

Часть I

Энергетическое разрешение детектора

Одним из самых важных параметров детектора является энергетическое разрешение. В этой главе мы найдем предельное энергетическое разрешение детектора на основе кремневого лавинного фотодиода (SiPM) или фотоэлектронного умножителя (ФЭУ) и сцинтиллятора и найдем основные факторы, препятствующие его улучшению.

1. Детектор на основе ФЭУ и сцинтиллятора

1.1. Распространение света в ФЭУ

Детектор на основе ФЭУ и сцинтиллятора - одни из самых простых детекторов, но в тоже время обладающий высоким энергетическим и временным разрешением. Процесс распространения света в детекторе представлен на 1. Сначала происходит поглощение рентгеновского фотона в толще сцинтиллятора. Это приводит к появлению N_{born} световых фотонов. Распространяясь, свет может отражаться от стенок сцинтиллятора, поглощаться, преломляться и выходить наружу (в отсутствие отражателя) или же преломляться и проходить в оптическую смазку. После оптической смазки свет падает на стекло ФЭУ и лишь после этого достигает фотокатода. Достигнув фотокатода, часть света отразится от границы стекло-фотокатод. Коэффициент отражения фотокатода обозначим r_{cath} . Таким образом, лишь некоторая часть N_{abs} фотонов поглотится в фотокатоде. Фотокатод имеет некоторую конверсионную эффективность $Conv$. Под конверсионной эффективностью понимается отношение среднего числа испущенных фотоэлектронов к среднему числу фотонов, поглощенных в толще фотокатода. После прохождения фотокатода свет преобразуется в $N_{p.e.}^{init}$ фотоэлектронов. Однако из-за неидеальности сбора фотоэлектронов (преимущественно на первый динод) лишь некоторая доля фотоэлектронов $N_{p.e.}$ сможет развить электронную лавину. Неидеальность сбора фотоэлектронов описывается параметром η , который характеризует отношение среднего числа зарегистрированных фотоэлектронов $E[N_{p.e.}]$ к среднему числу испущенных фотоэлектронов $N_{p.e.}^{init}$. Далее при взаимодействии с динодами произойдет усиление и образуются N_e электронов.

Величины r_{cath} , $Conv$, η зависят от длины волны падающего света и характеризуют конкретный ФЭУ. Однако на практике обычно измеряют производную от

них величину - квантовую эффективность. Для этого ФЭУ освещают нормальным пучком света и считают число зарегистрированных фотоэлектронов $E[N_{p.e.}]$. Если известно число падающих фотонов $E[N_0]$, то квантовая эффективность определяется следующим образом: $\varepsilon = E[N_{p.e.}]/E[N_0]$. При сборе света со сцинтиллятора угол падения света на фотокатод не будет нормальным, однако, как было показано в [1], если угол падения не превышает 40° , то r_{cath} остается практически константой, а C_{opv} и вовсе не зависит от угла падения света [3], поэтому в первом приближении можно описывать ФУЭ лишь одной характеристикой - квантовой эффективностью ε .

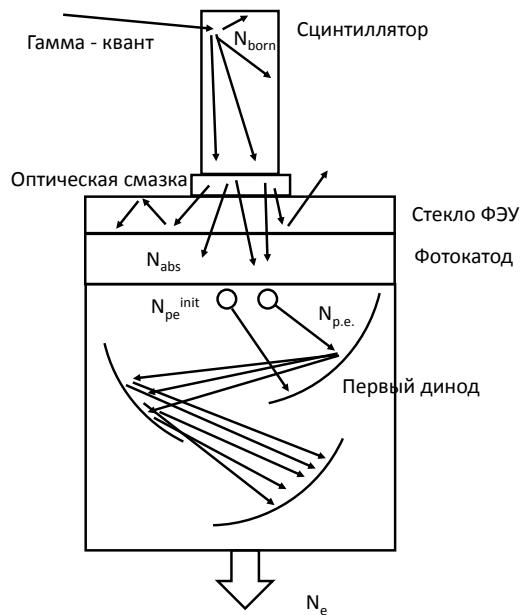


Рис. 1. Детектор на основе ФЭУ и сцинтиллятора со схематичным представлением распространения фотонов и электронов.

1.2. ФЭУ без шумов

Чтобы написать формулу для энергетического разрешения, рассмотрим подробно процесс формирования сигнала. Основные используемые величины:

N_{born} - число световых фотонов, родившихся в сцинтилляторе.

N_{abs} - число световых фотонов, поглощенных в фотокатоде

$N_{p.e.}$ - число зарегистрированных фотоэлектронов

N_e - число электронов, собранных на последнем аноде ФЭУ

Все эти величины связаны следующими соотношениями:

$$N_{abs} = \sum_{i=0}^{N_{born}} n_{abs_i}$$

$$N_{p.e.} = \sum_{i=0}^{N_{abs}} n_{p.e.i}$$

$$N_e = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}} G_i$$

n_{abs} - число световых фотонов, поглощенных в фотокатоде, если в сцинтилляторе родился один световой фотон, $n_{abs} \in \{0, 1\}$.

$n_{p.e.}$ - число зарегистрированных фотоэлектронов, если в фотокатоде поглотился один световой фотон, $n_{p.e.} \in \{0, 1\}$.

G - число электронов, собранных на ФЭУ, при условии, что регистрируется один фотоэлектрон

В процессе измерений мы регистрируем число электронов N_e . Энергетическое разрешение будет определяться следующим образом:

$$\delta E = \Delta \cdot \frac{\sqrt{Var[N_e]}}{E[N_e]},$$

где $\Delta = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot \ln(2)} \approx 2.36$. В дальнейшем более удобно будет использовать квадрат этой величины δE^2 , деленный на Δ^2 .

Сцинтилятор имеет некий спектр излучения с плотностью вероятности $P(\lambda)$, поэтому необходимо проинтегрировать сигнал и шум:

$$\delta E^2 / \Delta^2 = \frac{\int Var[N_e] \cdot P(\lambda)^2 d\lambda}{(\int E[N_e] \cdot P(\lambda) d\lambda)^2}$$

Рассмотрим для простоты случай, когда сцинтилятор излучает свет на одной длине волны.

Чтобы посчитать мат. ожидание и дисперсию величины, представляющей собой сумму флюктуирующих величин, где число слагаемых тоже является случайной величиной, необходимо воспользоваться тождеством Вальда. Данное тождество утверждает следующее:

$$E \left[\sum_{i=0}^N X_i \right] = E[N] \cdot E[X]$$

Как следствие этого тождества получаем выражение для дисперсии:

$$Var \left[\sum_{i=0}^N X_i \right] = Var[N] \cdot (E[X])^2 + Var[X] \cdot E[N]$$

Воспользовавшись этими двумя выражениями, выразим величину $\delta E^2 / \Delta^2$ через базовые величины N_{born} , n_{abs} , $n_{p.e.}$, G , которые описывают детектор:

$$\delta E^2 / \Delta^2 = \frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2} + \frac{Var[n_{abs}]}{(E[n_{abs}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{born}]} + \frac{Var[n_{p.e.}]}{(E[n_{p.e.}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]} + \frac{Var[G]}{(E[G])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{p.e.}]} \quad (1)$$

Рассмотрим каждое из слагаемых подробнее.

Слагаемое $\frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2}$ описывает вклад флюктуации числа фотонов, рожденных в сцинтилляторе. Стоит заметить, что $Var[N_{born}] \neq E[N_{born}]$, то есть пуассоновская статистика не выполняется. Детальное описание факторов, влияющих на собственное энергетическое разрешение сцинтиллятора можно найти в [2].

Выражение $\frac{Var[n_{abs}]}{(E[n_{abs}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{born}]}$ описывает вклад флюктуаций сбора света на фотокатод. Существует множество факторов, влияющих на величину флюктуации: разброс точки взаимодействия рентгеновского кванта и сцинтиллятора, флюктуации поглощения световых фотонов в толще сцинтиллятора, оптической смазки или фотокатода и т.д. Чтобы найти эту величину, необходимо смоделировать распространение света в сцинтилляторе. Также тут присутствует фактор подавления $\frac{1}{E[N_{born}]}$: чем больше число рожденных фотонов, тем меньше светосбор влияет на энергетическое разрешение.

Следующее слагаемое $\frac{Var[n_{p.e.}]}{(E[n_{p.e.}])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]}$ описывает флюктуации числа регистрируемых фотонов, вызванные конечной квантовой эффективностью ФЭУ. Это слагаемое можно упростить до следующего вида: $\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon} \cdot \frac{1}{E[N_{abs}]}$.

Последнее слагаемое $\frac{Var[G]}{(E[G])^2} \cdot \frac{1}{E[N_{p.e.}]}$ описывает флюктуации усиления. Флюктуации усиления $\frac{\sqrt{Var[G]}}{E[G]}$ обычно не превышают 10 – 20% [6], а наличие фактора подавления $E[N_{p.e.}]$ делает вклад данного слагаемого в энергетическое разрешение еще меньшее.

Рассмотрим теперь вклад каждого слагаемого в энергетическое разрешение в зависимости от энергии регистрируемого гамма кванта. Для примера возьмем сцинтиллятор LYSO:Ce и ФЭУ с квантовой эффективностью 28%. Данные о непропорциональности светового выхода и собственное энергетическое разрешение сцинтиллятора LYSO:Ce взяты из [4]. Чтобы получить флюктуации светосбора $\frac{\sqrt{Var[n_{abs}]}}{E[n_{abs}]}$, в программе GEANT4 был смоделирован детектор, аналогичный тому, что представлен на рис. 1. Флюктуации составили около 10%. Также из моделирования была получена величина $E[n_{abs}]$, варьирующаяся в зависимости от размера сцинтиллятора и материала отражателя от 0.2 до 0.6. В дальнейшем будем считать для определенности, что $E[n_{abs}] = 0.5$. Флюктуации усиления $\frac{\sqrt{Var[G]}}{E[G]}$ примем за 10%. Таким образом, получим следующие зависимости факторов от энергии гамма-кванта (рис. 2). На рис. 2 не представлены вклады флюктуации светосбора и коэффициента усиления, т.к. они пренебрежимо малы относительно собственного

энергетического разрешения сцинтиллятора и флюктуаций, связанных с неэффективностью детектора.

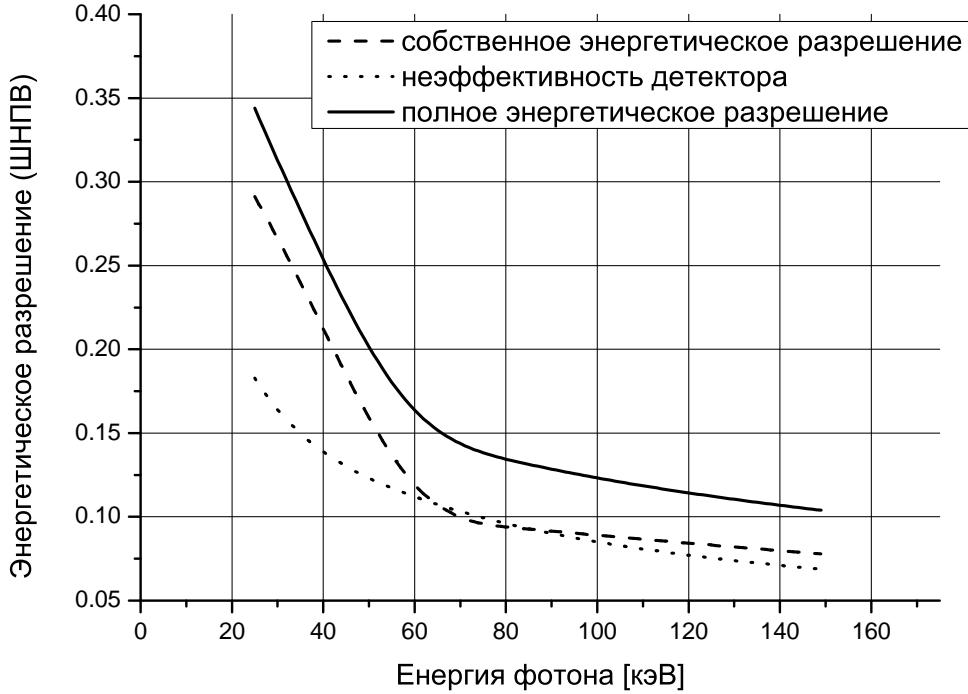


Рис. 2. Энергетическое разрешение детектора на основе YAP:Ce и ФЭУ с квантовой эффективностью 28%. Светосбор равен 50%.

Итого, пренебрегая вкладами флюктуаций светосбора и усиления и пользуясь тем, что $E[n_{p.e.}] = \varepsilon$, с достаточно хорошей точностью можно использовать следующую формулу для вычисления энергетического разрешения:

$$\delta E^2 / \Delta^2 \approx \frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2} + \frac{1 - \varepsilon}{N_{p.e.}} \quad (2)$$

1.3. Учет собственных шумов ФЭУ и шумов электроники

В предыдущем разделе описана самая простая формула для энергетического разрешения. Однако, для полноты картины, следует учесть еще шум ФЭУ и шум электроники.

Отличие от предыдущего случая будет в том, что теперь в итоговый заряд будет давать вклад не только сигнал, но и шум. Чтобы выделить сигнал, необходимо вычесть шум из измерений:

$$N_e^{signal} = N_e^{signal+noise} - N_e^{noise}$$

При вычислении мат. ожидания вклад шумов сократится, а дисперсия сигнала будет зависеть от дисперсии шумов. Шум может быть обусловлен темновыми токами ФЭУ N_e^{DC} и шумом электроники $N_e^{electronics}$. При работе с ФЭУ или SiPM усиление обычно достаточно велико и вкладом шума электроники можно пренебречь. Таким образом, получим следующую формулу для вычисления энергетического разрешения:

$$\delta E = \Delta \cdot \frac{\sqrt{Var[N_e^{signal}] + 2 \cdot Var[N_e^{DC}]} }{E[N_e^{signal}]}$$

Если раньше предполагалось бесконечное время интегрирования сигнала, то теперь оно конечно. Обозначим его t_{gate} . Предположим, что время интегрирования в несколько раз больше характерного времени затухания сигнала и мы собираем практически весь заряд от сигнала, т.е. величина N_e^{signal} не зависит от t_{gate} . Число регистрируемых шумовых фотоэлектронов $N_{p.e.}^{DC}$ будет подчиняться статистике Пуассона с параметром, равным произведению времени интегрирования t_{gate} на частоту шумовых импульсов ν_{DC} . В этом случае величина N_e^{DC} будет вычисляться следующим образом:

$$N_e^{DC} = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}^{DC}} G_i,$$

причем $E[N_{p.e.}^{DC}] = Var[N_{p.e.}^{DC}] = t_{gate} \cdot \nu_{DC}$.

Если расписать определения величин $Var[N_e^{signal}]$, $Var[N_e^{DC}]$, $E[N_e^{signal}]$ и привести подобные, то получим следующее выражение для энергетического разрешения:

$$\delta E^2 / \Delta^2 = \frac{Var[N_{p.e.}] + 2 \cdot Var[N_{p.e.}^{DC}]}{(E[N_{p.e.}])^2} + \frac{Var[G]}{(E[G])^2} \cdot \left(\frac{1}{E[N_{p.e.}]} + \frac{2}{E[N_{p.e.}^{DC}]} \right) \quad (3)$$

На рис. 3 изображена зависимость энергетического разрешения детектора на основе ФЭУ и сцинтиллятора YAP:Ce от величины темновых токов.

Время высвечивания сцинтиллятора YAP:Ce составляет около 25 нс, а шумы ФЭУ при комнатной температуре не превышают 1 кГц, поэтому вклад темновых токов в энергетическое разрешение пренебрежимо мал. Если рассмотреть в качестве детектора SiPM у которого шум при комнатной температуре около 1 МГц / 1 mm^2 и пренебречь кросstalkами и послеимпульсами, то и в этом случае вклад в энергетическое разрешение шумов будет мал.

