Examen la Calcul numeric

28 mai 2025

Setul 1

Problema 1 *(a) Implementaţi metoda lui Newton pentru rădăcini multiple.*

(b) Se consideră ecuaţia $e^{-x^2} = \cos x + 1$ *pe* $[0,4]$. *Ce se întâmplă dacă se aplică metoda lui Newton cu* $x_0 = 0$ *şi* $x_0 = 1$*?*

(c) Remarcaţi convergenţa lentă, explicaţi fenomenul şi găsiţi un remediu.

(d) Când este mai mic numărul de iteraţii: când se cunoaşte multiplicitatea sau se estimează?

Problema 2 *Deduceţi o formulă de cuadratură de forma*

$$\int_{-1}^{1} \frac{f(t)}{\sqrt{1-t^2}}\,\mathrm{d}t = A_0 f(-1) + A_1 f(t_1) + A_2 f(t_2) + A_3 f(t_3) + A_4 f(1) + R(f)$$

care să aibă grad maxim de exactitate.

Problema 3 *Şirul* $\varepsilon_n = e^{-e^n}$ *converge către 0 când* $n \to \infty$. *Cât este ordinul de convergenţă?*

Setul 2

Problema 4 *(a) Implementaţi metoda lui Newton pentru rădăcini multiple.*

(b) Se consideră ecuaţia $\frac{1}{2}x^2 + x + 1 - e^x = 0$ *pe* $[-1,1]$. *Ce se întâmplă dacă se aplică metoda lui Newton cu* $x_0 = 1$*?*

(c) Remarcaţi convergenţa lentă, explicaţi fenomenul şi găsiţi un remediu.

(d) Când este mai mic numărul de iteraţii: când se cunoaşte multiplicitatea sau se estimează?

Problema 5 *Deduceţi o formulă de cuadratură de forma*

$$\int_{-1}^{1} f(t)\,\mathrm{d}t = A_0 f(-1) + A_1 f(t_1) + A_2 f(t_2) + A_3 f(t_3) + A_4 f(1) + R(f)$$

care să aibă grad maxim de exactitate.

Problema 6 *Şirul* $x_n = 10^{-n^2}$ *converge către 0 când* $n \to \infty$. *Arătaţi că converge superliniar. Ce se poate spune despre ordinul de convergenţă?*