой функции Хевисайда и гаусса:

$$V(t) = A \cdot \left(1 + \operatorname{erf} \left[\frac{t}{\sqrt{\sigma_{gen}^2 + \sigma_{oscil}^2} \sqrt{2}} \right] \right) + V_0 \quad (9)$$

Результат аппроксимации приведен на рис. 14.

Для аппроксимации использовались лишь точки, находящиеся непосредственно на фронте сигнала. Участок, следующий после фронта, искажен отражениями в длинной линии из-за неидеальной согласованности цепи. Суммарная длина коаксиального кабеля около 1 метра, поэтому через 3 нс после начала импульса регистрируются отражения. Улучшить согласование цепи сложно, т.к. все входные сопротивления уже нагружены на 50 Ом. При измерениях было протестировано несколько нагрузочных сопротивлений и выбрано то, которое в лучшей степени уменьшает отражения.

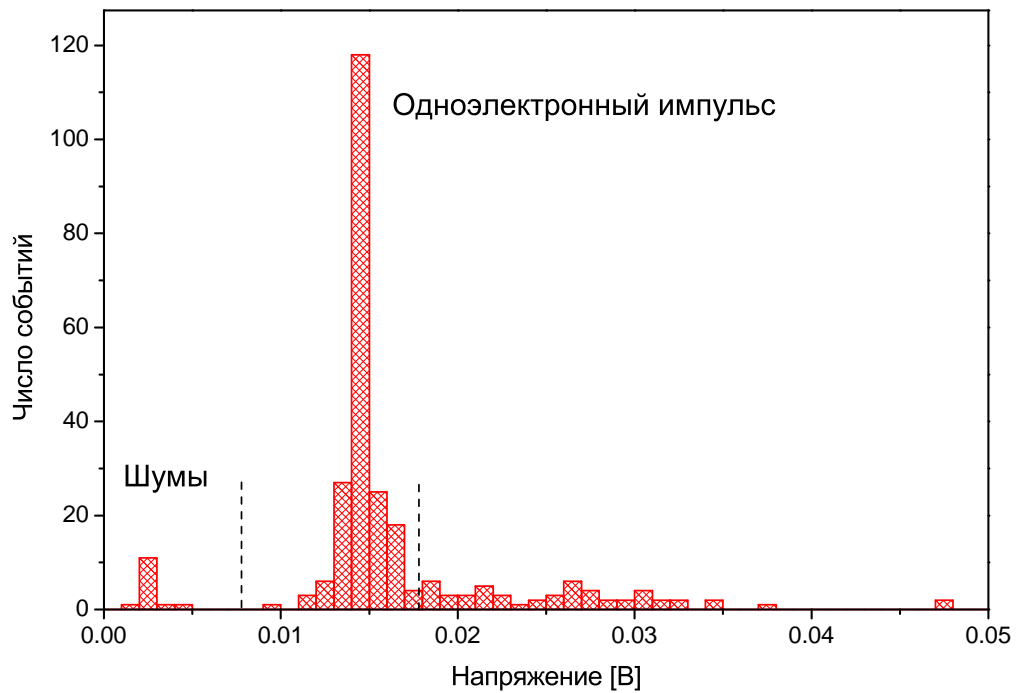


Рис. 12. Спектр амплитуд (по модулю) для Hamamatsu S10362-33-025C при температуре 295K и перенапряжении 4.5В. Штриховыми линиями показаны пороги для одноэлектронного импульса.

Временное разрешение осциллографа предполагается значительно лучшим, чем разрешение генератора, поэтому $\sqrt{\sigma_{gen}^2 + \sigma_{oscil}^2} \approx \sigma_{gen} \approx 0.6$ нс.

Далее сигнал с генератора подавался на тестовый вход усилителя, который соединен с конденсатором емкостью 1 пФ. Эта цепь является дифференцирующей, поэтому на выходе усилителя сигнал будет не только свернут с откликом усилителя, но еще и продифференцирован (рис. 15).