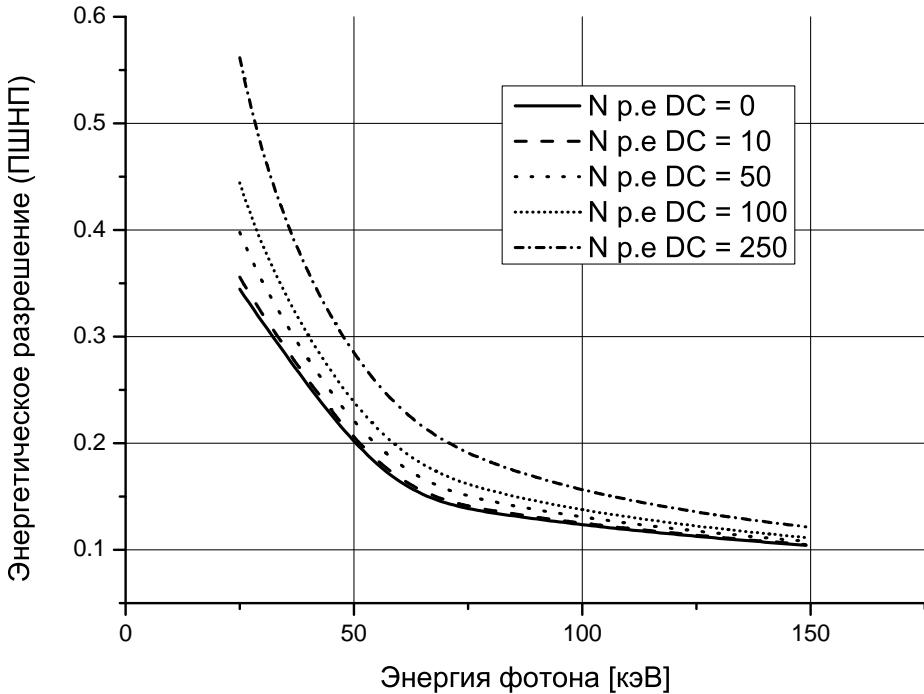


Рис. 3. Энергетическое разрешение детектора на основе YAP:Ce и ФЭУ с квантовой эффективностью 28%. Светосбор равен 50%. Различные графики соответствуют различным значениям зарегистрированных темновых токов.

2. Энергетическое разрешение SiPM

С точки зрения энергетического разрешения SiPM отличается от ФЭУ наличием двух дополнительных факторов, влияющих на шум: послеимпульсами и кросstalkами.

2.1. Учет кросstalkов

Кросstalk или оптический кросstalk - это эффект срабатывания соседних ячеек SiPM из-за излучения оптических фотонов во время образования лавины в исходном пикселе. Поскольку свет распространяется практически мгновенно, то данный эффект не приводит к каким-либо временным сдвигам. Чтобы учесть влияние кросstalkа на энергетическое разрешение, необходимо модифицировать функцию плотности вероятности величины $n_{p.e.}$. Если раньше данная величина имела распределение Бернулли с параметром $E[n_{p.e.}]$, то теперь распределение будет другим. Чтобы найти это распределение нужно знать квантовую эффективность регистрации (или коэффициент конверсии, т.к. все зависит от того, какую величину

рассматривать в качестве базовой) и вероятность срабатывания соседней ячейки из-за кросstalkа. Детальное описание вероятностей срабатывания ячеек из-за кросstalkа можно найти в [9]. В этой статье рассматриваются несколько моделей распространения фотонов, но утверждается, что для большинства моделей SiPM наиболее правдоподобной является модель 4-х соседей. Вероятность срабатывания N ячеек выражается через параметр p , который описывает вероятность того, что соседний пиксель сработает из-за кросstalkа. Вычислить параметр p можно, зная полную вероятность кросstalkа p_{total} (одно или больше кросstalkовых событий): $(1 - p)^4 = 1 - p_{total}$. В дальнейшем удобно будет ввести величину $q = 1 - p$. Таким образом, зная квантовую эффективность ε и вероятность кросstalkа p , получим следующую плотность вероятности в модели 4-х соседей.

суммарное число сработавших ячеек	плотность вероятности $n_{p.e.}$
1	$\varepsilon \cdot q^4$
2	$\varepsilon \cdot 4p \cdot q^6$
3	$\varepsilon \cdot 18p^2 \cdot q^8$
4	$\varepsilon \cdot 4p^3 \cdot q^8[1 + 3q + 18q^2]$
5	$\varepsilon \cdot 5p^4 \cdot q^{10}[8 + 24q + 55q^2]$
$N > 5$	$\simeq \varepsilon \cdot P(5) \left[1 - \frac{P(5)}{\sum_{k=1}^4 P(k)} \right]^{N-5}$

На Рис. 4 показана зависимость среднего числа регистрируемых ячеек в зависимости от величины кросstalkа.

Чтобы учесть вклад кросstalkов в энергетическое разрешение необходимо пересчитать $E[n_{p.e.}]$ и $Var[n_{p.e.}]$ с учетом модифицированной плотности вероятности.

Если учесть еще и собственные шумы SiPM при наличии кросstalkа, то необходимо изменить величину $N_{p.e.}^{DC}$:

$$N_{p.e.}^{DC} = \sum_{i=0}^{N^{DC}} n_{p.e.i}^{DC},$$

где величина $n_{p.e.}^{DC}$ - число зарегистрированных фотоэлектронов, если произошел одиночный шумовой (тепловой) импульс. Данная величина имеет тоже распределение, что и $n_{p.e.}$, только с параметром $\varepsilon = 1$. Величина N^{DC} имеет распределение Пуассона с параметром $t_{gate} \cdot \nu_{DC}$. Таким образом, получим следующие значения для мат. ожидания и дисперсии:

$$\begin{aligned} E[N_{p.e.}] &= E[n_{p.e.}] \cdot E[N_{abs}] \\ E[N_{p.e.}^{DC}] &= E[n_{p.e.}^{DC}] \cdot E[N^{DC}] \\ Var[N_{p.e.}] &= Var[N_{abs}] \cdot (E[n_{p.e.}])^2 + Var[n_{p.e.}] \cdot E[N_{abs}] \end{aligned}$$

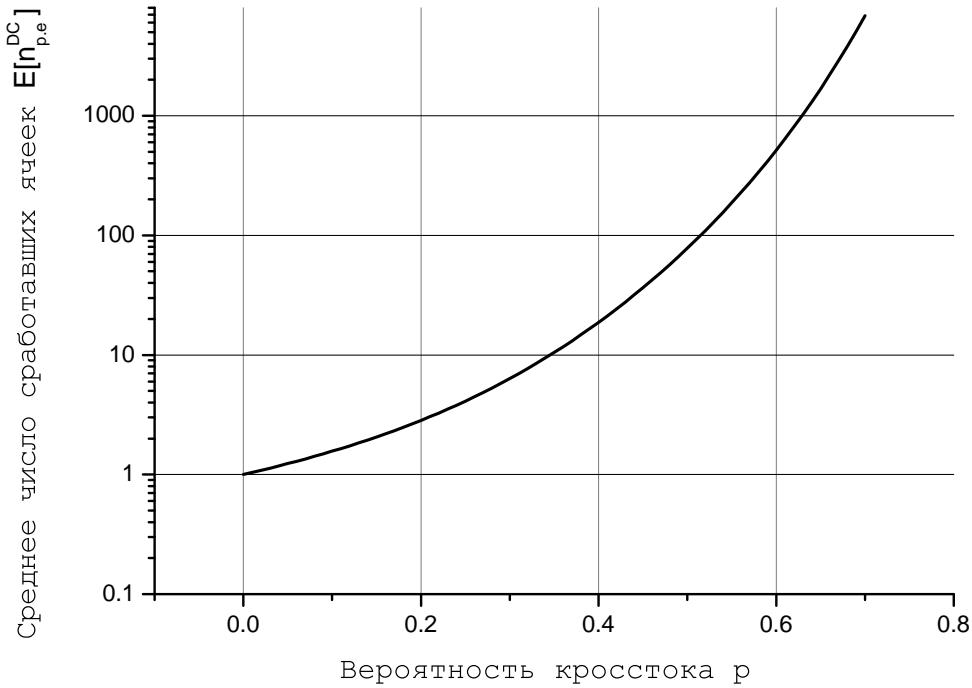


Рис. 4. Зависимость среднего числа регистрируемых ячеек в зависимости от величины кросстока.

$$Var[N_{p.e.}^{DC}] = Var[N^{DC}] \cdot (E[n_{p.e.}^{DC}])^2 + Var[n_{p.e.}^{DC}] \cdot E[N^{DC}]$$

При учете кросстоков вид формулы для энергетического разрешения останется прежний (3).

На рис. 5 представлена зависимость энергетического разрешения от энергии фотона при различных значениях кросстока.

2.2. Учет послеимпульсов

Послеимпульс - срабатывание ячейки, происходящее через некоторый промежуток времени после предыдущего срабатывания ячейки. Причина появления послеимпульсов заключается в захвате электронов в ловушки во время лавины с их последующим высвобождение через промежуток времени, обычно длящийся от нескольких наносекунд до нескольких микросекунд [5]. После срабатывания первичного сигнала напряжение на ячейке уменьшится до напряжения пробоя и далее будет восстанавливаться к исходному значению по экспоненциальному закону:

$$V_{current} = V_{bias} \cdot (1 - \exp(-\Delta t / \tau_{rec})), \quad (4)$$

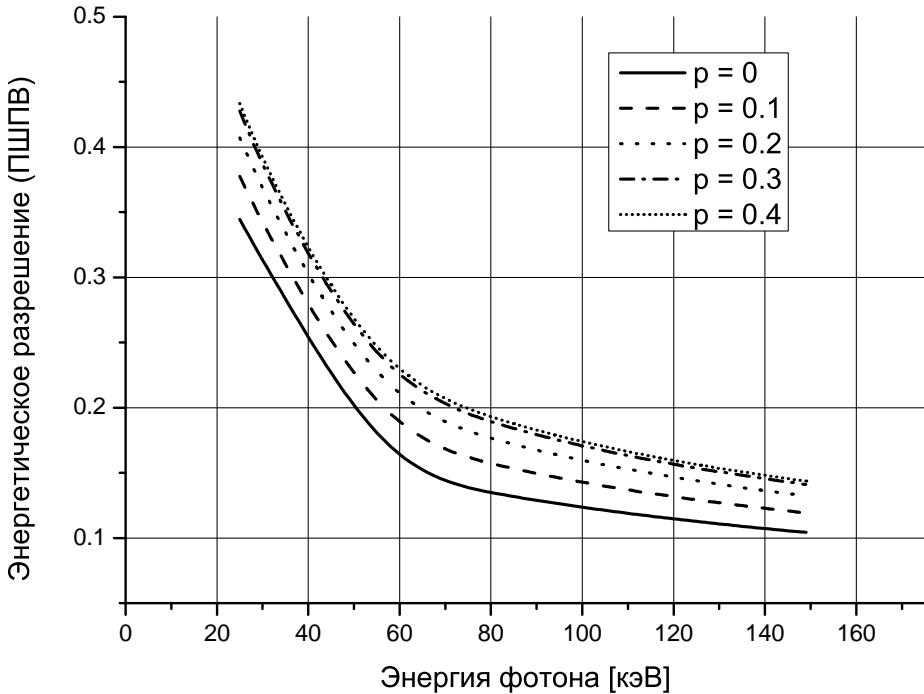


Рис. 5. Энергетическое разрешение детектора на основе YAP:Ce и SiPM с квантовой эффективностью 28%. Светосбор равен 50%. Различные графики соответствуют различным значениям вероятности кросstalkа. Темновые токи отсутствуют.

где V_{bias} - рабочее напряжение SiPM, τ_{rec} - время восстановления ячейки.

Существует несколько процессов, которые могут вызвать повторное срабатывание ячейки. Во-первых, это послеимпульсы. Из-за наличия различных физических механизмов образования электронных ловушек существуют два вида послеимпульсов: с быстрой и медленной компонентой [6–8]. Во-вторых, повторное срабатывание ячейки могут вызвать темновые токи. Каждый из этих трех процессов имеет экспоненциальное время распределения со своим собственным временем τ :

$$f(\Delta t) = \frac{1}{\tau} \cdot \exp(-\Delta t/\tau), \quad (5)$$

где τ - среднее время, проходящее между двумя импульсами при рассмотрении лишь одного из вышеперечисленных эффектов. В реальности каждый из этих процессов может приводить к срабатыванию ячейки.

2.2.1. Распределение временных интервалов

Выведем плотность вероятности для временных интервалов Δt , если в ячейке могут происходить послеимпульсы или темновые импульсы. Предположим, что

на каждый первичный импульс будет образовываться в среднем λ послеимпульсов, причем число послеимпульсов имеет распределение Пуассона. Также выберем только те сигналы, которые имеют заряд, не превосходящий заряда, собираемого с одной ячейки. Это условие будет гарантировать, что сигнал послеимпульсов с SiPM обусловлен послеимпульсами лишь с одной ячейки.

Введем следующее обозначение: $P_j(t, t + \delta t)$ - вероятность того, что в интервале от t до $t + \delta t$ произошел один импульс, вызванный процессом j , а в интервале от 0 до t импульсов этого процесса не было. Процессы обозначим следующим образом: DC - темновой импульс, $fast$ - послеимпульс с быстрой компонентой, $slow$ - послеимпульс с медленной компонентой.

Тогда вероятность того, что в интервале от t до $t + \delta t$ произошел один импульс, а в интервале от 0 до t импульсов не наблюдалось есть

$$\begin{aligned} P(t) = & P_{DC}(t, t + \delta t) \cdot P_{fast}(t + \delta t, \infty) \cdot P_{slow}(t + \delta t, \infty) + \\ & P_{fast}(t, t + \delta t) \cdot P_{DC}(t + \delta t, \infty) \cdot P_{slow}(t + \delta t, \infty) + \\ & P_{slow}(t, t + \delta t) \cdot P_{DC}(t + \delta t, \infty) \cdot P_{fast}(t + \delta t, \infty) + \end{aligned} \quad (6)$$

Найдем теперь вероятности каждого из процессов. Во-первых, найдем вероятность процесса $P_{fast}(t, t + \delta t)$. Число послеимпульсов на один первоначальный импульс может изменяться от 0 до ∞ . Если число послеимпульсов равно 0, то вероятность нахождения одного импульса в интервале от t до $t + \delta t$ тоже равна нулю. Если число послеимпульсов равно 1, то вероятность нахождения одного импульса в интервале от t до $t + \delta t$ есть произведение вероятности иметь один послеимпульс на вероятность его нахождения в интервале от t до $t + \delta t$ (5). Если число послеимпульсов рано двум, то искомая вероятность есть произведение вероятности иметь два послеимпульса на вероятность первому послеимпульсу произойти в интервале от t до $t + \delta t$ умноженное на вероятность не произойти второму послеимпульсу в интервале от 0 до t плюс аналогичный член. В итоге получим следующую сумму:

$$P_{fast}(t, t + \delta t) = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} P\{\text{число послеимпульсов} = i\} \cdot i \cdot P_{exp}(t, t + \delta t) \cdot P_{exp}(t + \delta t, \infty)^{i-1}}{P\{\text{есть хоть один послеимпульс}\}} \quad (7)$$

$P_{exp}(t, t + \delta t) = \frac{1}{\tau} \cdot \exp(-t/\tau)$ - вероятность нахождения импульса в интервале от t до $t + \delta t$ для экспоненциального распределения. Полученное выражение делится на вероятность иметь хоть один послеимпульс. Обращаем внимание, что в статье [7] в аналогичной формуле нет нормировки на вероятность иметь хоть один послеимпульс. В этом случае интеграл от 0 до ∞ плотности вероятности временных интервалов не равен единице, что не верно.

Подставив в (7) вероятности для Пуассоновского и экспоненциального распре-

деления получим:

$$P_{fast}(t, t + \delta t) = \frac{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\lambda^i}{i!} \cdot e^{-\lambda} \cdot \frac{i}{\tau} \cdot \exp[-i \cdot t/\tau]}{\sum_{i=1}^{\infty} \frac{\lambda^i}{i!} \cdot e^{-\lambda}} = \frac{e^{-\lambda}}{1 - e^{-\lambda}} \cdot \frac{\lambda}{\tau} \cdot e^{-t/\tau} \cdot \exp[\lambda \cdot e^{-t/\tau}] \quad (8)$$

Также в дальнейших расчетах понадобится вероятность $P_{fast}(t, \infty)$:

$$P_{fast}(t, \infty) = \int_t^{\infty} P_{fast}(x, x + \delta x) dx = e^{-\lambda} \cdot \frac{\exp[\lambda \cdot e^{-t/\tau}] - 1}{1 - e^{-\lambda}} \quad (9)$$

Плотность вероятности для медленной компоненты получается аналогично. На рис. 6 и рис. 7 изображена плотность вероятности (8) при различных параметрах λ и τ .

