

Studiați parțial corectitudinea, terminarea și total corectitudinea pentru următoarele metode:

[1]. Cel mai mare divizor comun a două numere naturale:

```
/**
 *  $\varphi(X) : n1 \in N, n2 \in N$ 
 *  $\Psi(X, Z) : d = \text{cmmdc}(n1, n2)$ 
 * @param n1 - numar natural
 * @param n2 - numar natural
 * @return d = cmmdc(n1, n2)
 */
int cmmdc(int n1, int n2) {
    •
    int d = n1, i = n2;
    while ((d != i) && (i > 0)) {
        •
        if (d > i)
            d = d - i;
        else i = i - d;
    }
    return d;
    •
}
```

[2]. Căutare binară:

```
/**
 *  $\varphi(X) : L[0] \leq a \leq L[n-1], L[0] < L[1] < \dots < L[n-1]$ 
 *  $\Psi(X, Z) : 0 \leq p \leq n-1, L[p] \leq a < L[p+1]$ 
 * @param l - lista de valori întregi ordonată strict crescător
 * @param a - valoarea cautată
 * @return poz
 *      dacă (a este în L)
 *      atunci se returnează poziția ( $0 \leq \text{poz} \leq \text{size}-1$ ),
 *      altfel se returnează o poziție de inserare în L
 */
int search(List<Integer> l, int a) {
    •
    int s=0, d=l.size()-1;
    while (s<d) {
        •
        int m=(s+d)/2;
        if (a<=l.get(m))
            d=m;
        else s=m+1;
    }
    return s;
    •
}
```

Metoda lui Floyd. Metoda aserțiunilor inductive

Aplicabilitate:

- pentru a demonstra:
 - ① parțial corectitudinea programului;
 - ② terminarea programului;
 - ③ **total corectitudinea = parțial corectitudinea programului + terminarea programului.**

Folosește:

- **precondiție** – condiția satisfăcută de datele de intrare ale programului;
- **postcondiție** – condiția care trebuie satisfăcută de rezultatele programului;
- **algoritmul** – descrierea programului (codul sursă);

Etape de aplicare:

- ① identificarea unui punct de tăietură în fiecare buclă;
- ② identificarea unei mulțimi de aserțiuni inductive;
- ③ construirea și demonstrarea condițiilor de verificare/terminare.

Parțial corectitudine. Etape de realizare

- ① se aleg puncte de tăietură în cadrul algoritmului:
 - două puncte de tăietură particulare: un punct de tăietură la începutul algoritmului, un punct de tăietură la sfârșitul algoritmului;
 - cel puțin un punct de tăietură în fiecare instrucțiune repetitivă;
- ② pentru fiecare punct de tăietură se alege câte un predicat invariant (aserțiune):
 - punctul de intrare - $\varphi(X)$;
 - punctul de ieșire - $\psi(X, Z)$;
- ③ se construiesc și se demonstrează condițiile de verificare:
 - ① $\forall X \forall Y (P_i(X, Y) \wedge R_{\alpha_{i,j}}(X, Y) \rightarrow P_j(X, r_{\alpha_{i,j}}(X, Y)))$;
 - ② Y – vector de variabile cu rezultate intermediare;
 - ③ $\alpha_{i,j}$ – drumul de la punctul de tăietură i la punctul de tăietură j ;
 - ④ P_i și P_j – predicate invariante în punctele de tăietură i și j asociate;
 - ⑤ $R_{\alpha_{i,j}}(X, Y)$ – predicat care dă condiția de parcurgere a drumului α ;
 - ⑥ $r_{\alpha_{i,j}}(X, Y)$ – funcție care indică transformările variabilelor Y de pe drumul α ;

Theorem

1. Dacă toate condițiile de verificare sunt adevărate atunci programul P este parțial corect în raport cu specificația $(\varphi(X), \psi(X, Z))$. [Fre10]

Terminarea algoritmului. Etape de realizare.

- ① se aleg punctele de tăietură în cadrul algoritmului;
- ② pentru fiecare punct de tăietură se alege câte un predicat invariant;
- ③ se alege o **mulțime convenabilă** M (i.e., o mulțime parțial ordonată, care nu conține nici un șir descrescător infinit) și o funcție descrescătoare u_i ;
 - în punctul de tăietură i funcția aleasă este $u_i : D_X \times D_Y \rightarrow M$;
- ④ se scriu condițiile de terminare:
 - condiția de terminare pe drumul $\alpha_{i,j}$ este:
 $\forall X \forall Y (\varphi(X) \wedge R_{\alpha_{i,j}}(X, Y) \rightarrow (u_i(X, Y) > u_j(X, r_{\alpha_{i,j}}(X, Y))))$;
 - dacă s-a demonstrat parțial corectitudinea, atunci condiția de terminare poate fi:
 $\forall X \forall Y (P_i(X, Y) \wedge R_{\alpha_{i,j}}(X, Y) \rightarrow (u_i(X, Y) > u_j(X, r_{\alpha_{i,j}}(X, Y))))$;
- ⑤ se demonstrează condițiile de terminare:
 - la trecerea de la un punctul de tăietură i la j valorile funcției u descresc, i.e., $u_i > u_j$.

Theorem

2. Dacă toate condițiile de terminare sunt adevărate atunci programul P se termină în raport cu predicatul $\varphi(X)$. [Fre10]