Основной пик аппроксимирован функцией гаусса и получено значение $\sigma = 3$ нс. В данном случае отклик усилителя немного отличается от гауссового распределения. Это связано с конечным быстродействием усилителя. А сигнал, идущий после 17 нс, вызван неидеальной согласованностью цепи и отличием формы сигнала с генератора от прямоугольного.

4.2.1. Быстрая и медленная компонента времени восстановления

Более реалистичная модель формы сигнала должна учитывать также и медленную компоненту в сигнале [13].

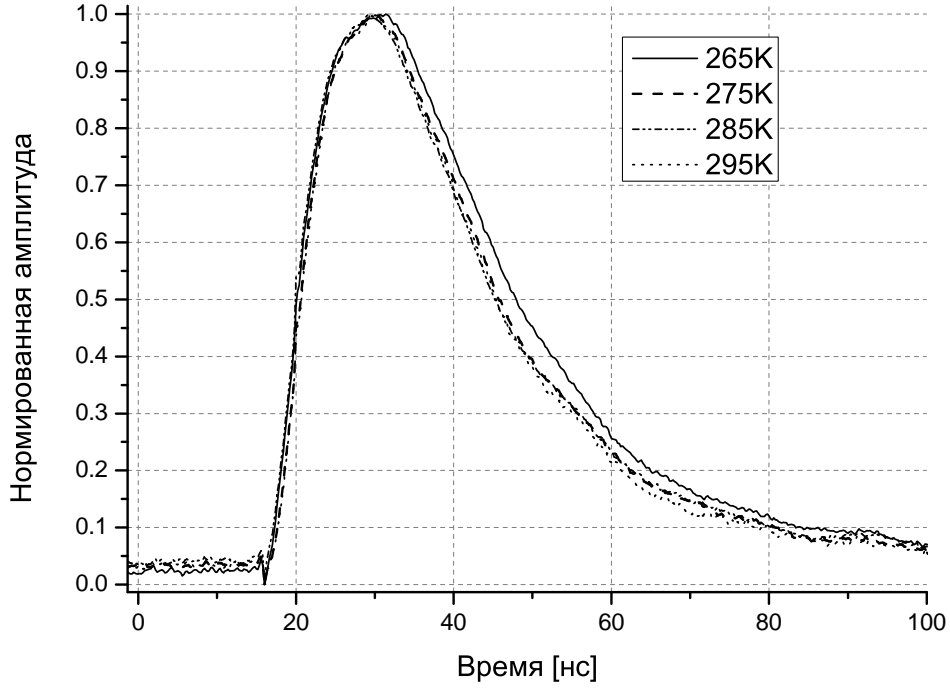


Рис. 13. Форма сигнала для Hamamatsu S10362-33-025C при перенапряжении 4.5В и различных температурах. Сигнал отфильтрован от послеимпульсов, усреднен и нормирован на единичную амплитуду.

$$V(t) = V_0 - \frac{A}{2} \cdot \left(\left\{ F(\sigma, \tau_{rec}^{fast}) + F(\sigma, \tau_{total}^{fast}) \right\} + \frac{R_{slow}}{R_{fast}} \cdot \left\{ F(\sigma, \tau_{rec}^{slow}) + F(\sigma, \tau_{total}^{slow}) \right\} \right) \quad (10)$$

В формуле (10) параметр R_{slow}/R_{fast} характеризует отношение доли медленной компоненты к быстрой компоненте времени восстановления. Аппроксимация формы сигнала зависимостью (8) с быстрой и медленной компонентой имеет лучшее согласие, чем аппроксимация зависимостью только с быстрой компонентой. Однако в модели с двумя компонентами присутствует больше параметров (R_{slow} , τ_{rec}^{slow}) и, не смотря на меньшие значения χ^2 , параметры получатся нефизическими и имеют широкий произвол в выборе, поэтому модель с наличием только быстрой компоненты оказалась предпочтительнее.

