

Лекция 1. Понятие модели, функции и классификация моделей.

Модель – это представление объекта, системы или понятия (идеи) в некоторой форме, отличной от формы их реального существования. Это средство, помогающее в объяснении, понимании или совершенствовании системы. Оно способствует пониманию и изменению окружающей среды.

Функции моделей.

1. **Средство осмысления действительности** (реальных связей и закономерностей). Правильно построенная модель вынуждает нас организовать свои замыслы, оценить и проверить их обоснованность.
2. **Средство общения** (преимущество модели - сжатость и точность описания, что отличает ее от разговорных языков и делает более понятной общую структуру исследуемого объекта, а также вскрывает важные причинно-следственные связи).
3. **Средство обучения и тренажа.**
4. **Инструмент прогнозирования.**
5. **Средство постановки экспериментов** и пр.

Модели можно классифицировать самыми различными способами. Укажем лишь некоторые группы моделей, которые могут быть положены в основу **классификации**:

- **статические** и **динамические**;
- **детерминированные** и **стохастические**;
- **дискретные** и **непрерывные** и т.п.

Удобно представлять модели в виде непрерывного спектра, на одном конце которого точные модели или макеты реальных объектов, а на другом – абстрактные математические модели. Последовательно имеем:

- **физические** или **натурные** (к ним примыкает **масштабированные**, как увеличенные, так и уменьшенные);
- **аналоговые** (свойства одного объекта представляются некоторым свойством другого объекта), примерами которых могут служить аналоговая ЭВМ, логарифмическая линейка, схемы, графики и др.;
- **управленческие игры** (чаще в диалоге "человек - ЭВМ");
- **математические модели** (символические).

В свою очередь, математические модели по ряду признаков имеют свою классификацию. Так, по характеру отображаемых свойств они делятся на функциональные и структурные. Первые отображают процессы функционирования объекта и часто имеют форму систем уравнений (тепловые, электрические, оптические, гидравлические, газодинамические и др.). Вторые же – только структурные свойства объекта и часто представляются в виде графов, матриц инцидентности и смежности, списков и т.п.

В зависимости от сложности объекта при его анализе или проектировании используют большее или меньшее число уровней абстракции. Наиболее крупными иерархическими уровнями являются

уровни, называемые **микроуровнем**, **макроуровнем** и **метауровнем**. Возникающие на практике фактические иерархические уровни или совпадают с одним из названных, или входят в один из них как некоторый подуровень.

На **микроуровне** используют математические модели, описывающие физическое состояние и процессы в сплошных средах. Фазовые переменные при этом фигурируют как функции многих независимых переменных, к которым относятся пространственные координаты и время, причем и пространство и время рассматриваются как непрерывные. Для моделирования здесь используется аппарат математической физики. Примерами служат дифференциальные уравнения в частных производных: уравнения электродинамики, теплопроводности, упругости, газовой динамики, отражающие процессы, протекающие в общем случае в трехмерной сплошной среде. Типовые фазовые переменные: электрические потенциалы, давления, температуры, концентрации частиц, плотности токов, механические напряжения и деформации. Анализ таких моделей сводится, как правило, к решению краевых задач математической физики.

На **макроуровне** производится дискретизация пространства и переход от распределенных моделей микроуровня к сосредоточенным моделям. Элементы этого уровня на микроуровне рассматривались как системы: резисторы, транзисторы, кронштейны, балки, станины, валы и пр. Типичные фазовые переменные: токи и напряжения, скорости и силы, потоки и давления и т.п. Они характеризуют проявления внешних свойств элементов при их взаимодействии между собой и внешней средой. Математические модели в этом случае - обыкновенные дифференциальные уравнения, превращающиеся в алгебраические и трансцендентные для статических моделей. С ростом числа элементов и сложности модели исследователь вынужден обратиться к моделированию на метауровне.

На **метауровне** системы представляют собой сложные устройства и комплексы. Роль элементов и внутренних параметров выполняют системы и выходные параметры макроуровня. Так, элементами для компьютера являются: процессор, оперативная память, устройство ввода-вывода и др. Выходные параметры: вероятность обслуживания поступивших заявок, среднее время простоя в очереди на обслуживание и т.п. К числу методов, применяемых на этом уровне, относятся: теория автоматического управления, планирование экспериментов, математическая логика, теория массового обслуживания и др. Это приводит к системам дифференциальных, логических уравнений, имитационным моделям систем массового обслуживания.

В настоящих лекциях рассматриваются методы анализа математических моделей динамических систем, в основном относящихся к макроуровню.