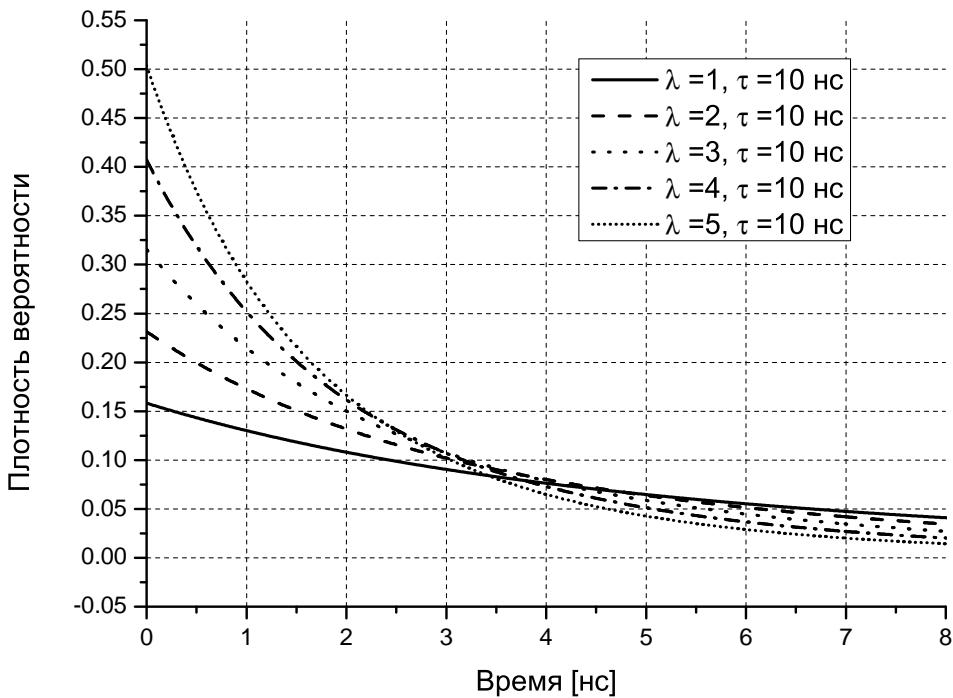


Рис. 6. Плотность вероятности временных интервалов (8) для послеимпульсов при различных значениях среднего числа послеимпульсов на импульс λ

Для темновых токов вероятность того, что от 0 до t не было импульсов, а в интервал от t до $t + \delta t$ попал один импульс $P_{DC}(t, t + \delta t)$ определяется пуассоновским распределением:

$$P_{DC}(t, t + \delta t) = \nu_{DC} \cdot e^{-\nu_{DC} \cdot t}, \text{ где } \nu_{DC} — \text{ частота темновых токов.} \quad (10)$$

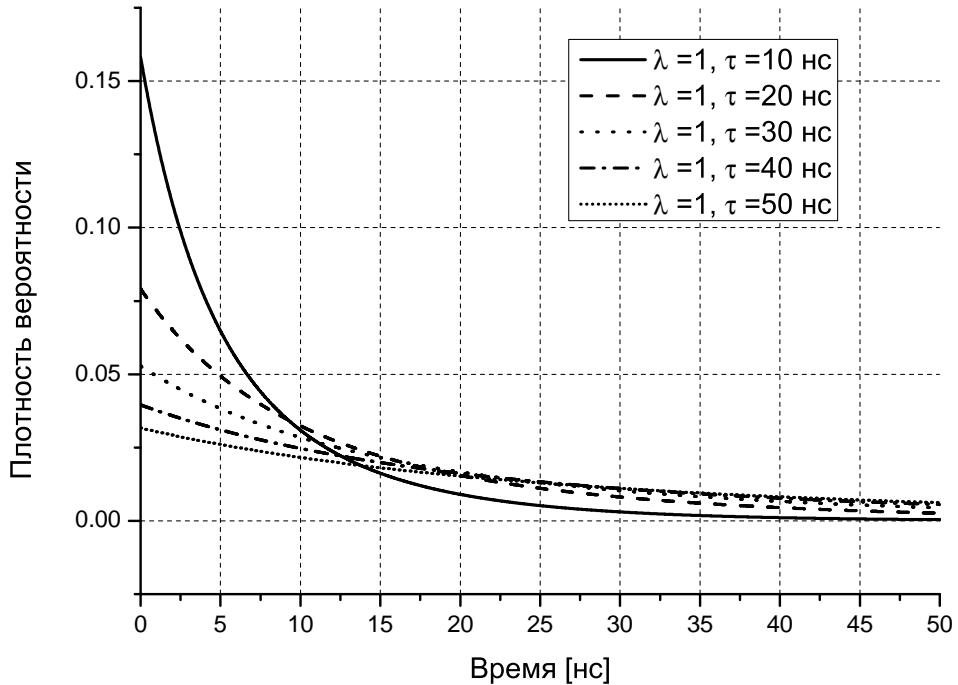


Рис. 7. Плотность вероятности временных интервалов (8) для послеимпульсов при различных средних временах послеимпульсов.

Тогда вероятность того, что в интервале от 0 до t не было импульсов есть:

$$P_{DC}(t, \infty) = \int_t^{\infty} P_{DC}(x, x + \delta x) dx = e^{-\nu_{DC} \cdot t} \quad (11)$$

На рис. 8 приведена плотность вероятности временных интервалов при учете темновых токов и быстрых послеимпульсов при различных частотах темновых токов, а на рис. 9 - аналогичный график при различном числе послеимпульсов на импульс λ .

2.2.2. Распределение временных интервалов (версия 2)

Поскольку мы интересуемся плотностью временных интервалов, то необходимо узнать вероятность $P(t)$ того, что на участке от 0 до t не должно быть импульсов, а на участке от t до $t + \Delta t$ должен произойти один импульс. Для экспоненциального распределения эта вероятность есть $P_{exp}(t) = (1 - e^{-t/\tau}) \cdot \Delta t$.

Выведем плотность вероятности для временных интервалов Δt , если в ячейке могут происходить послеимпульсы или темновые импульсы. Для начала рассмотрим случай, когда имеются послеимпульсы только одного типа, происходящие с

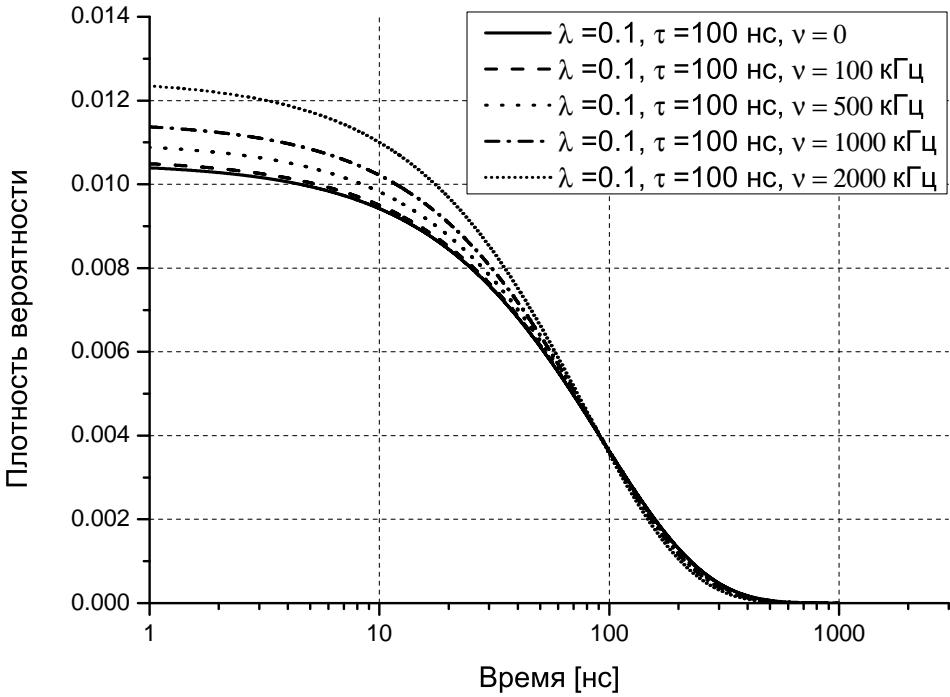


Рис. 8. Плотность вероятности временных интервалов (6) при учете темновых токов и быстрых послеимпульсов при различных частотах темновых токов.

вероятностью p . Темновые импульсы, как и послеимпульсы имеют экспоненциальное распределение (5). Поскольку темновые импульсы не зависят от послеимпульсов, то искомую вероятность $P(t)$ можно записать следующим образом:

$$P(t) = P\{\text{нет послеимпульсов от } 0 \text{ до } t\} \cdot P\{\text{есть темновой импульс от } t \text{ до } t + \delta t\} + \\ P\{\text{есть послеимпульс от } t \text{ до } t + \delta t\} \cdot P\{\text{нет темнового импульса от } 0 \text{ до } t\}$$

В итоге при учете быстрых и медленных послеимпульсов и темновых токов плотность вероятности распределения временных интервалов запишется следующим образом:

$$f(t) = p_s \cdot p_f \cdot (\nu_s + \nu_f + \nu_{dc}) \cdot e^{-(\nu_s + \nu_f + \nu_{dc}) \cdot t} + \\ p_s \cdot (1 - p_f) \cdot (\nu_s + \nu_{dc}) \cdot e^{-(\nu_s + \nu_{dc}) \cdot t} + \\ p_f \cdot (1 - p_s) \cdot (\nu_f + \nu_{dc}) \cdot e^{-(\nu_f + \nu_{dc}) \cdot t} + \\ (1 - p_s) \cdot (1 - p_f) \cdot \nu_{dc} \cdot e^{-\nu_{dc} \cdot t} \quad (12)$$

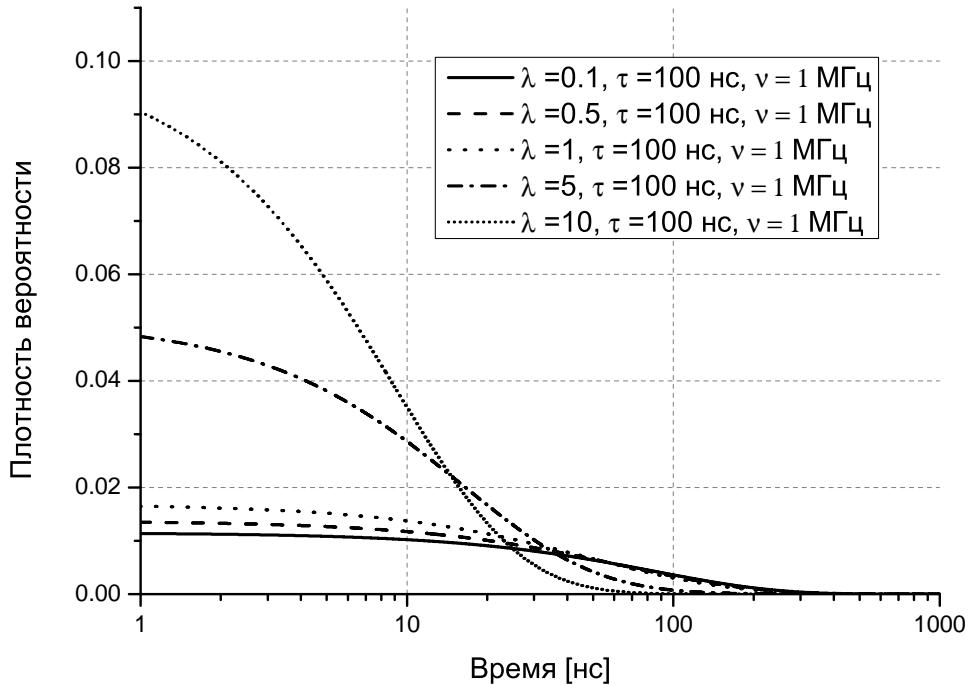


Рис. 9. Плотность вероятности временных интервалов (6) при учете темновых токов и быстрых послеимпульсов при различном числе послеимпульсов на импульс λ .

2.2.3. Распределение добавочного заряда

В большинстве приложений время интегрирования t_{gate} выбирают в несколько раз больше времени восстановления ячейки τ_r . Мы предположим что, t_{gate} достаточно большое и в несколько раз превышает τ_{fast} и τ_{slow} . Это условие будет гарантировать, что с большой долей вероятности все послеимпульсы будут собраны за время не превышающее t_{gate} .

Чтобы учесть вклад послеимпульсов в энергетическое разрешение необходимо ввести поправку на число зарегистрированных электронов:

$$N_e = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}} (G_i + A_i)$$

Случайная величина G имеет распределение Гаусса и описывает по-прежнему флуктуации усиления, а величина A описывает послеимпульсы. Мат. ожидание и дисперсия величины $G_{tot} = G + A$ находятся из эксперимента.

Теоретически можно найти зависимость плотности вероятности величины G_{tot} от различных параметров детектора. Предположим, что заряд, собираемый с полностью разряженной ячейки, равен 1. Тогда если через время Δt после срабатывания

ния предыдущего сигнала ячейка сработает еще раз, то заряд, собранный с ячейки, увеличится на величину $\xi(\Delta t)$:

$$\xi(\Delta t) = 1 - \exp(-\Delta t / \tau_{rec}) \quad (13)$$

Найдем плотность вероятности добавочного заряда послеимпульса $\xi(\Delta t)$. Предположим, что на каждый первоначальный импульс будет образовываться только один послеимпульс и существует лишь один процесс, приводящий к появлению добавочного заряда. В этом случае величина $\xi(\Delta t)$ из уравнения (13) будет иметь следующую плотность вероятности:

$$g(\xi) = \frac{\tau_{rec}}{1 - \xi} \cdot f(-\tau_{rec} \cdot \ln(1 - \xi)) \quad (14)$$

Функция f - это плотность вероятности расстояния между сигналами (5) при учете лишь одного процесса. Подставив (5) в (14) получим:

$$g(\xi) = \alpha \cdot (1 - \xi)^{\alpha-1}, \text{ где } \alpha = \tau_{rec}/\tau \quad (15)$$

Плотность вероятности добавочного заряда приведена на рис. 10.

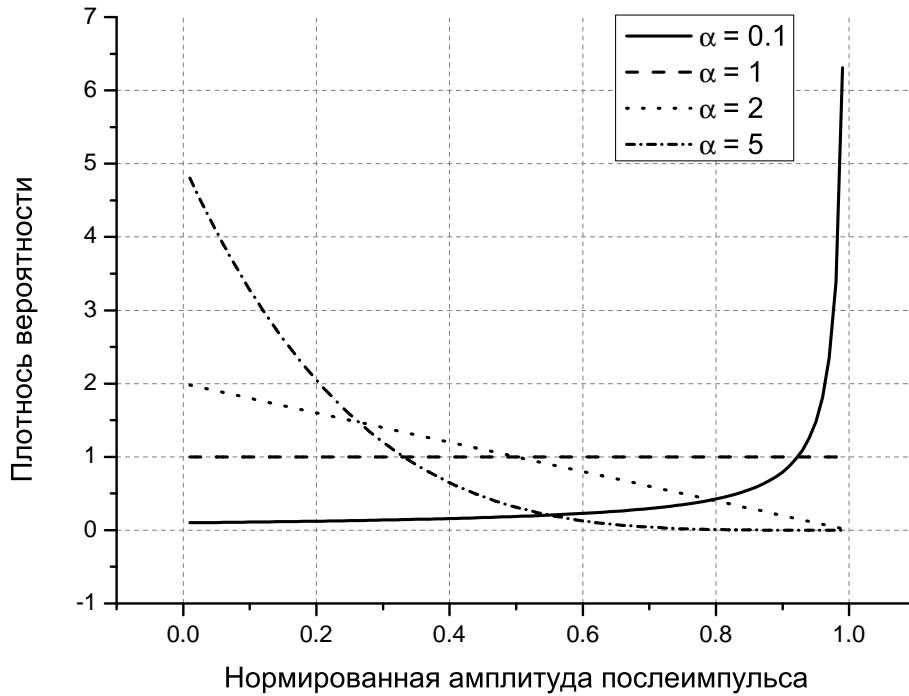


Рис. 10. Плотность вероятности добавочного заряда послеимпульса

Если считать, что ячейка может сработать как от послеимпульсов с быстрой компонентой, так и с медленной, то формула (14) запишется следующим образом:

$$g(\xi) = A_s \cdot \alpha_s \cdot (1 - \xi)^{\alpha_s - 1} + (1 - A_s) \cdot \alpha_f \cdot (1 - \xi)^{\alpha_f - 1}, \text{ где } \alpha_s = \tau_{rec}/\tau_s, \alpha_f = \tau_{rec}/\tau_f \quad (16)$$

Итого, если учитывать послеимпульсы, то необходимо в формуле для энергетического разрешения заменить величину G на G_{tot} .

2.3. Предельное энергетическое разрешение SiPM

Проанализировав основные факторы, влияющие на энергетическое разрешение SiPM, перед нами встает важный вопрос: какое предельное достижимое энергетическое разрешение SiPM?

Часть II

Измерение характеристик SiPM

3. Напряжение пробоя

В качестве исследуемых детекторов были выбраны KETEK PM3325NP-SB0 Pin, KETEK PM1125NS-SB0 и Hamamatsu S10362-33-025C. Наиболее важной характеристикой SiPM является напряжение пробоя. Напряжение пробоя V_{BD} - это напряжение, при котором коэффициент усиления равен нулю.

В различных работах было показано, что коэффициент усиления различных SiPM имеет линейную зависимость как от температуры, так и от напряжения [10–13]. Таким образом, можно записать следующие выражения для коэффициента усиления $G(V, T)$:

$$\begin{aligned} G(V, T) &= \frac{dG}{dV} \cdot (V - V_{BD}(T)) \\ G(V, T) &= \frac{dG}{dT} \cdot T + G(T_0, V) \\ G(V, T) &= a \cdot V + b \cdot T + c, \\ \text{где } a &= \frac{dG}{dV}, b = \frac{dG}{dT} \end{aligned} \tag{17}$$

Из уравнения (17) легко найти напряжение пробоя, приравняв коэффициент усиления к нулю:

$$V_{BD}(T) = \frac{-(b \cdot T + c)}{a} = \frac{dV}{dT} \cdot T + V_0 \tag{18}$$

Для измерения напряжения пробоя и коэффициента усиления была собрана следующая установка (рис. 11). Led Driver по световоду посыпает короткую вспышку на SiPM, вырабатывая триггерный сигнал, идущий к АЦП CAEN dt5720a. Сигнал с SiPM проходит через усилитель и поступает в АЦП CAEN dt5720a, который интегрирует сигнал при наличии триггерного сигнала. Полученный зарядовый спектр в режиме on-line поступает на компьютер. Температурная стабилизация обеспечивалась при помощи ПИД-регулятора TPM 101. Он имеет следующую схему работы:???. SiPM был установлен внутри металлической коробки. С одной из сторон размещена вентилятор, который необходим для отвода тепла с Пельтье элемента. Часть вентилятора, расположенная внутри коробки, приклеена к медной пластине. С обратной стороны медной пластины расположен SiPM.