Но даже в этом случае нельзя сказать, что параметры определены верно, т.к. остается произвол в выборе параметров τ_{rec} , τ_{rise} и A . Детальное исследование времени восстановления в этой работе не приводится. Однако аппроксимация мо-

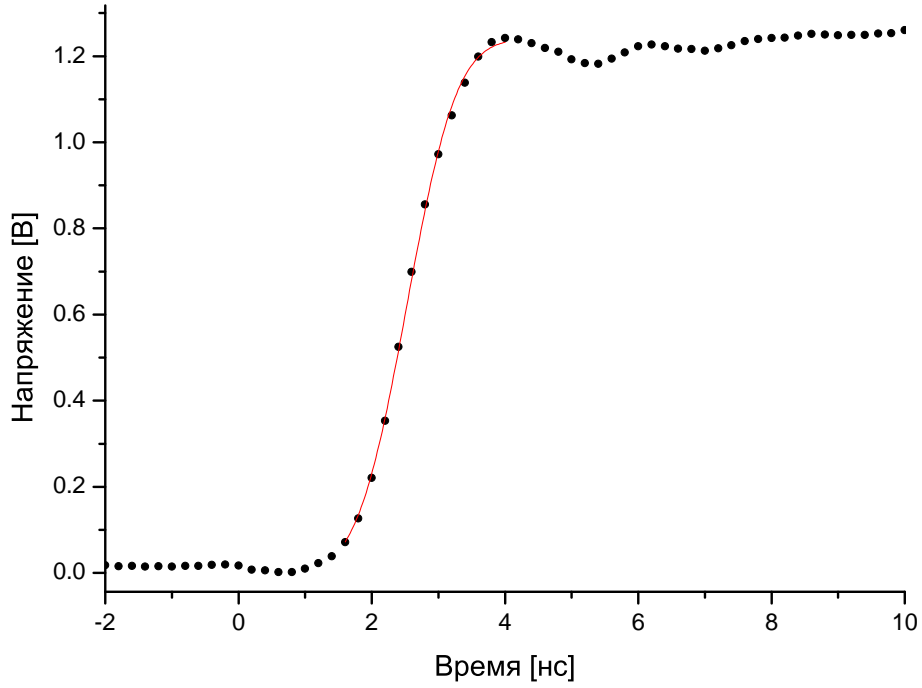


Рис. 14. Меандр с генератора, оцифрованный осциллографом. На рисунке изображен усредненный 512 раз передний фронт меандра, аппроксимированный функцией (9). $\sigma \approx 0.6$ нс.

делью позволяет (8) аналитически описывать сигнал и этого вполне достаточно для последующих измерений темновых токов, послеимпульсов и кросстоков.

Более детальное исследование времени восстановления приведено в работе [13]. Температурные зависимости времени восстановления ячейки приведены в [10].

5. Анализ сигнала

Зная форму одноэлектронного сигнала, можно извлечь множество полезной информации о послеимпульсах, кросстоках и темновых токах. Для этого производится разбор записанного файла, полученного ранее при нахождении формы сигнала, только с другими условиями. Сигнал с SiMP можно представить как сумму одноэлектронных импульсов $Signal_{1e}(t - t_i)$ со случайной амплитудой A_i и временем возникновения t_i :