Принципы построения математических моделей.

В основу построения математической модели может быть положен один из следующих подходов.

1. **Физический принцип.** Он основывается на полных физических представлениях о моделируемом объекте. Известны все соотношения, связывающие внутренние переменные друг с другом, а также с внешней средой. Сфера применения такого подхода ограничена классом хорошо изученных объектов, хотя он уже достаточно велик.

2. **Принцип «черного ящика».** Отсутствует информация не только об элементах, но и о структуре объекта. Можем лишь выделить входные воздействия и измерить результаты откликов на них выходных переменных.

3. **Принцип «серого ящика»** (полуфизический принцип). Это пример разумного компромисса между первыми двумя принципами. Имеется неполная (какая-то часть) информация об объекте. Одним из примеров является задача параметрической идентификации: имеются уравнения объекта с точностью до вектора неизвестных параметров. Далее компоненты этого вектора находятся из условия максимального соответствия выходных характеристик модели выходным характеристикам объекта, полученным, например, на основе экспериментов по принципу «черного ящика».

Требования к «хорошей» модели. «Хорошая» модель должна быть:

- простой и понятной пользователю;
- целенаправленной (в соответствии с целями и задачами, решаемыми данной моделью);
- надежной (гарантия от абсурдных результатов);
- удобной в управлении и обращении (общение должно быть легким);
- полной (с точки зрения возможностей решения главных задач);
- адаптивной (легкий переход к другим модификациям и смена данных);
- допускающей постепенные изменения (будучи изначально простой, она во взаимодействии с пользователем может становиться более сложной).

В свою очередь, к математическим моделям основными требованиями являются: *адекватность, универсальность и экономичность* (характеризуется затратами вычислительных ресурсов).

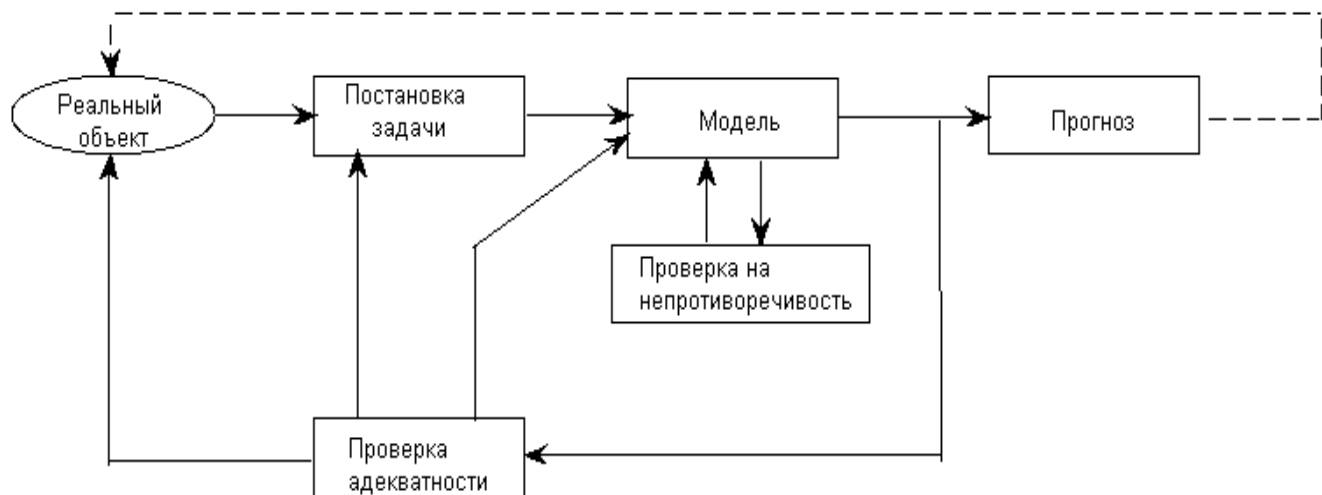


Рис.1.1.

Процесс моделирования может быть отражен следующими этапами.

1. Постановка задачи и определение типа модели (на этом этапе самое главное – сформулировать проблему).
2. Формулирование модели.
3. Проверка модели на «правдивость». При этом важна «правдивость» результатов, а не «правдивость» самой модели. Здесь же устанавливаются исходные предположения, на основе которых строилась данная модель, и проводится испытание модели, состоящее из серии проверок:
 - параметрам задают предельные значения (нет ли абсурдных результатов?);
 - проверка исходных предположений;
 - проверка преобразования информации от входа к выходу.

Все сказанное укладывается в схему рис.1.1.