Вычисление напряжения пробояшло в несколько этапов. Во-первых, сигнал интегрировался в воротах длиной 1 мкс (для KETEK PM3325NP-SB0 Pin) или

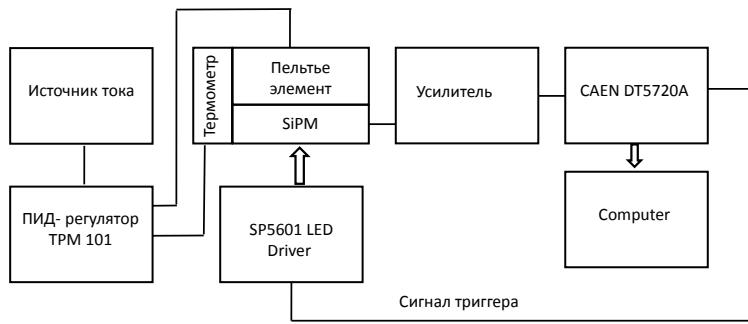


Рис. 11. Схема измерения напряжения пробоя SiPM. Свет из LED Driver регистрируется SiPM, усиливается и оцифровывается DT5720a. Температурная стабилизация обеспечивается ПИД-регулятором. Отклонение температуры от установленной не превышает 1К.

200 нс (для KETEK PM1125NS-SB0 и Hamamatsu S10362-33-025C). Интенсивность Led driver менялась во время измерений, чтобы зарегистрировать максимально возможное число пиков. В среднем записывались спектры с 10 - 12 пиками. Поскольку при увеличении номера пика растет не только его среднее значение, но и дисперсия, то регистрация пиков с большими номерами не проводилась из-за большого времени накопления статистики. В результате получился зарядовый спектр (рис. 12). Затем окрестность каждого пика аппроксимировалась функцией гаусса и находилось среднее значение положения пика $Peak_i$ и ошибка определения среднего σ_{Peak_i} . Причем пик с номером 0 соответствует пику, располагающемуся вблизи нуля и возникает из-за интегрирования шумов. Последующие пики вызваны регистрацией фотонов, излучаемых светодиодом, темновыми токами и кросstalkом. Однако среднее значение пика не зависит от причины срабатывания ячейки SiPM (если нет послеимпульсов). В этой работе мы предпочли делать аппроксимацию в окрестности пика, в отличие других работ (например, [9]), где среднее положение пика определялось путем аппроксимации всего зарядового спектра суммой гауссов. Это связано с тем, что наличие послеимпульсов искажает форму пиков (она становится несимметричной) и, следовательно, вносит дополнительную ошибку в определение среднего значения пика. Чтобы увеличить точность определения расстояния между соседними пиками величина Δ_i , имеющая точность определения

$\sigma_{\Delta_j} = \sqrt{\sigma_{Peak_i}^2 + \sigma_{Peak_{i+1}}^2}$, усредняльать:

$$\bar{\Delta} = \sum_{i=1}^N \frac{\Delta_i / (\sigma_{\Delta_i})^2}{\sum_{j=1}^N (\sigma_{\Delta_j})^2}$$

Погрешность выставления напряжения ΔV оценивалась в 0.01 В. Погрешность по температуре ΔT оценивалась как минимальный шаг по температуре 1 К, деленный на $\sqrt{12}$.

Величина $\bar{\Delta}$ связана с коэффициентом усиления следующим образом:

$$G = \bar{\Delta} \cdot ADC_{\text{conversion rate}} / \text{charge of electron},$$

где $ADC_{\text{conversion rate}} [K\lambda/(mB \cdot c)]$ - коэффициент конверсии. Для нахождения коэффициента конверсии меандр с амплитудой $V_{gen} = 1.602B$ с генератора подавался на вход CAEN dt5720a через тестовый вход усилителя, нагруженный на емкость $C = 1nF$. Оцифрованный сигнал при интегрировании давал заряд $Q[mB \cdot c]$ и коэффициент конверсии вычислялся следующим образом:

$$ADC_{\text{conversion rate}} = \frac{C \cdot V_{gen}}{Q} = 4.33 \cdot 10^{-16} [K\lambda/(mB \cdot c)]$$

Чтобы найти параметры a , b и c , все измерения $G(V, T)$ аппроксимируются зависимостью (17). В итоге, восстановлены следующие параметры:

Параметр / Тип SiPM	KETEK PM3325NP-SB0 Pin	KETEK PM1125NS-SB0	Hamamatsu S10362-33-025C	Hamamatsu S10362-11-100C
$a [1/B]$	$(1.974 \pm 0.045) \cdot 10^6$	-	$(1.294 \pm 0.014) \cdot 10^5$	$(2.957 \pm 0.019) \cdot 10^6$
$b [1/K]$	$(-1.245 \pm 0.201) \cdot 10^4$	-	$(-5.320 \pm 0.085) \cdot 10^3$	$(-1.06 \pm 0.01) \cdot 10^5$
c	$(-4.150 \pm 0.103) \cdot 10^7$	-	$(-7.404 \pm 0.087) \cdot 10^6$	$(-1.729 \pm 0.012) \cdot 10^8$
$\frac{dV}{dT} [\text{mB}/\text{K}]$	6.3 ± 1	-	41.1 ± 0.8	35.8 ± 0.4
$V_0[\text{B}]$	21.03 ± 0.72	-	57.2 ± 0.9	58.5 ± 0.5
χ^2/Dof	0.66	-	0.28	1.27

Зависимость напряжения пробоя от температуры для KETEK PM3325NP-SB0 Pin изображена на рис. 15. При температуре выше 275К вклад послеимпульсов становится значительным, поэтому при данном методе измерения напряжения пробоя

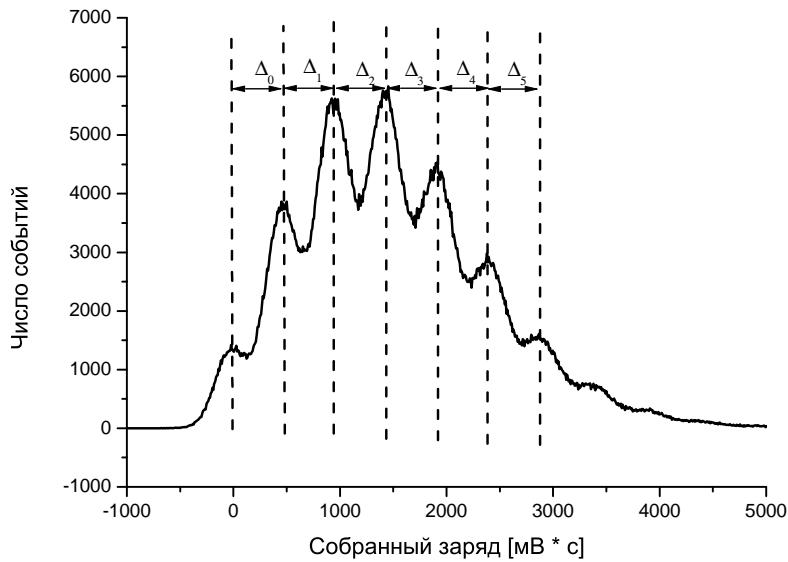


Рис. 12. Спектр SiPM KETEK PM3325NP-SB0 Pin при напряжении 23.4 В и температуре 265 К при облучении светодиодом. Штриховыми линиями показано положение пиков. Время интегрирования 1 мкс. Напряжение на светодиоде менялось во время измерения, чтобы увеличить количество наблюдаемых пиков.

ошибка увеличивается. Как можно заметить, для данного типа SiPM практически отсутствует зависимость напряжения пробоя от температуры.

Зависимость напряжения пробоя от температуры для Hamamatsu S10362-33-025C изображена на рис. 16. В интервале температур от 265К до 295К вклад послеимпульсов в интегрируемый заряд мал, поэтому ошибка измерения практически не меняется с температурой.

4. Нахождение формы сигнала

4.1. Фильтрация сигнала

Чтобы правильно найти величину послеимпульсов, кросстоков и темновых токов, необходимо знать форму одноэлектронного сигнала. Для анализа одноэлектронного сигнала были записаны данные с осциллографа (рис. 17). Частота оцифровки осциллографа 5 ГГц. В отличие от схемы с измерением напряжения пробоя, в этих измерениях светодиод не применяется.

Поскольку каждый отдельный сигнал зашумлен, то для нахождения гладкой кривой применялось усреднение по большому числу событий (порядка 1000). Сначала на компьютер записывался сигнал длиной 1 мс. Запуск производился единично-

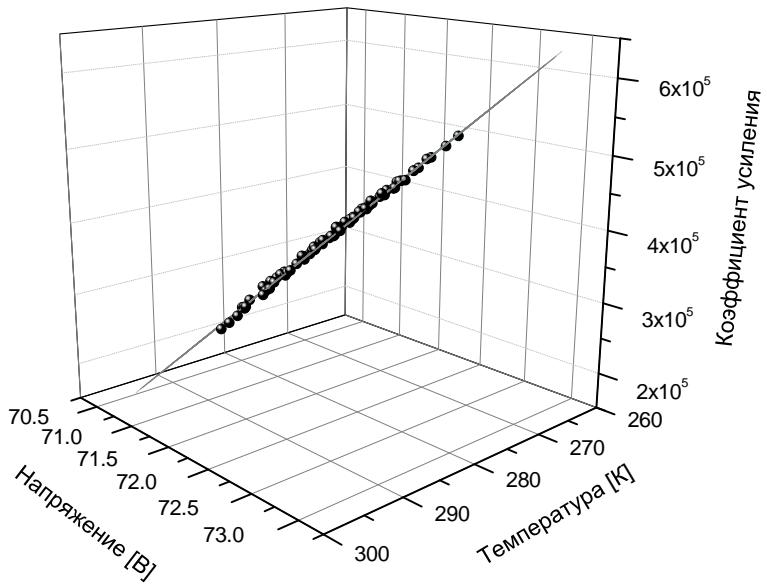


Рис. 13. Коэффициент усиления $G(V, T)$ в зависимости от напряжения и температуры для Hamamatsu S10362-33-025C.

жды, после чего шла запись сигнала. Порог был на уровне шумов. Далее вычислялась производная и выбирался порог, чтобы запуск шел именно от сигнала, а не от шумов. Производная вычислялась при помощи фильтра Савицкого-Голея 3-го порядка с 51 точкой.

На рис. 18 изображен сигнал с Hamamatsu S10362-33-025C при температуре 295К и перенапряжении 4.5В.

После запуска по производной в интервале от -500 нс до 500 нс считалось количество сигналов, превышавших порог. Чтобы не считать один сигнал несколько раз, вводилось мертвое время 8 нс. Если число сигналов в этом интервале было больше одного, то данный участок отбрасывался и брался следующий. Это необходимо, чтобы сигнал был одиночным, т.е. был без примеси послеимпульсов. Если же встречался один сигнал, то далее на всем интервале вычислялась максимальная (по модулю) амплитуда сигнала. Спектр амплитуд (взят по модулю для удобства) для Hamamatsu S10362-33-025C при температуре 295К и перенапряжении 4.5В представлен на рис. 19.

Для анализа отбирались лишь одноэлектронные импульсы. На заключительном этапе производилось усреднение сигналов. Усредненные сигналы для различных температур для Hamamatsu S10362-33-025C при перенапряжении 4.5В приведены на рис. 20. Можно заметить небольшое увеличение времени восстановления ячейки при понижении температуры.

На рис. ?? приведены формы одноэлектронных сигналов для Hamamatsu S10362-

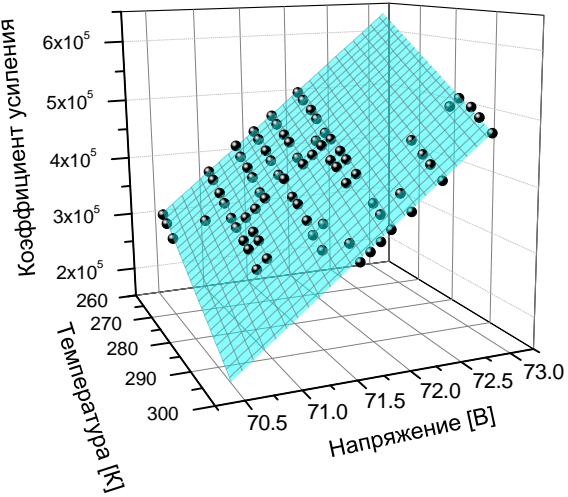


Рис. 14. Коэффициент усиления $G(V, T)$ в зависимости от напряжения и температуры для Hamamatsu S10362-33-025C.

33-025C и KETEK PM1125NS-SB0.

4.2. Аппроксимация одноэлектронного сигнала

Была проведена аппроксимация полученного сигнала следующей функцией:

$$V(t) = -A \cdot \exp \left[-\frac{t - t_0}{\tau_{rec}} \right] \cdot \left(1 - \exp \left[-\frac{t - t_0}{\tau_{rise}} \right] \right) \cdot \theta(t - t_0) + V_0, \quad (19)$$

где A - амплитуда импульса, t_0 - задержка по времени, τ_{rec} - искомое время восстановления ячейки, τ_{rise} - время нарастания переднего фронта, V_0 - напряжение в отсутствии сигнала, $\theta(t - t_0)$ - функция Хевисайда. Параметр V_0 вычислялся как среднее значение на участке длиной 300 нс, предшествующем появлению переднего фронта, и фиксировался при аппроксимации. Другие параметры имели ограничения по максимальному и минимальному значению, но в довольно широких пределах.

Однако форма сигнала (рис.20) имеет большое отклонение от зависимости (19): $\chi^2/Dof \approx 10$. Это объясняется конечным временным разрешением системы, в результате чего на выходе системы сигнал будет представлять свертку исходного сигнала с откликом системы. Если предположить, что отклики генератора, усилителя и осциллографа являются гауссовыми, то итоговое временное разрешение системы можно представить как $\sigma = \sqrt{\sigma_{amp}^2 + \sigma_{oscil}^2}$. В этом случае получим следующую форму сигнала:

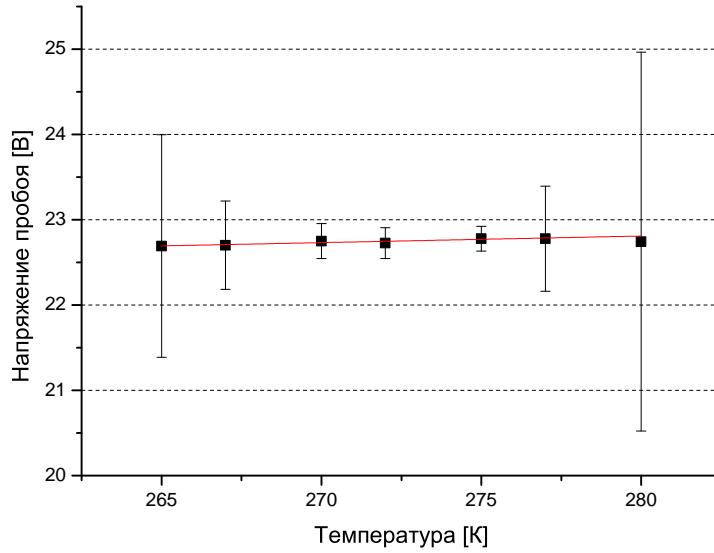


Рис. 15. Напряжение пробоя SiPM KETEK PM3325NP-SB0 Pin в зависимости от температуры. Время интегрирования 1 мкс.

$$V(t) = V_0 - \frac{A}{2} \cdot \left(\left\{ F(\sigma, \tau_{rec}^{fast}) - F(\sigma, \tau_{total}^{fast}) \right\} \right) \quad (20)$$

$$F(\sigma, \tau) = \exp \left[\frac{\sigma^2 - 2t \cdot \tau}{2\tau^2} \right] \cdot \left(1 + Erf \left[\frac{t - \sigma^2/\tau}{\sigma\sqrt{2}} \right] \right)$$

$$\tau_{total}^{fast} = \frac{\tau_{rec}^{fast} \cdot \tau_{rise}}{\tau_{rec}^{fast} + \tau_{rise}}$$

Параметр σ определялся следующим образом. Тестовый сигнал (меандр) подавался с генератора на усилитель и измерялся осциллографом. Далее сигнал аппроксимировался сверткой функции Хевисайда и гаусса:

$$V(t) = A \cdot \left(1 + erf \left[\frac{t}{\sqrt{\sigma_{gen}^2 + \sigma_{oscil}^2} \sqrt{2}} \right] \right) + V_0 \quad (21)$$

Результат аппроксимации приведен на рис. 24.