$$V(t) = \sum_{i=0}^N A_i \cdot Signal_{1e}(t - t_i) + V_0 \quad (11)$$

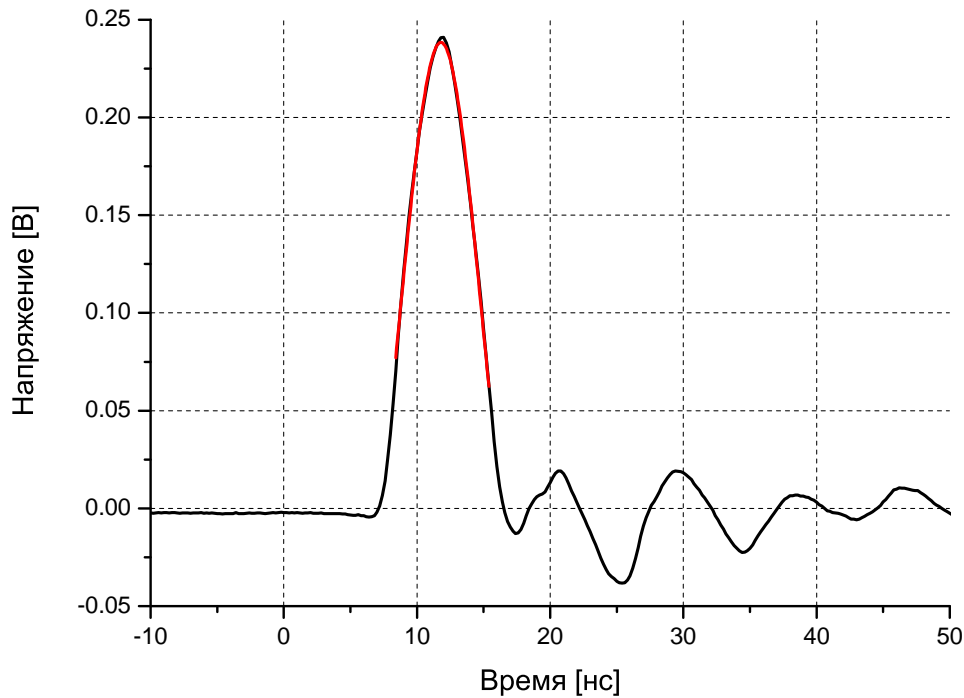


Рис. 15. Сигнал с генератора, прошедший через тестовый вход усилителя и оцифрованный осциллографом. На рисунке изображен усредненный 512 раз сигнал. Пик аппроксимирован гауссовым распределением ($\sigma = 3$ нс).

Форма одноэлектронного сигнала описывается выражением (8) и является известной функцией. Задача заключается в нахождении параметров A_i , t_i , а также параметра N , который характеризует число перекрывающихся сигналов. Если сигналы не перекрываются, то файл можно разделить на множество независимых частей, каждая из которых будет описывать сигнал по формуле (11).

Также сигнал содержит случайный шум, который желательно подавить. Однако спектр шума в значительно степени перекрывается со спектром исследуемого сигнала и шум возможно подавить лишь частично. Для подавления шума был использован фильтр Савицкого-Голея третьего порядка и числом точек равным 51. При малом количестве точек в окне фильтр малоэффективен, т.е. отношение сигнал / шум практически не улучшается. При большом количестве точек можно добиться существенного увеличения отношения сигнал / шум, однако это приведет к искажениям сигнала, и, что более существенно, не позволит разделять близко расположенные импульсы. Исходя из этих двух ограничений, количество точек было равным 51, что соответствует времени 10.2 нс.

Чтобы разделить записанный файл на множество независимых сигналов, используется следующий алгоритм:

- 1) Файл с данными читается в два массива: x и y .
- 2) Вычисляется первая и вторая производная при помощи фильтра Савицкого-Голея.
- 3) Запускается цикл, который пробегает последовательно все значения по индексу массива
- 4) Если производная оказывается ниже порогового значения, то время, предшествующее этому событию на 20 нс, берется как время старта сигнала. Это условие необходимо для правильного вычисления базовой линии сигнала.
- 5) Если после того, как производная оказывается ниже порога и проходит более 5 нс и уровень сигнала выше порога по амплитуде, а также впереди на 50 нс производная не лежит ниже порога, то данное время считается временем окончания сигнала. Порог по амплитуде выбирается как пересечение сигнала с зашумленной базовой линией. Условие на отсутствие в течение 50 нс нового сигнала позволяет правильно восстановить для последующего сигнала базовую линию. Пороги по амплитуде, первой и второй производной выбираются фиксированными при данной температуре и перенапряжении.

В результате работы данного алгоритма файл с данными разбивается на множество независимых участков. На каждом участке может находиться как один импульс, так и большее количество.

