

N_{born} - число световых фотонов, родившихся в сцинтилляторе.

$N_{cathabs}$ - число световых фотонов, поглощенных в фотокатоде

$N_{p.e.}$ - число зарегистрированных фотоэлектронов

N_e - число электронов, собранных на последнем аноде ФЭУ

Все эти величины связаны следующими соотношениями:

$$N_{cathabs} = \sum_{i=0}^{N_{born}} n_{cathabs}$$

$$N_{p.e.} = \sum_{i=0}^{N_{cathabs}} n_{p.e.}$$

$$N_e = \sum_{i=0}^{N_{p.e.}} G$$

$n_{cathabs}$ - число световых фотонов, поглощенных в фотокатоде, если в сцинтилляторе родился один световой фотон

$n_{p.e.}$ - число зарегистрированных фотоэлектронов, если в фотокатоде поглотился один световой фотон

G - число электронов, собранных на ФЭУ, при условии, что родился один фотоэлектрон

В процессе измерений мы регистрируем число электронов N_e . Энергетическое разрешение будет определяться следующим образом:

$$\delta E = \frac{\sqrt{Var[N_e]}}{E[N_e]}$$

В дальнейшем более удобно будет использовать квадрат этой величины δE^2 .

Чтобы посчитать мат. ожидание и дисперсию величины, представляющей собой сумму флуктуирующих величин, где число слагаемых тоже является случайной величиной, необходимо воспользоваться тождеством Вальда. Данное тождество утверждает следующее:

$$E \left[\sum_{i=0}^N X_i \right] = E[N] * E[X]$$

Как следствие этого тождества получаем выражение для дисперсии:

$$Var \left[\sum_{i=0}^N X_i \right] = Var[N] * (E[X])^2 + Var[X] * E[N]$$

Воспользовавшись этими двумя выражениями, выразим квадрат энергетического разрешения δE^2 через базовые величины N_{born} , $n_{cathabs}$, $n_{p.e.}$, G , которые описывают детектор:

$$\delta E^2 = \frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2} + \frac{Var[n_{cathabs}]}{(E[n_{cathabs}])^2} * \frac{1}{E[N_{born}]} + \frac{Var[n_{p.e.}]}{(E[n_{p.e.}])^2} * \frac{1}{E[N_{cathabs}]} + \frac{Var[G]}{(E[G])^2} * \frac{1}{E[N_{p.e.}]}$$

Рассмотрим каждое из слагаемых подробнее.

Слагаемое $\frac{Var[N_{born}]}{(E[N_{born}])^2}$ описывает вклад флуктуации числа фотонов, рожденных в сцинтилляторе. Стоит заметить, что $Var[N_{born}] \neq E[N_{born}]$, то есть пуассоновская статистика не выполняется. Детальное описание факторов, влияющих на собственное энергетическое разрешение сцинтиллятора можно найти в [1].

Выражение $\frac{Var[n_{cathabs}]}{(E[n_{cathabs}])^2} * \frac{1}{E[N_{born}]}$ описывает вклад флуктуаций сбора света на фотокатод. Существует множество факторов, влияющих на величину флуктуации: разброс точки взаимодействия рентгеновского кванта и сцинтиллятора, флуктуации поглощения световых фотонов в толще сцинтиллятора, оптической смазки или фотокатода и т.д. Чтобы найти эту величину, необходимо смоделировать распространение света в сцинтилляторе. Также тут присутствует фактор подавления $\frac{1}{E[N_{born}]}$: чем больше число рожденных фотонов, тем меньше светосбор влияет на энергетическое разрешение.

Следующее слагаемое $\frac{Var[n_{p.e.}]}{(E[n_{p.e.}])^2} * \frac{1}{E[N_{cathabs}]}$ описывает флуктуации числа регистрируемых фотонов, вызванные конечной конверсионной эффективностью фотокатода. Под конверсионной эффективностью понимается отношение числа зарегистрированных фотоэлектронов к числу фотонов, поглощенных в толще фотокатода. Конверсионная эффективность предполагается не зависящей от угла падения фотона, как было показано в [2]. Также для простоты мы предполагаем конверсионную эффективность не зависящей от длины волны падающего света, что работает лишь в приближении. Величина $n_{p.e.}$ имеет распределение Бернулли, причем мат. ожидание равно коэффициенту конверсии $E[n_{p.e.}] = Conv$ и $Var[n_{p.e.}] = Conv(1 - Conv)$. Таким образом, начальное выражение можно упростить до следующего: $\frac{1-Conv}{Conv} * \frac{1}{E[N_{cathabs}]}$.

Последнее слагаемое $\frac{Var[G]}{(E[G])^2} * \frac{1}{E[N_{p.e.}]}$ описывает флуктуации усиления ФЭУ. Флуктуации усиления обычно не превышают 10 – 20%, а наличие фактора подавления $E[N_{p.e.}]$ делает вклад данного слагаемого в энергетическое разрешение еще меньше.

Список литературы

- [1] TOWARD A USER'S TOOLKIT FOR MODELING SCINTILLATOR PROPORTIONALITY AND LIGHT YIELD
- [2] M.D. Lay, Nucl. Instr. and Meth. A 383 (1996) 485; M.D. Lay, M.J. Lyon, Nucl. Instr. and Meth. A 383 (1996) 495.