Для аппроксимации использовались лишь точки, находящиеся непосредственно на фронте сигнала. Участок, следующий после фронта, искажен отражениями в длинной линии из-за неидеальной согласованности цепи. Суммарная длина коаксиального кабеля около 1 метра, поэтому через 3 нс после начала импульса регистрируются отражения. Улучшить согласование цепи сложно, т.к. все входные

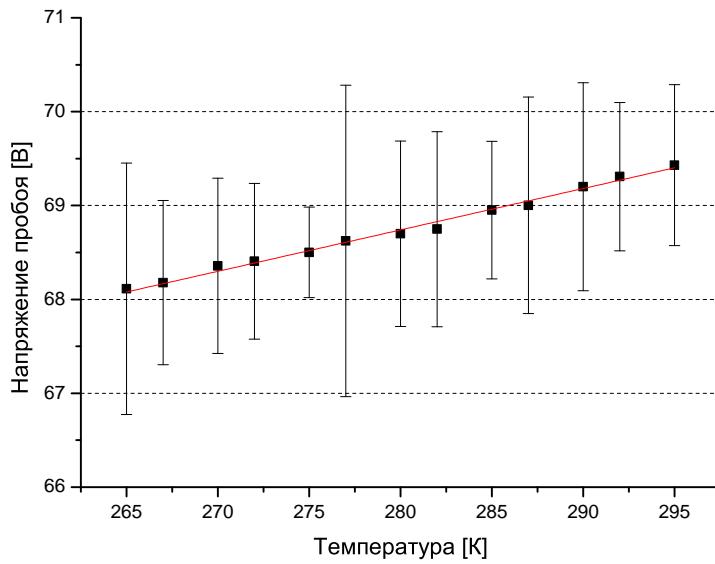


Рис. 16. Напряжение пробоя Hamamatsu S10362-33-025C в зависимости от температуры. Время интегрирования 200 нс.

сопротивления уже нагружены на 50 Ом. При измерениях было протестировано несколько нагрузочных сопротивлений и выбрано то, которое в лучшей степени уменьшает отражения.

Временное разрешение осциллографа предполагается значительно лучшим, чем разрешение генератора, поэтому $\sqrt{\sigma_{gen}^2 + \sigma_{oscil}^2} \approx \sigma_{gen} \approx 0.6$ нс.

Далее сигнал с генератора подавался на тестовый вход усилителя, который соединен с конденсатором емкостью 1 пФ. Эта цепь является дифференцирующей, поэтому на выходе усилителя сигнал будет не только свернут с откликом усилителя, но еще и продифференцирован (рис. 25).

Основной пик аппроксимирован функцией гаусса и получено значение $\sigma = 3$ нс. В данном случае отклик усилителя немного отличается от гауссова распределения. Это связано с конечным быстродействием усилителя. А сигнал, идущий после 17 нс, вызван неидеальной согласованностью цепи и отличием формы сигнала с генератора от прямоугольного.

4.2.1. Быстрая и медленная компонента времени восстановления

Более реалистичная модель формы сигнала должна учитывать также и медленную компоненту в сигнале [14].



Рис. 17. Схема измерения формы одноэлектронного сигнала. Частота оцифровки осциллографа 5 ГГц. Температурная стабилизация обеспечивается ПИД-регулятором. Отклонение температуры от установленной не превышает 1К.

$$V(t) = V_0 - \frac{A}{2} \cdot \left(\left\{ F(\sigma, \tau_{rec}^{fast}) - F(\sigma, \tau_{total}^{fast}) \right\} + \frac{R_{slow}}{R_{fast}} \cdot \left\{ F(\sigma, \tau_{rec}^{slow}) - F(\sigma, \tau_{total}^{slow}) \right\} \right) \quad (22)$$

В формуле (22) параметр R_{slow}/R_{fast} характеризует отношение доли медленной компоненты к быстрой компоненте времени восстановления. Аппроксимация формы сигнала зависимостью (20) с быстрой и медленной компонентой имеет лучшее согласие, чем аппроксимация зависимостью только с быстрой компонентой. Однако в модели с двумя компонентами присутствует больше параметров (R_{slow} , τ_{rec}^{slow}) и, несмотря на меньшие значения χ^2 , параметры получатся нефизическими и имеют широкий произвол в выборе, поэтому модель с наличием только быстрой компоненты оказалась предпочтительнее.

Но даже в этом случае нельзя сказать, что параметры определены верно, т.к. остается произвол в выборе параметров τ_{rec} , τ_{rise} и A . Детальное исследование времени восстановления в этой работе не приводится. Однако аппроксимация моделью позволяет (20) аналитически описывать сигнал и этого вполне достаточно для последующих измерений темновых токов, послеимпульсов и кросстоков.

Стоит отметить, что подавить послеимпульсы полностью не получится и они будут искажать форму сигнала, делая её отличной от (22). Алгоритм фильтрации

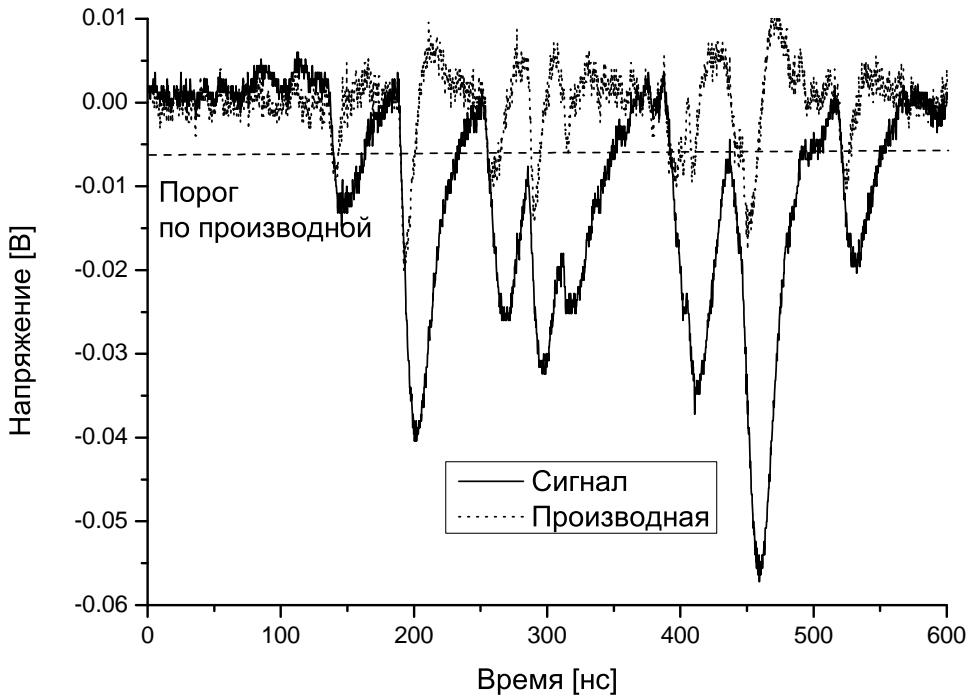


Рис. 18. Сигнал с Hamamatsu S10362-33-025C при температуре 295K и перенапряжении 4.5В. Точками обозначена производная сигнала. Штриховой линией обозначен порог по производной.

послеимпульсов может эффективно подавить лишь те послеимпульсы, которые произошли через время порядка 10 нс после начала сигнала. Если послеимпульс произошел раньше, то его амплитуда будет мала и алгоритм не сможет отличить послеимпульс от шума.

Параметр / Тип SiPM	KETEK PM3325NP-SB0 Pin	KETEK PM1125NS-SB0	Hamamatsu S10362-33-025C	Hamamatsu S10362-11-100C
τ_{rec}^{fast} [нс]		42	12	0.9
τ_{rec}^{slow} [нс]		-	-	41
τ_{rise} [нс]		3	28	1.5
σ [нс]		1.1	1.4	0.6
R_{slow}	-	-	-	0.24
χ^2/Dof	-	5.5	0.26	9.2

Более детальное исследование времени восстановления приведено в работе [14]. Температурные зависимости времени восстановления ячейки приведены в [11].

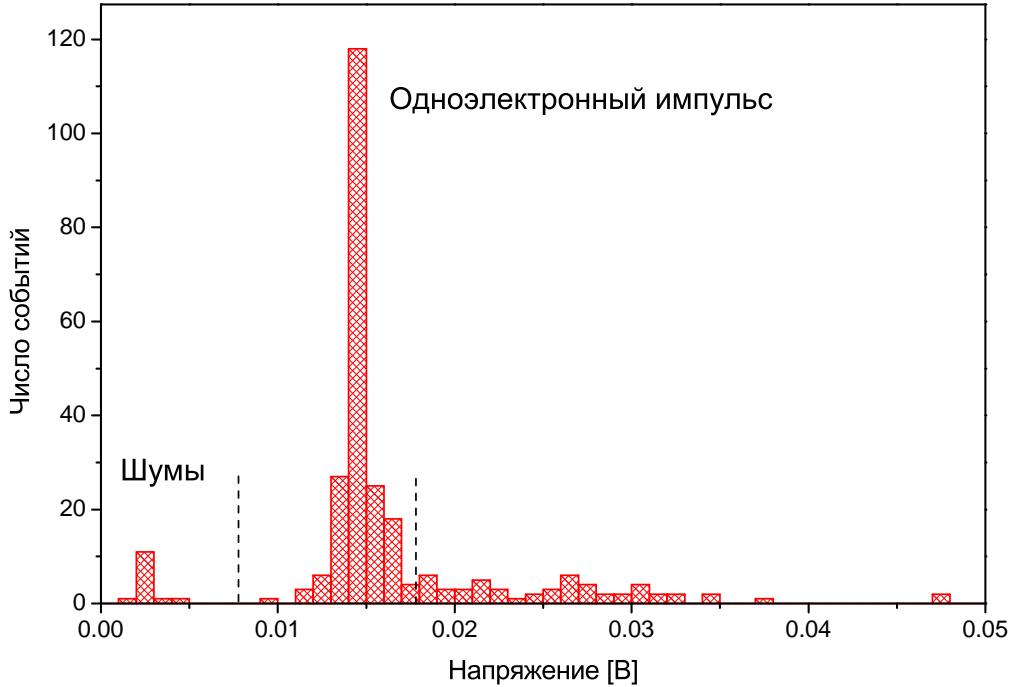


Рис. 19. Спектр амплитуд (по модулю) для Hamamatsu S10362-33-025C при температуре 295К и перенапряжении 4.5В. Штриховыми линиями показаны пороги для одноэлектронного импульса.

5. Анализ сигнала

Зная форму одноэлектронного сигнала, можно извлечь множество полезной информации о послеимпульсах, кросстоках и темновых токах. Для этого производится разбор записанного файла, полученного ранее при нахождении формы сигнала, только с другими условиями. Сигнал с SiMP можно представить как сумму одноэлектронных импульсов $Signal_{1e}(t - t_i)$ со случайной амплитудой A_i и временем возникновения t_i :

$$V(t) = \sum_{i=0}^N A_i \cdot Signal_{1e}(t - t_i) + V_0 \quad (23)$$

Форма одноэлектронного сигнала описывается выражением (20) и является известной функцией. Задача заключается в нахождении параметров A_i , t_i , а также параметра N , который характеризует число перекрывающихся сигналов. Если сигналы не перекрываются, то файл можно разделить на множество независимых частей, каждая из которых будет описывать сигнал по формуле (23) при $N = 1$.

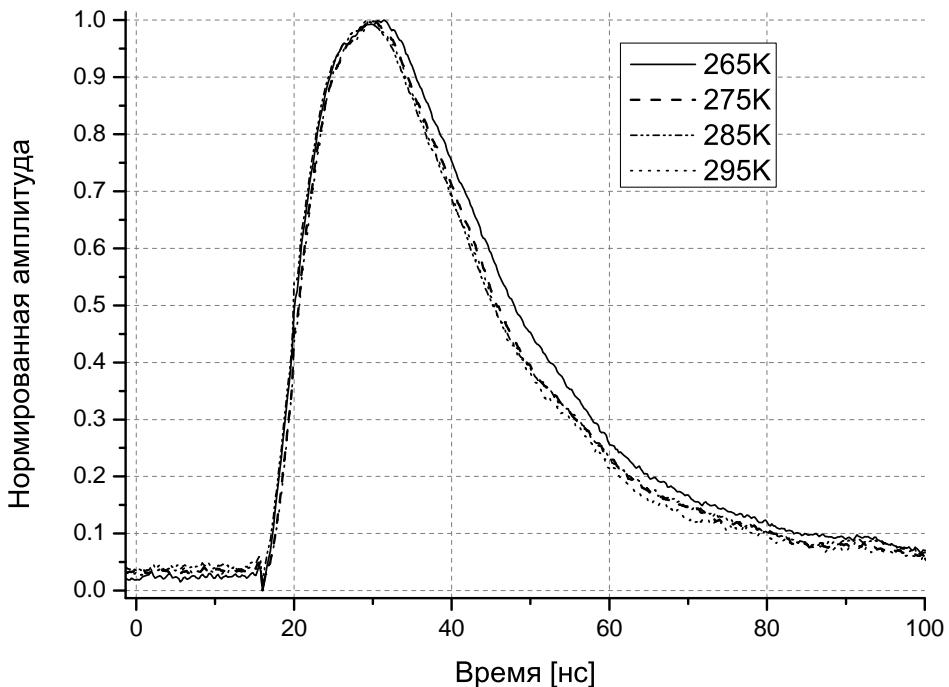


Рис. 20. Форма сигнала для Hamamatsu S10362-33-025C при перенапряжении 4.5В и различных температурах. Сигнал отфильтрован от послеимпульсов, усреднен и нормирован на единичную амплитуду.

Также сигнал содержит случайный шум, который желательно подавить. Однако спектр шума в значительной степени перекрывается со спектром исследуемого сигнала и шум возможно подавить лишь частично. Для подавления шума был использован фильтр Савицкого-Голея третьего порядка и числом точек равным 51. При малом количестве точек в окне фильтр малоэффективен, т.е. соотношение сигнал / шум практически не улучшается. При большом количестве точек можно добиться существенного увеличения отношения сигнал / шум, однако это приведет к искажениям сигнала, и, что более существенно, не позволит разделять близко расположенные импульсы. Исходя из этих двух ограничений, количество точек было равным 51, что соответствует времени 10.2 нс.

Чтобы разделить записанный файл на множество независимых сигналов, используется следующий алгоритм:

- 1) Файл с данными читается в два массива: x и y.
- 2) Вычисляется первая и вторая производная при помощи фильтра Савицкого-Голея.
- 3) Запускается цикл, который пробегает последовательно все значения по индексу массива

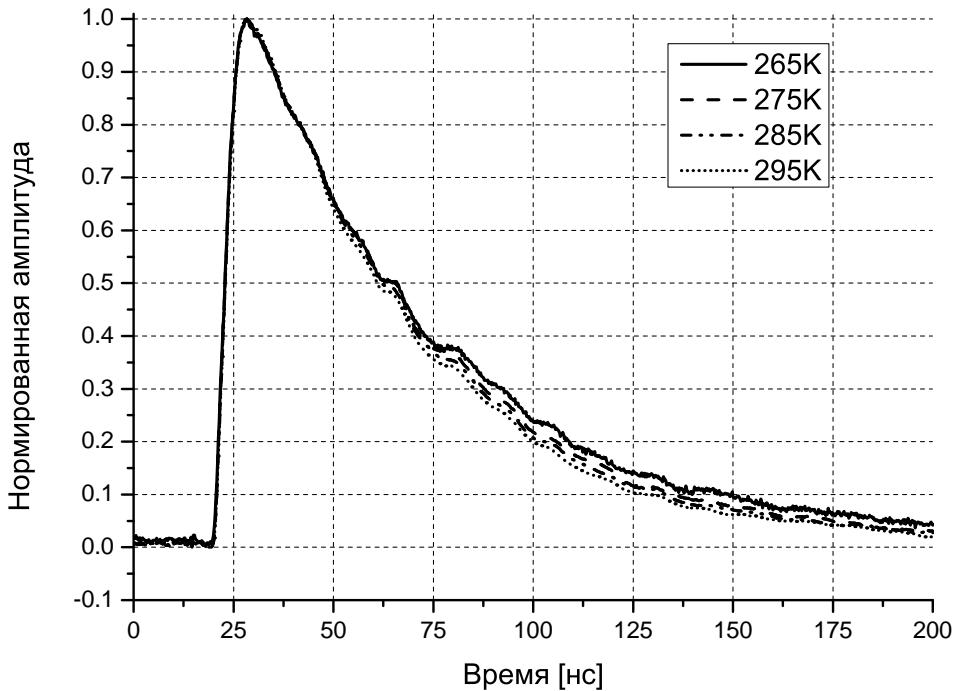


Рис. 21. Форма сигнала для КЕТЕК PM1125NS-SB0 при перенапряжении 4.5В и различных температурах. Сигнал отфильтрован от послеимпульсов, усреднен и нормирован на единичную амплитуду.