Чтобы найти параметры A_i и t_i , данный участок необходимо аппроксимировать функцией (11). Поскольку данная функция внутренне нелинейна по параметру t_i , то необходимо задать начальные параметры времени начала сигнала. Для этого используется следующий алгоритм:

- 1) Запускается цикл, начало и конец которого определяются временами старта и окончания участка сигнала, которые были получены ранее.
- 2) Если первая производная лежит ниже порога, то на участке, начиная с этого момента и заканчивая временем, большим на 5 нс, ищется минимум производной. Время, при котором первая производная достигла минимума, далее будет использовано в качестве стартового значения параметра t_i .
- 3) Если первая производная превысила пороговое значение и прошло более 5 нс, то разрешается поиск следующего превышения порога.

6. Темновые токи

Для измерения темновых токов использовалась установка, аналогичная предыдущей (рис. 6), только без светодиода. Запуск производился по внутреннему триггеру. Построив зависимость частоты срабатываний от величины порога, можно найти частоту темнового тока. В данном случае будут учтены еще и послеимпуль-

сы, но их можно вычесть в дальнейшем. Сначала данные длиной 120 мкс записываются на компьютер. Потом вычисляется среднее значение базовой линии на участке, где не наблюдается сигнал. Затем в программе вычисляется количество импульсов, больших по амплитуде, чем установленный порог. Начальное значение порога равно нулю и отсчитывается от базовой линии. Конечное значение выбирается немногим больше максимально наблюдаемой амплитуды сигнала. Итого, полученное количество импульсов делится на длину записанного участка в секундах ($120 \text{ мкс} \cdot \text{число отрезков}$). В результате получается так называемая "лестница" график, показывающий частоту сигнала в зависимости от порога (рис. 17).

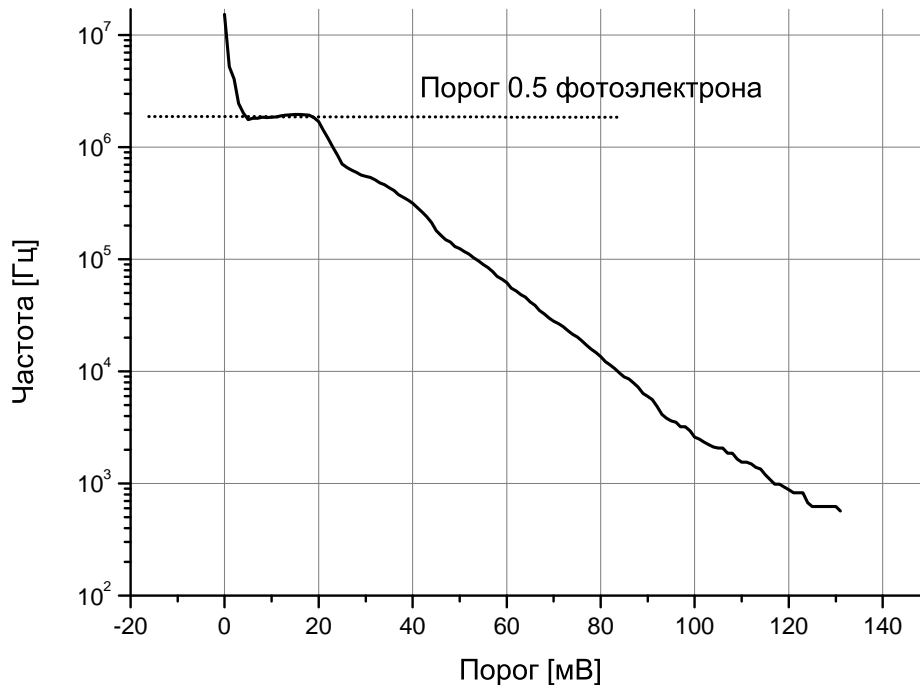


Рис. 16. График-лестница для Hamamatsu S10362-33-025C. Напряжение 73В, температура 295К. Плато соответствует порогу в половину одноэлектронного импульса.

Штриховой линией обозначен уровень плато, где частота практически не зависит от порога. Частота, соответствующая плато, является частотой темновых токов. Сигналы, имеющие амплитуду меньше, чем уровень плато, являются шумами или послеимпульсами. Сигналы, имеющие амплитуду больше, чем уровень плато, возникают уже из-за кросстоков. Плато аппроксимируется константой и строится зависимость частоты от температуры. Частота темновых токов пропорциональна плотности свободных носителей, которая выражается следующей формулой [11]:

$$n(T) = A \cdot T^{3/2} \cdot \exp \left[-\frac{E_g}{2k_B \cdot T} \right], \quad (12)$$

где A - константа, зависящая от материала и технологических параметров, T - абсолютная температура, E_g - ширина запрещенной зоны, k_B - константа Больцмана.

Зависимость частоты от температуры была аппроксимирована функцией (12). $\chi^2/DoF < 1$, поэтому выбранная зависимость хорошо описывает данные.

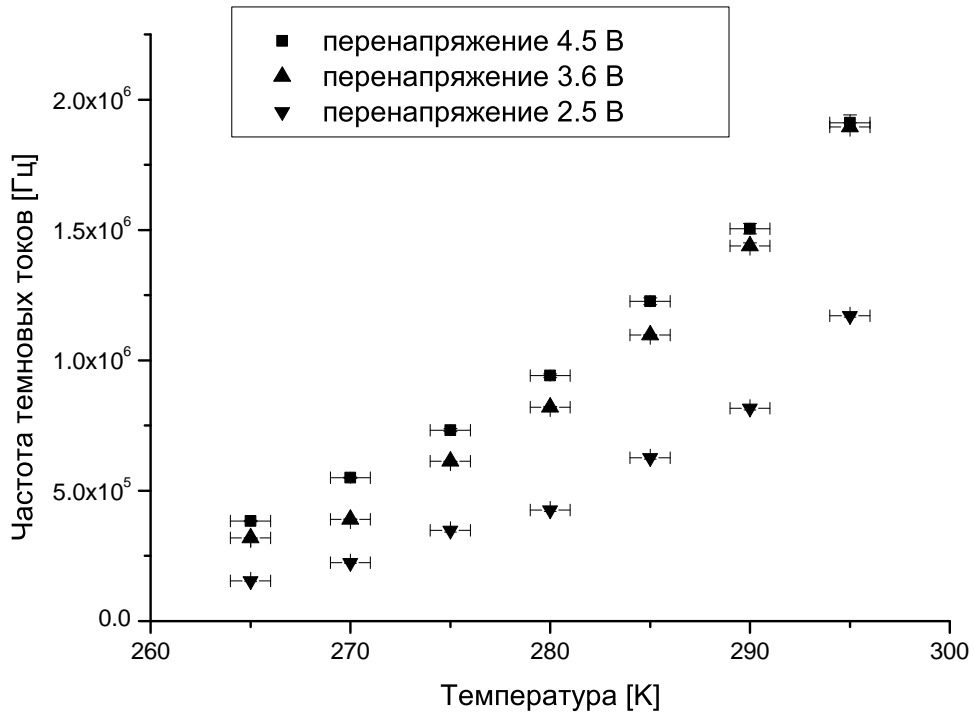


Рис. 17. Частота темновых токов в зависимости от температуры для Hamamatsu S10362-33-025C. Данные аппроксимированы зависимостью (12), причем $\chi^2/DoF < 1$.

Также темновой ток зависит от перенапряжения при фиксированной температуре. При низком перенапряжении ширина плато становится настолько малой, что определить частоту темновых токов становится невозможным. Все зависимости были аппроксимированы экспоненциальной функцией, причем $\chi^2/DoF \approx 1$, поэтому данная зависимость удовлетворительно описывает данные.

$$\nu(\Delta V, T = const) = B \cdot \exp[k_{\Delta V} \cdot \Delta V] \quad (13)$$

В других работах наблюдали как линейный рост частоты темновых токов от перенапряжения при фиксированной температуре [6] и [7], так и экспоненциальный [10].