- 4) Если производная оказывается ниже порогового значения, то время, предшествующее этому событию на 20 нс, берется как время старта сигнала. Это условие необходимо для правильного вычисления базовой линии сигнала.
- 5) Если после того, как производная оказывается ниже порога и проходит более 5 нс и уровень сигнала выше порога по амплитуде, а также впереди на 50 нс производная не лежит ниже порога, то данное время считается временем окончания сигнала. Порог по амплитуде выбирается как пересечение сигнала с зашумленной базовой линией. Условие на отсутствие в течение 50 нс нового сигнала позволяет правильно восстановить для последующего сигнала базовую линию. Пороги по амплитуде, первой и второй производной выбираются фиксированными при данной температуре и перенапряжении.

В результате работы данного алгоритма файл с данными разбивается на множество независимых участков. На каждом участке может находиться как один импульс, так и большее количество.

Чтобы найти параметры A_i и t_i , данный участок необходимо аппроксимировать функцией (23). Поскольку данная функция внутренне нелинейна по параметру t_i , то необходимо задать начальные параметры времени начала сигнала. Для этого

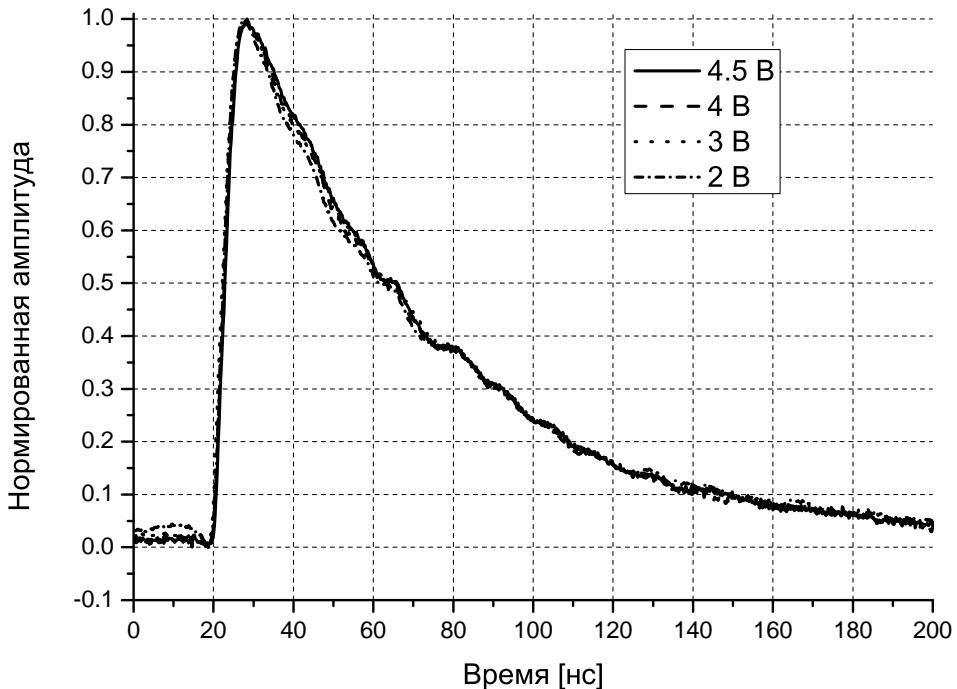


Рис. 22. Форма сигнала для КЕТЕК PM1125NS-SB0 при температуре 265К и различных значениях перенапряжения. Сигнал отфильтрован от послеимпульсов, усреднен и нормирован на единичную амплитуду.

используется следующий алгоритм:

- 1) Запускается цикл, начало и конец которого определяются временами старта и окончания участка сигнала, которые были получены ранее.
- 2) Если первая производная лежит ниже порога, то на участке, начиная с этого момента и заканчивая временем, большим на 5 нс, ищется минимум производной. Время, при котором первая производная достигла минимума, далее будет использовано в качестве стартового значения параметра t_i .
- 3) Если первая производная превысила пороговое значение и прошло более 5 нс, то разрешается поиск следующего превышения порога.

Примечание: правильнее использовать минимум второй производной в качестве времени старта сигнала. Однако использование минимума первой производной оказывается достаточно для правильного нахождения времени старта.

Для проверки правильности работы алгоритма была написана программа, позволяющая моделировать сигнал с SiPM. Сначала был рассмотрен самый простой случай - все сигналы имеют одинаковую амплитуду, а расстояние между ними имеет экспоненциальное распределение с $\tau = 150\text{ нс}$.

Далее алгоритм применялся для нахождения параметров Hamamatsu S10362-

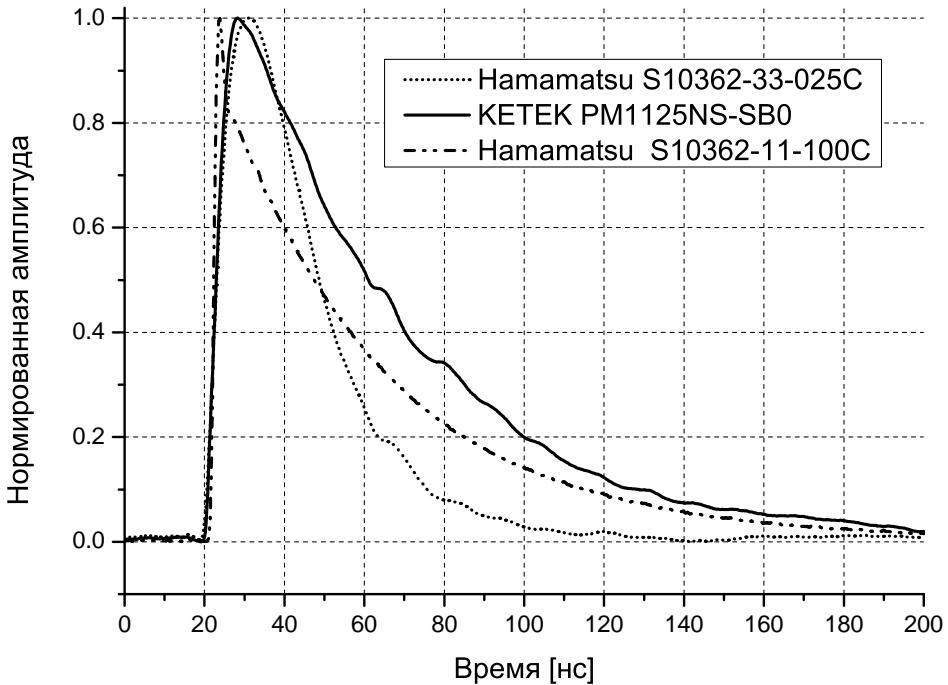


Рис. 23. Форма сигнала для КЕТЕК PM1125NS-SB0 и Hamamatsu S10362-33-025C при температуре 295K и перенапряжении 4.5В и для Hamamatsu S10362-11-100C при напряжении 70В и температуре 303K. Сигнал отфильтрован от послеимпульсов, усреднен и нормирован на единичную амплитуду.

11-100C. Данный SiMP имеет размер пикселя 100 мкм, что позволяет получать лучшее соотношение сигнал / шум, чем для SiPM с 25 микронным пикселеем. Также этот SiPM имеет короткое время нарастания фронта около 1нс, что позволит лучше разделять импульсы, чем при анализе сигнала с других SiPM.

В результате анализа сигнала с Hamamatsu S10362-11-100C при температуре 303K и напряжении 70В и различных порогах $(\chi^2/Dof)_{th}$ были получены спектры временных интервалов (рис. 26).

На временах меньше 100 нс наблюдается искажение спектра из-за некорректности работы алгоритма. Это связано с тем, что при завышенном пороге по χ^2/Dof алгоритм обработки не продолжает увеличивать количество сигналов в аппроксимируемой функции (параметр N в формуле (23)) и останавливается. То есть, например, вместо двух сигналов алгоритм найдет один и остановится. Это приведет к меньшей доли коротких временных интервалов.

В другом предельном случае при использовании заниженного порога по χ^2/Dof алгоритм найдет правильное количество сигналов, но не остановится и будет увеличивать параметр N . Если N достигло наибольшего числа доступных для ап-

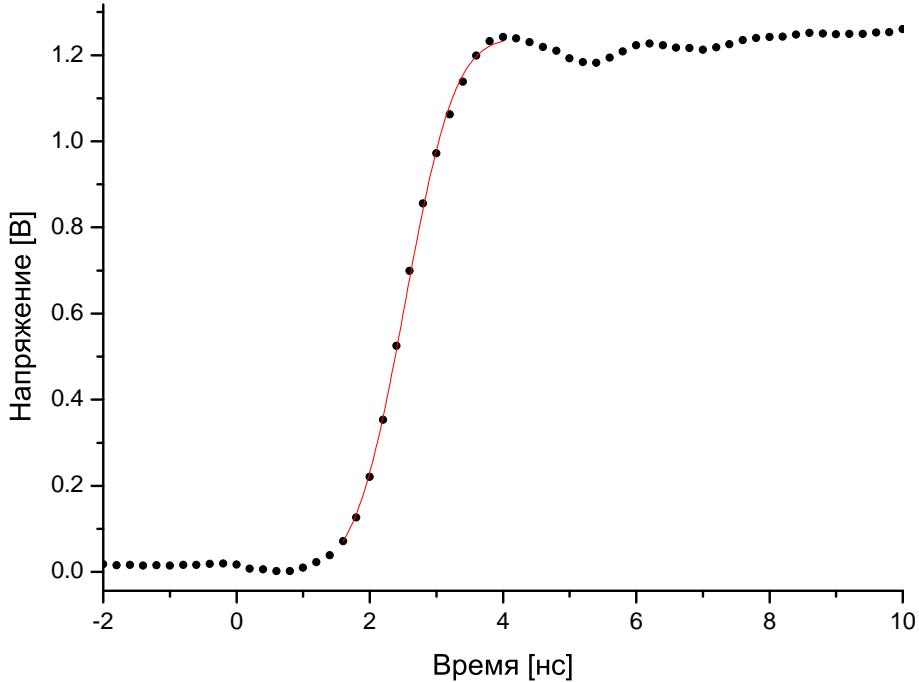


Рис. 24. Меандр с генератора, оцифроенный осциллографом. На рисунке изображен усредненный 512 раз передний фронт меандра, аппроксимированный функцией (21). $\sigma \approx 0.6$ нс.

проксимации функций (в наше случае их пять), то алгоритм остановится и сигнал будет аппроксимирован этим количеством сигналов. Также алгоритм может остановиться раньше, если условие на χ^2/Dof оказалось выполненным. В любом случае при завышенном пороге по χ^2/Dof появится аномальное увеличение коротких временных интервалов.

Чтобы избежать искажения спектра временных интервалов из-за подобных неоднозначностей применяется более продвинутый алгоритм. Для начала рассмотрим корреляцию между амплитудой, полученной при аппроксимации сигнала однокомпонентной функцией ($N = 1$), и полученным значением χ^2/Dof (рис. 27). Можно заметить несколько четко выделяющихся кластеров: A_1 , B_1 , C_1 и т.д. Кластер A_1 соответствует одноэлектронным сигналам. Кластеры B_1 , C_1 и т.д. соответствуют событиям, когда одновременно сработали две, три и большее количество ячеек одновременно, причем эти сигналы расположены далеко от других сигналов. Из-за этого они имеют низкое значение χ^2/Dof при аппроксимации однокомпонентной функцией. Остальные события со значением $\chi^2/Dof > 4$ (будем обозначать множеством Z_1) соответствуют нескольким сигналам, расположенным на относительно небольшом расстоянии друг от друга.

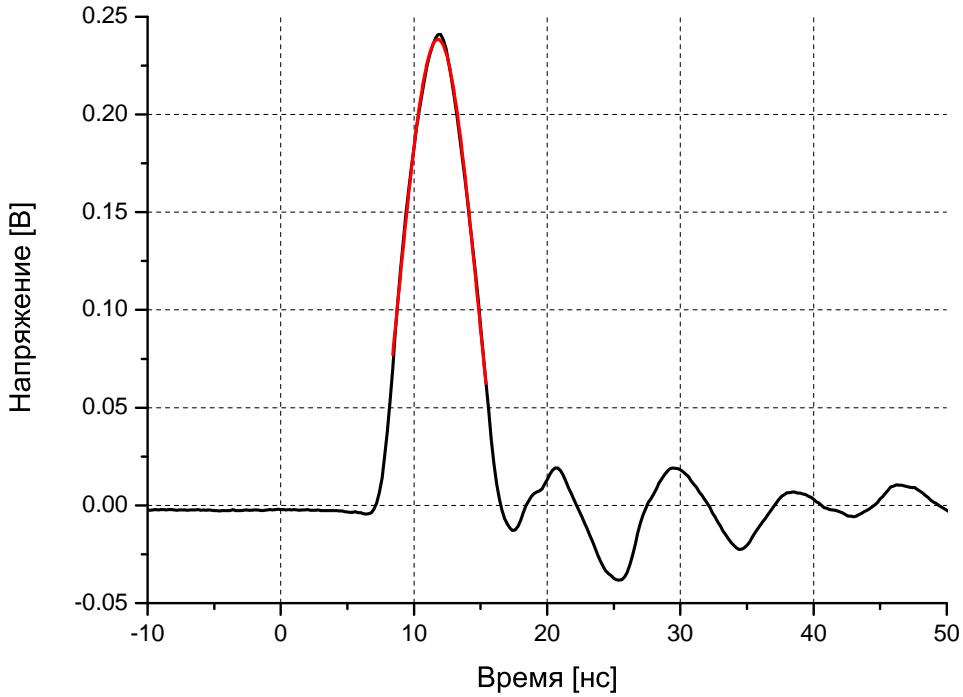


Рис. 25. Сигнал с генератора, прошедший через тестовый вход усилителя и оцифрофанный осциллографом. На рисунке изображен усредненный 512 раз сигнал. Пик аппроксимирован гауссовым распределением ($\sigma = 3$ нс).

Далее аппроксимируем события из множества Z_1 двухкомпонентной функцией. В том случае каждое событие будет характеризоваться четырьмя параметрами: χ^2/Dof , $atrp_1$, $atrp_2$ - амплитуды первого и второго сигнала, Δt - расстояние между сигналами. Для начала построим корреляцию между суммарной амплитудой $atrp_1 + atrp_2$ и значением χ^2/Dof (рис. 28).

В этом случае также можно выделить несколько характерных множеств. Рассмотрим корреляции расстояния между сигналами и суммарной амплитудой.

Множество A_2 составляют сигналы, которые условно разделяются на два множества: α_1 и β_1 . Множество α_1 соответствует двум близкорасположенным сигналам, причем их суммарная амплитуда вдвое больше амплитуды одноэлектронного импульса. Это означает, что эти сигналы пришли с разных ячеек и являются темновыми сигналами. В тоже время сигналы из множества β_1 имеют амплитуду, зависящую от расстояния между сигналами. Это означает, что первый имел был одноэлектронным, а последующий оказался послеимпульсом.

Аналогичную корреляцию можно построить и для множества B_2 (рис. 30).

В этом случае в множеству α_2 будут принадлежать два близкорасположенных сигнала один из которых имеет одноэлектронную амплитуду, а другой двойную

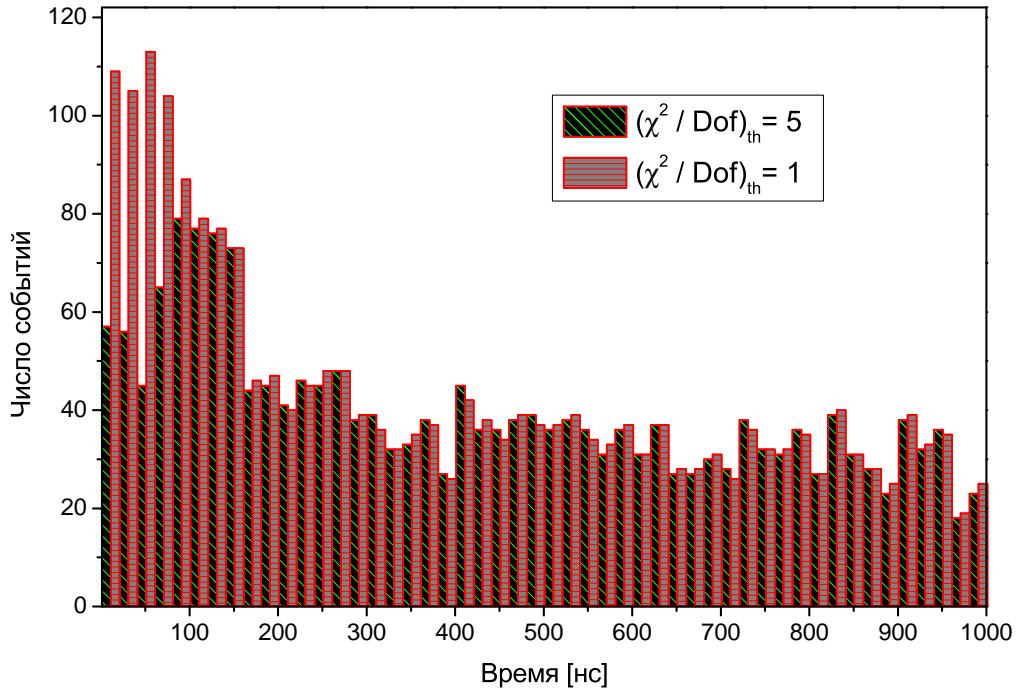


Рис. 26. Распределение временных интервалов для Hamamatsu S10362-11-100C. Напряжение 70В, температура 303К. На временах меньше 100 нс наблюдается искажение спектра из-за некорректной работы алгоритма.