Зависимость частоты одновременно и от перенапряжения и от температуры можно записать следующим образом:

$$\nu(\Delta V, T) = C \cdot T^{3/2} \cdot \exp \left[-\frac{E_g}{2k_B \cdot T} + k_{\Delta V} \cdot \Delta V \right] \quad (14)$$

Константа C не зависит ни от перенапряжения, ни от температуры. Для того, чтобы найти значения $C, E_g, k_{\Delta V}$, все измерения частоты от температуры и перенапряжения были аппроксимированы функцией (14). В результате были восстановлены следующие значения:

$$C = (1.76 \pm 0.41) \cdot 10^8 [\Gamma_u]$$

$$E_g = 0.75 \pm 0.01 [\text{эВ}]$$

$$k_{\Delta V} = 0.426 \pm 0.012 [1/B]$$

Точность аппроксимации двумерной функцией (14) оказалась ниже ($\chi^2/DoF = 160/67$), чем точность аппроксимации каждой из зависимостей (12) или (13), т.к. в этом случае параметры функции должны оставаться неизменными для всех измерений.

7. Кросстоки

Существует несколько схожих вариантов измерения кросстока. Первый заключается в использовании графика-лестницы. При построении зависимости частоты появления сигналов от порога на графике можно наблюдать несколько участков, на которых частота практически не зависит порога. Первое плато соответствует частоте темновых токов, которая обозначается $\nu_{0.5p.e.}$. Следующие наблюдаемые плато будут обусловлены наличием кросстоков. Частота второго плато обозначается $\nu_{1.5p.e.}$, третьего - $\nu_{2.5p.e.}$ и т.д. Вероятность кросстока можно найти как отношение двух частот: $P_{X-talk} = \nu_{1.5p.e.}/\nu_{0.5p.e.}$. Однако в нашем случае разрешение по амплитуде оказывается недостаточным, чтобы различить другие плато, кроме первого, поэтому данный метод не работает.

Второй подход заключается в интегрировании сигнала за определенное время. Если построить спектр накопленного заряда, то можно будет увидеть множество пиков. Первый пик с центром в нуле - пьедестал, обусловленный интегрированием шумов. Второй пик обусловлен одноэлектронным импульсом. Последующие пики

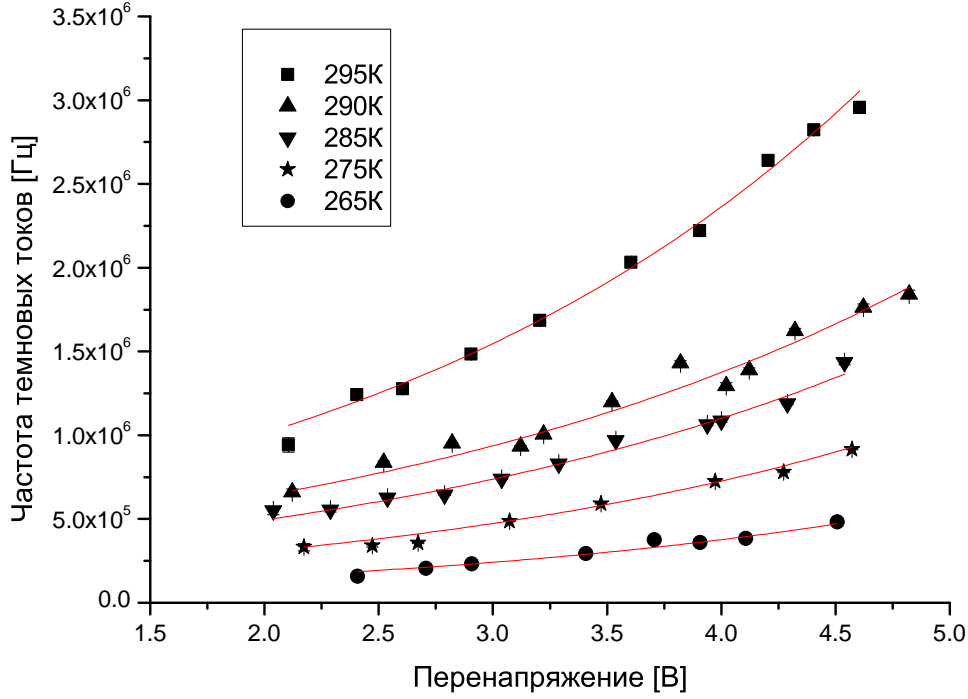


Рис. 18. Зависимость частоты темновых токов от перенапряжения при фиксированной температуре для Hamamatsu S10362-33-025C. Данные аппроксимированы экспоненциальной зависимостью (13), причем $\chi^2/DoF \approx 1$.

возникают из-за наличия кросстоков. Число событий в пиках обозначим $N_{ip,e}$, где i - номер пика, равный 1 для одноэлектронного. Если найти отношение числа событий в пиках, вызванных кросстоком, к полному числу зарегистрированных полезных (не шумовых) событий, то мы получим вероятность кросстока:

$$P_{X-talk} = N_{i>1p,e} / (N_{i>1p,e} + N_{1p,e})$$

Преимущество этого подхода заключается в хорошем разрешении по заряду, позволявшем четко разделять пики. Недостаток же заключается во вкладе послеимпульсов в заряд, что приводит к искажению зарядового спектра и неоднозначному нахождению числа событий в одноэлектронном пике.

Третий, и наиболее правильный вариант измерений заключается в отбрасывании тех событий, которые содержат послеимпульсы. Построив зависимость заряда сигнала от расстояния между ближайшими сигналами, можно наблюдать следующую картину...

8. Послеимпульсы

Схема измерения аналогична схеме измерения темновых токов и кросстока. Отличие состоит в обработке сигнала. Если раньше сигнал обрабатывался в режиме on-line, то теперь данные сначала записываются на компьютер, а затем обрабатываются. При записи использовался внутренний триггер. Уровень триггера выбирался примерно на уровне 50% от величины одноэлектронного импульса. Непрерывная длина записи составила 120 мкс.

9. Квантовая эффективность

Список литературы

- [1] D. Motta, S. Schonert Optical properties of bialkali photocathodes Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 539 (2005) 217–235
- [2] TOWARD A USER'S TOOLKIT FOR MODELING SCINTILLATOR PROPORTIONALITY AND LIGHT YIELD
- [3] M.D. Lay, Nucl. Instr. and Meth. A 383 (1996) 485; M.D. Lay, M.J. Lyon, Nucl. Instr. and Meth. A 383 (1996) 495.
- [4] Light output and energy resolution of $Lu_{0.7}Y_{0.3}AlO_3 : Ce$ and $Lu_{1.95}Y_{0.05}SiO_5 : Ce$ scintillators
- [5] Characterisation Studies of Silicon Photomultipliers Patrick Eckert, Hans-Christian Schultz-Coulon, Wei Shen, Rainer Stamen, Alexander Tadday
- [6] Characterization and Simulation of the Response of Multi Pixel Photon Counters to Low Light Levels A. Vacheretc, G.J. Barkerh arXiv:1101.1996v1 [physics.ins-det] 11 Jan 2011
- [7] Y. Du, F. Retiere, Nucl. Instr. and Meth. A 596 (2008) 396-401
- [8] Modeling crosstalk in silicon photomultipliers L. Gallego, J. Rosado, F. Blanco and F. Arqueros
- [9] Silicon Photomultiplier's Gain Stabilization by Bias Correction for Compensation of the Temperature Fluctuations P. Dorosz, M. Baszczyk, S. Glab, W. Kucewicz, L. Mik, M. Sapor
- [10] Temperature and Bias Voltage Dependence of the MPPC Detectors N. Dinu, C. Bazin. V. Chaumat, C. Cheikali, A. Para, Member, IEEE, V. Puill, C. Sylvia, J.F. Vagnucci
- [11] Characterization of SiPM: temperature dependencies. Marco Ramilli
- [12] Characterisation of a silicon photomultiplier device for applications in liquid argon based neutrino physics and dark matter searches P.K. Lightfoot , G.J. Barker b, K. Mavrokoridis , Y.A. Ramachers , N.J.C. Spooner
- [13] Determination of the recovery time of silicon photomultipliers Parrick Hallen Bachelor's thesis in physics