амплитуду, т.е. вызванный одновременным срабатыванием двух ячеек из-за кросстока. Множество β_2 содержит сигналы, которые можно разделить на две группы. Первая группа образована сигналами, в которых вначале одновременно сработали две ячейки, а потом одна из ячеек дала послеимпульс. Вторая группа образована сигналами, в которых вначале сработала одна ячейка, затем через некоторое время произошел послеимпульс, который вызвал кроссток.

Множества, аналогичные A_2 и B_2 с большой суммарной амплитудой соответствуют событиям, когда одновременно сработали большее количество ячеек.

События, попадающие в множества A_1 и A_2 , соответствуют сигналам без кросстока. Если исследовать события, в которых присутствует более двух сигналов, то получим аналогичные множества A_3 , A_4 и т.д. Однако большая часть событий (95%) описывается одно и двухкомпонентными сигналами, поэтому события с большим количеством сигналов можно не рассматривать.

Далее построим спектр временных интервалов. При его построении нужно учитывать лишь сигналы без кросстоков, чтобы потом аппроксимировать спектр функцией (12). Это означает, что мы рассматриваем только те события, которые попали в множества A_1 или A_2 (множествами A_3 , A_4 и т.д. можно пренебречь).

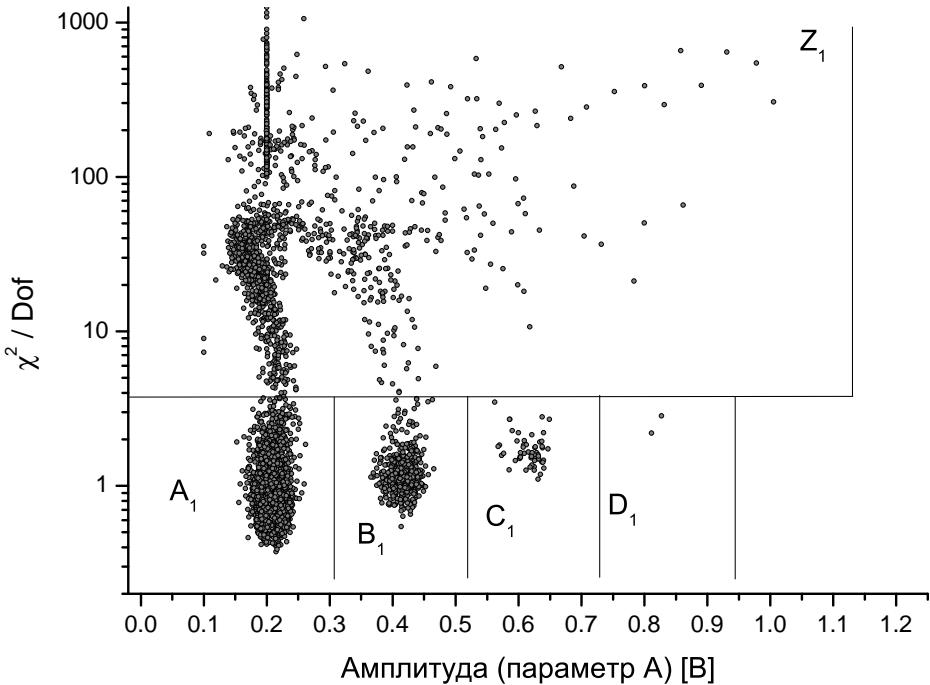


Рис. 27. Корреляция амплитуда - χ^2 / Dof при аппроксимации всех найденных сигналов однокомпонентной функцией. Сигнал получен с Hamamatsu S10362-11-100C при перенапряжении 1В и температуре 295К.

Алгоритм нахождения временных интервалов следующий: Запускается цикл, перебирающий поочередно все сигналы в хронологическом порядке. 1) При нахождении первого сигнала возможен один из трех вариантов. Если первый найденный сигнал $\in A_1$, то никаких действий не производится и начинается шаг 2). Если первый найденный сигнал $\in A_2$, то в гистограмму записывается расстояние между сигналами и начинается шаг 2). Если первый найденный сигнал $\in A_1 \bar{U} A_2$, то рассматривается следующий сигнал и шаг 1) повторяется. 2) При нахождении последующих сигналов также возможен один из несколько вариантов. Если последующий сигнал $\in A_1$ и предыдущий сигнал $\in A_1 \cup A_2$, то в гистограмму записывается временной интервал между временем начала сигнала и предыдущим сохраненным временем. Если последующий сигнал $\in A_1$ и предыдущий сигнал $\in A_1 \bar{U} A_2$, то в гистограмму ничего не записывается. Если последующий сигнал $\in A_2$ и предыдущий сигнал $\in A_1 \cup A_2$, то в гистограмму записывается временной интервал между временем начала первого сигнала и предыдущим сохраненным временем, а также временной интервал между первым и вторым сигналом. Если последующий сигнал $\in A_2$ и предыдущий сигнал $\in A_1 \bar{U} A_2$, то в гистограмму записывается временной интервал между первым и вторым сигналом. Далее шаг 2)

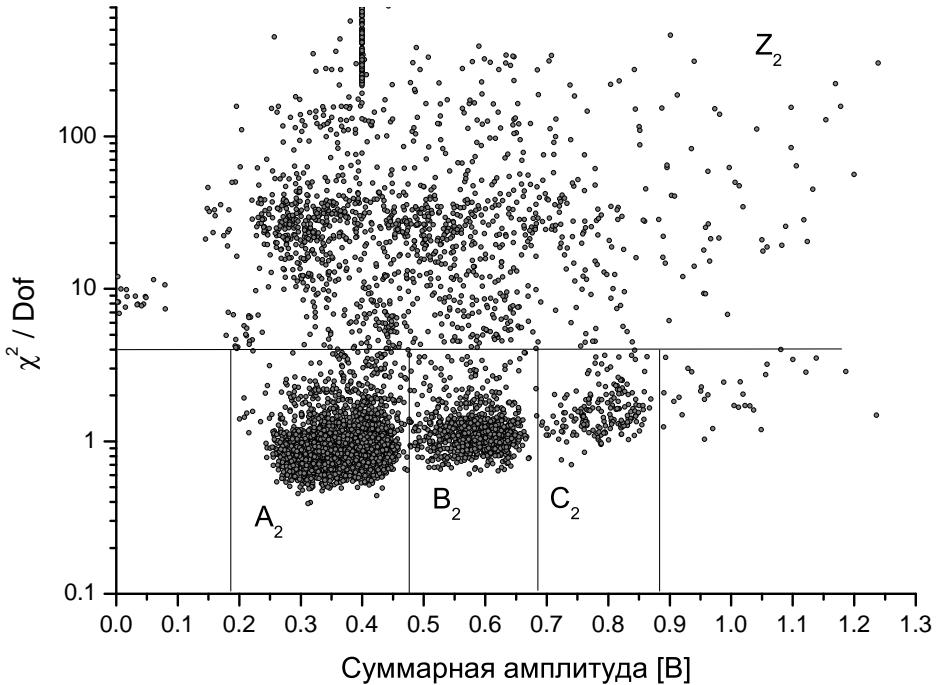


Рис. 28. Корреляция амплитуда - χ^2/Dof при аппроксимации множества Z_1 (см. рис. 27) двухкомпонентной функцией. Сигнал получен с Hamamatsu S10362-11-100C при перенапряжении 1В и температуре 295К.

повторяется, пока не будут рассмотрены все оставшиеся сигналы.

В результате получим спектр временных интервалов, изображенный на рис. ???. В результате аппроксимации спектра функцией (12) найдем параметры p_s , p_f , ν_s , ν_f , ν_{DC} .

При времени около 25 нс наблюдается изменение монотонности спектра. Это связано с тем, что если после импульса происходит в ячейке через промежуток времени меньше 25 нс после предыдущего импульса, то его амплитуда будет мала и такой импульс нельзя будет отличить от шумов. Из-за этого импульс будет распознан как однокомпонентный и он не даст вклада в малые времена. Это приведет к искажению спектра. Для правильной аппроксимации необходимо принимать во внимание только временные интервалы, большие некоторого порогового времени (около 25 нс.) Чтобы уточнить это время была проведена аппроксимация при различных пороговых значениях. На рис. 32 приведена зависимость обратного параметра $1/\nu_f$ от временного порога.

На участке от 25 до 30 нс значение параметра меняется мало. Аналогичная зависимость наблюдается и для других параметров. Таким образом, оптимальный временной порог находится от 25 до 30 нс. В дальнейшем был выбран порог в 25

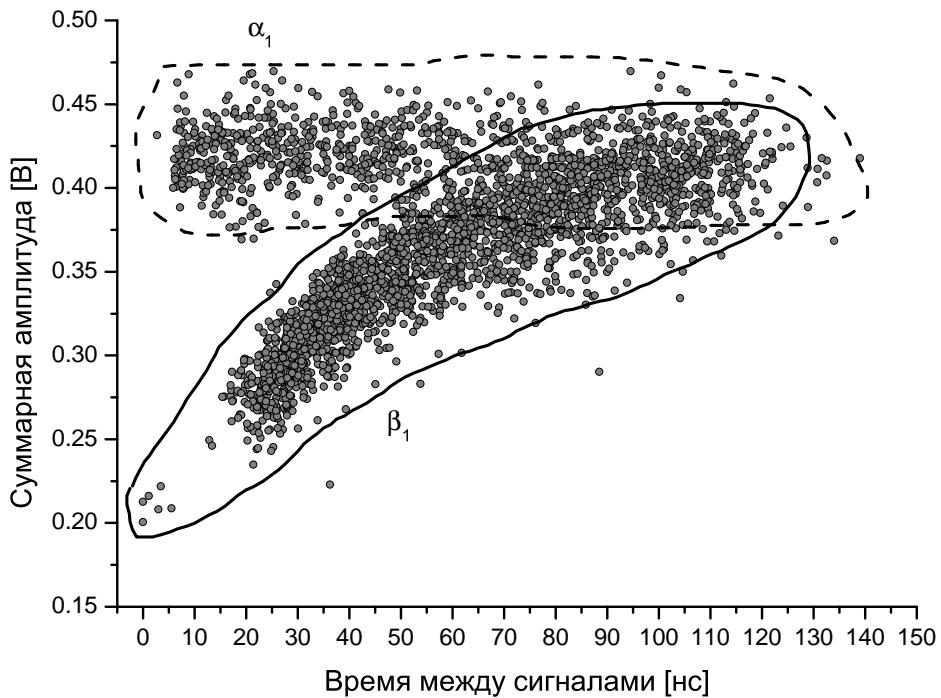


Рис. 29. Корреляция расстояния между сигналами и суммарной амплитудой при аппроксимации множества A_2 (см. рис. 28) двухкомпонентной функцией. Сигнал получен с Hamamatsu S10362-11-100C при перенапряжении 1В и температуре 295К.

нс.

6. Темновые токи

Для измерения темновых токов использовалась установка, аналогичная предыдущей (рис. 11), только без светодиода. Запуск производился по внутреннему триггеру. Построив зависимость частоты срабатываний от величины порога, можно найти частоту темнового тока. В данном случае будут учтены еще и послеимпульсы, но их можно вычесть в дальнейшем. Сначала данные длиной 120 мкс записываются на компьютер. Потом вычисляется среднее значение базовой линии на участке, где не наблюдается сигнал. Затем в программе вычисляется количество импульсов, больших по амплитуде, чем установленный порог. Начальное значение порога равно нулю и отсчитывается от базовой линии. Конечное значение выбирается немногим больше максимально наблюдаемой амплитуды сигнала. Итого, полученное количество импульсов делится на длину записанного участка в секундах (120 мкс·число отрезков). В результате получается так называемая "лестни-

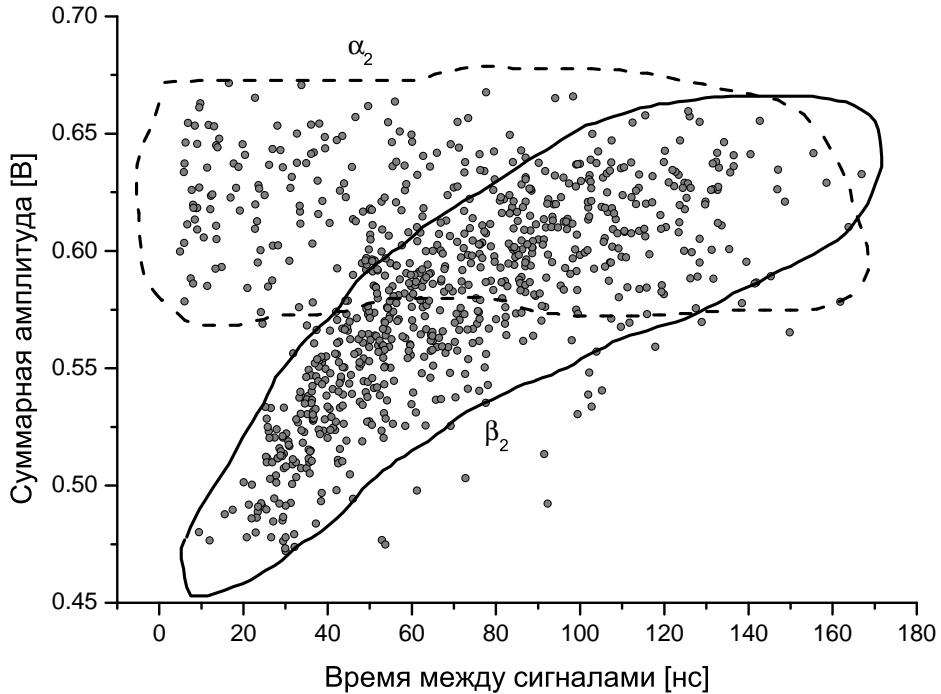


Рис. 30. Корреляция расстояния между сигналами и суммарной амплитудой при аппроксимации множества B_2 (см. рис. 28) двухкомпонентной функцией. Сигнал получен с Hamamatsu S10362-11-100C при перенапряжении 1В и температуре 295К.

ца график, показывающий частоту сигнала в зависимости от порога (рис. 34).

Штриховой линией обозначен уровень плато, где частота практически не зависит от порога. Частота, соответствующая плато, является частотой темновых токов. Сигналы, имеющие амплитуду меньше, чем уровень плато, являются шумами или послеимпульсами. Сигналы, имеющие амплитуду больше, чем уровень плато, возникают уже из-за кросstalkов. Плато аппроксимируется константой и строится зависимость частоты от температуры. Частота темновых токов пропорциональна плотности свободных носителей, которая выражается следующей формулой [12]:

$$n(T) = A \cdot T^{3/2} \cdot \exp \left[-\frac{E_g}{2k_B \cdot T} \right], \quad (24)$$

где A - константа, зависящая от материала и технологических параметров, T - абсолютная температура, E_g - ширина запрещенной зоны, k_B - константа Больцмана.

Зависимость частоты от температуры была аппроксимирована функцией (24). $\chi^2/DoF < 1$, поэтому выбранная зависимость хорошо описывает данные.

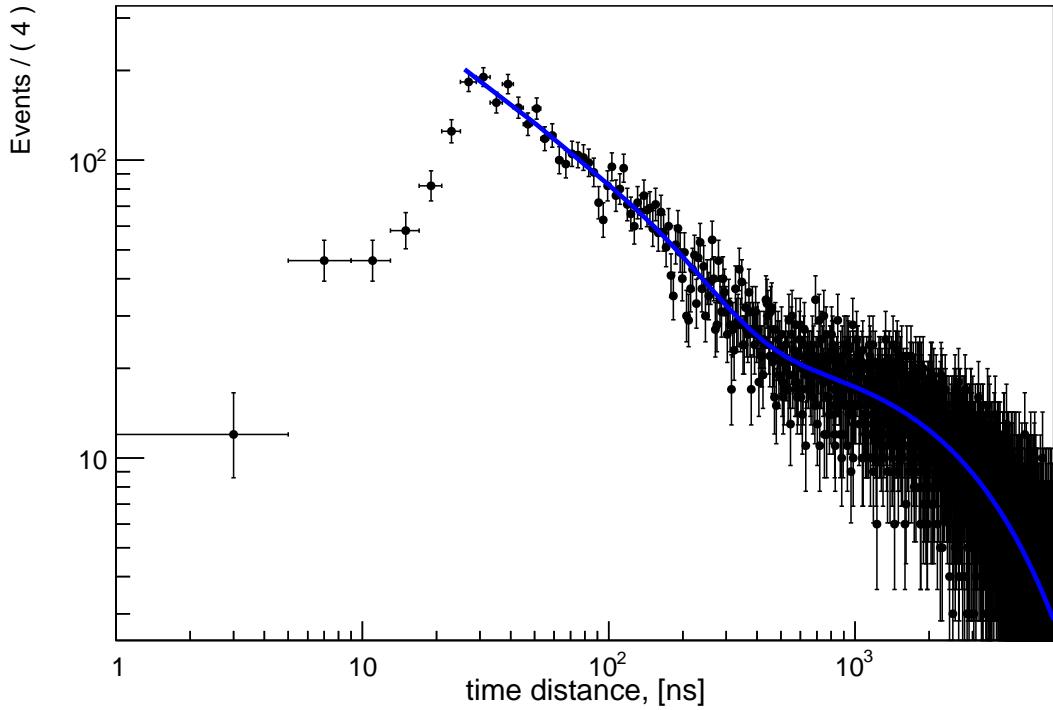


Рис. 31. Спектр временных интервалов, аппроксимированный функцией (12). События с кросстоком не учитываются. Сигнал получен с Hamamatsu S10362-11-100C при перенапряжении 1В и температуре 295К.

Также темновой ток зависит от перенапряжения при фиксированной температуре. При низком перенапряжении ширина плато становится настолько малой, что определить частоту темновых токов становится невозможным. Все зависимости были аппроксимированы экспоненциальной функцией, причем $\chi^2/DoF \approx 1$, поэтому данная зависимость удовлетворительно описывает данные.

$$\nu(\Delta V, T = const) = B \cdot \exp[k_{\Delta V} \cdot \Delta V] \quad (25)$$

В других работах наблюдали как линейный рост частоты темновых токов от перенапряжения при фиксированной температуре [6] и [7], так и экспоненциальный [11].

Зависимость частоты одновременно и от перенапряжения и от температуры можно записать следующим образом:

$$\nu(\Delta V, T) = C \cdot T^{3/2} \cdot \exp \left[-\frac{E_g}{2k_B \cdot T} + k_{\Delta V} \cdot \Delta V \right] \quad (26)$$

Константа C не зависит ни от перенапряжения, ни от температуры. Для того, чтобы найти значения $C, E_g, k_{\Delta V}$, все измерения частоты от температуры и

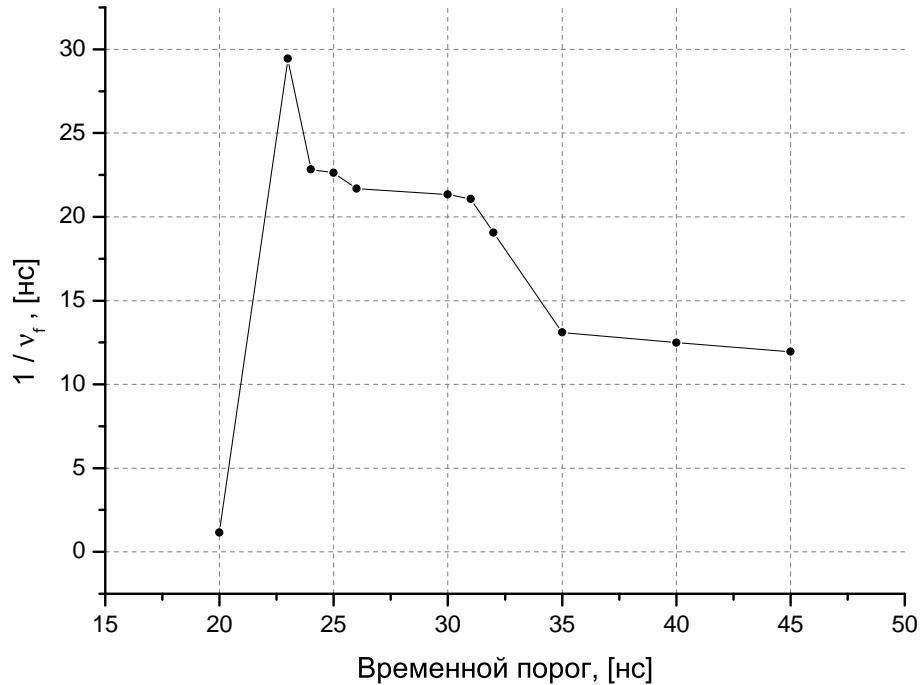


Рис. 32. Сигнал получен с Hamamatsu S10362-11-100C при перенапряжении 1В и температуре 295К.

перенапряжения были аппроксимированы функцией (26). В результате были восстановлены следующие значения:

$$C = (1.76 \pm 0.41) \cdot 10^8 [\Gamma u]$$

$$E_g = 0.75 \pm 0.01 [\partial B]$$

$$k_{\Delta V} = 0.426 \pm 0.012 [1/B]$$

Точность аппроксимации двумерной функцией (26) оказалась ниже ($\chi^2/DoF = 160/67$), чем точность аппроксимации каждой из зависимостей (24) или (25), т.к. в этом случае параметры функции должны оставаться неизменными для всех измерений.

7. Кросстоки

Существует несколько схожих вариантов измерения кросстока. Первый заключается в использовании графика-лестницы. При построении зависимости частоты появления сигналов от порога на графике можно наблюдать несколько участков, на которых частота практически не зависит порога. Первое плато соответствует

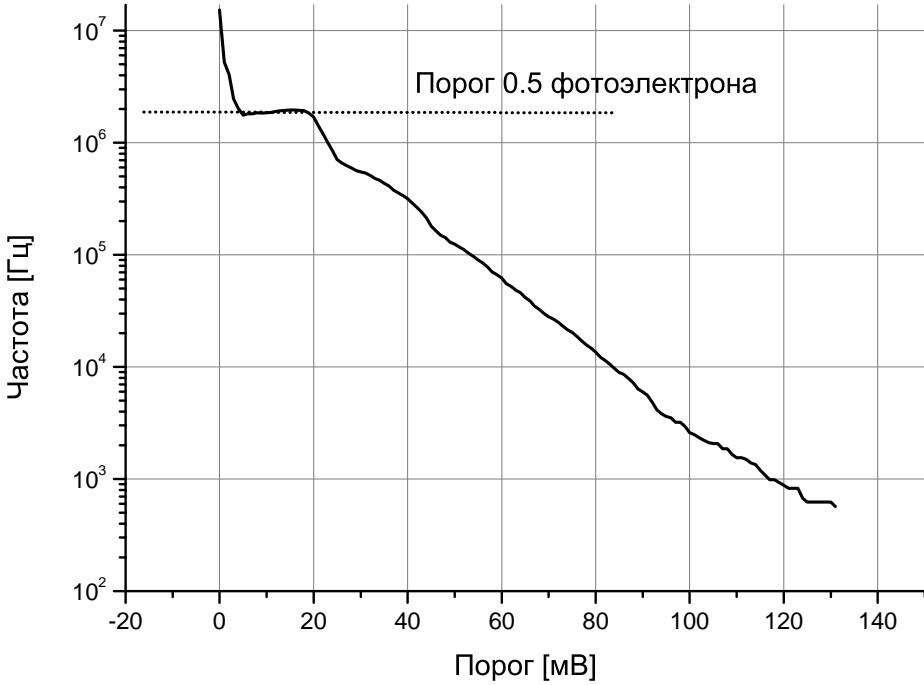


Рис. 33. График-лестница для Hamamatsu S10362-33-025C. Напряжение 73В, температура 295К. Плато соответствует порогу в половину одноэлектронного импульса.

частоте темновых токов, которая обозначается $\nu_{0.5p.e.}$. Следующие наблюдаемые плато будут обусловлены наличием кросстоков. Частота второго плато обозначается $\nu_{1.5p.e.}$, третьего - $\nu_{2.5p.e.}$ и т.д. Вероятность кросстока можно найти как отношение двух частот: $P_{X-talk} = \nu_{1.5p.e.}/\nu_{0.5p.e.}$. Однако в нашем случае разрешение по амплитуде оказывается недостаточным, чтобы различить другие плато, кроме первого, поэтому данный метод не сработает.

Второй подход заключается в интегрировании сигнала за определенное время. Если построить спектр накопленного заряда, то можно будет увидеть множество пиков. Первый пик с центром в нуле - пьедестал, обусловленный интегрированием шумов. Второй пик обусловлен одноэлектронным импульсом. Последующие пики возникают из-за наличия кросстоков. Число событий в пиках обозначим $N_{ip.e}$, где i - номер пика, равный 1 для одноэлектронного. Если найти отношение числа событий в пиках, вызванных кросстоком, к полному числу зарегистрированных полезных (не шумовых) событий, то мы получим вероятность кросстока:

$$P_{X-talk} = N_{i>1p.e.}/(N_{i>1p.e.} + N_{1p.e})$$

Преимущество этого подхода заключается в хорошем разрешении по заряду,

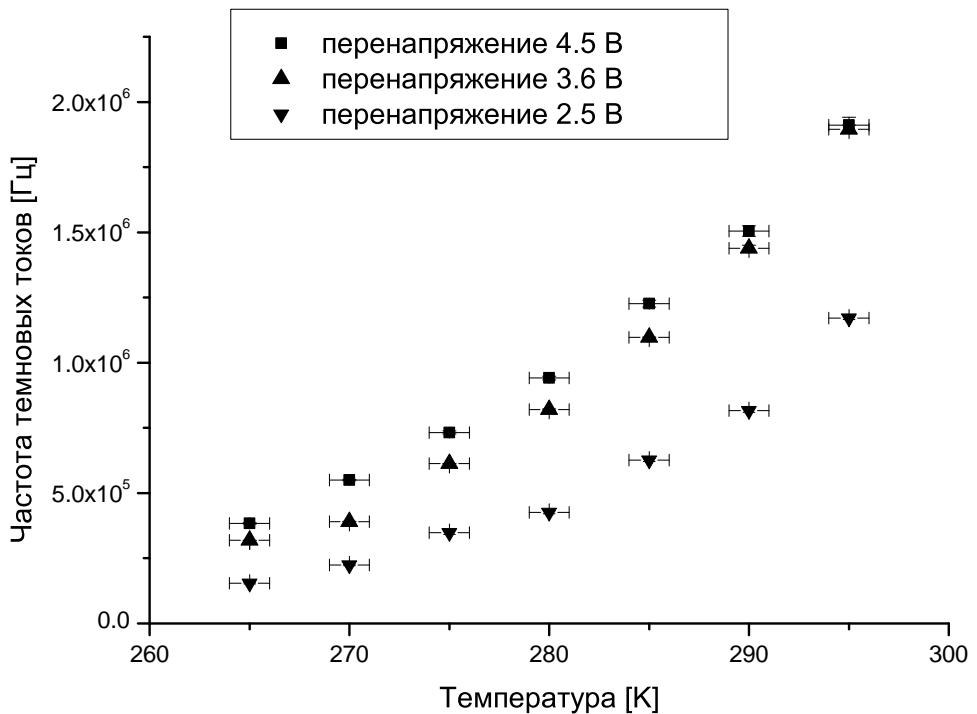


Рис. 34. Частота темновых токов в зависимости от температуры для Hamamatsu S10362-33-025C. Данные аппроксимированы зависимостью (24), причем $\chi^2/DoF < 1$.

позволявшему четко разделять пики. Недостаток же заключается во вкладе постимпульсов в заряд, что приводит к искажению зарядового спектра и неоднозначному нахождению числа событий в одноэлектронном пике.

Третий, и наиболее правильный вариант измерений заключается в отбрасывании тех событий, которые содержат постимпульсы. Построив зависимость заряда сигнала от расстояния между ближайшими сигналами, можно наблюдать следующую картину...

8. Последимпульсы

Схема измерения аналогична схеме измерения темновых токов и кросстока. Отличие состоит в обработке сигнала. Если раньше сигнал обрабатывался в режиме on-line, то теперь данные сначала записываются на компьютер, а затем обрабатываются. При записи использовался внутренний триггер. Уровень триггера выбирался примерно на уровне 50% от величины одноэлектронного импульса. Непрерывная длина записи составила 120 мкс.

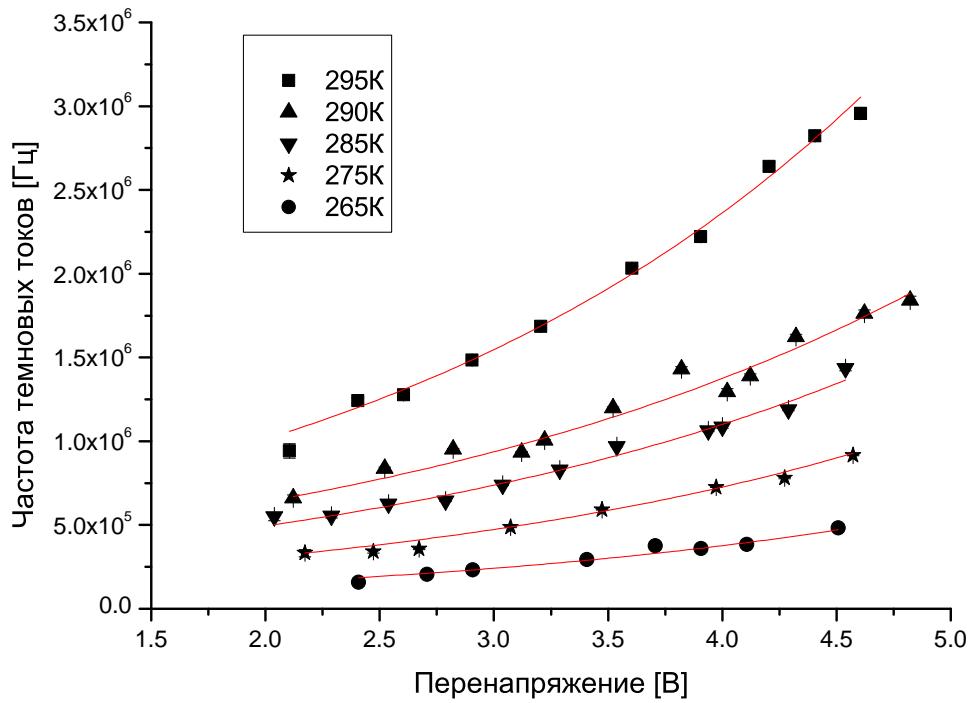


Рис. 35. Зависимость частоты темновых токов от перенапряжения при фиксированной температуре для Hamamatsu S10362-33-025C. Данные аппроксимированы экспоненциальной зависимостью (25), причем $\chi^2/DoF \approx 1$.

9. Квантовая эффективность

Список литературы

- [1] D. Motta, S. Schonert Optical properties of bialkali photocathodes Nuclear Instruments and Methods in Physics Research A 539 (2005) 217–235
- [2] TOWARD A USER'S TOOLKIT FOR MODELING SCINTILLATOR PROPORTIONALITY AND LIGHT YIELD
- [3] M.D. Lay, Nucl. Instr. and Meth. A 383 (1996) 485; M.D. Lay, M.J. Lyon, Nucl. Instr. and Meth. A 383 (1996) 495.
- [4] Light output and energy resolution of $Lu_{0.7}Y_{0.3}AlO_3 : Ce$ and $Lu_{1.95}Y_{0.05}SiO_5 : Ce$ scintillators
- [5] Characterisation Studies of Silicon Photomultipliers Patrick Eckert, Hans-Christian Schultz-Coulon, Wei Shen, Rainer Stamen, Alexander Tadday
- [6] Characterization and Simulation of the Response of Multi Pixel Photon Counters to Low Light Levels A. Vacheretc, G.J. Barkerh arXiv:1101.1996v1 [physics.ins-det] 11 Jan 2011
- [7] Y. Du, F. Retiere, Nucl. Instr. and Meth. A 596 (2008) 396-401
- [8] Fabrice Retiere International workshop on new photon-detectors PD07 Kobe University, Kobe, Japan 27-29 June, 2007
- [9] Modeling crosstalk in silicon photomultipliers L. Gallego, J. Rosado, F. Blanco and F. Arqueros
- [10] Silicon Photomultiplier's Gain Stabilization by Bias Correction for Compensation of the Temperature Fluctuations P. Dorosz, M. Baszczyk, S. Glab, W. Kucewicz, L. Mik, M. Sapor
- [11] Temperature and Bias Voltage Dependence of the MPPC Detectors N. Dinu, C. Bazin. V. Chaumat, C. Cheikali, A. Para, Member, IEEE, V. Puill, C. Sylvia, J.F. Vagnucci
- [12] Characterization of SiPM: temperature dependencies. Marco Ramilli
- [13] Characterisation of a silicon photomultiplier device for applications in liquid argon based neutrino physics and dark matter searches P.K. Lightfoot , G.J. Barker b, K. Mavrokordis , Y.A. Ramachers , N.J.C. Spooner
- [14] Determination of the recovery time of silicon photomultipliers Parrick Hallen Bachelor's thesis in physics