Проверка гипотезы о значении дисперсии $N(a, \sigma)$. Проверка гипотезы о параметре биномиального распределения

Грауэр Л.В.

Проверка гипотезы о значении дисперсии $N(a, \sigma)$

Пусть $\xi \sim N(a, \sigma)$, $X_{[n]}$

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_1^1 : \sigma^2 = \sigma_1^2 \neq \sigma_0^2$$
$$H_1^2 : \sigma^2 > \sigma_0^2$$
$$H_1^3 : \sigma^2 < \sigma_0^2$$
$$H_1^4 : \sigma^2 \neq \sigma_0^2$$

a неизвестно, σ^2 неизвестна

$$Z = \frac{\sum_{i=1}^{n}(X_i - \bar{X})^2}{\sigma_0^2}$$

H_1	V_k	$p - value$
$\sigma^2 > \sigma_0^2$		
$\sigma^2 = \sigma_1^2 > \sigma_0^2$		
$\sigma^2 < \sigma_0^2$		
$\sigma^2 \neq \sigma_0^2$		

Пример

$\xi \sim N(a, \sigma)$, a, σ^2 неизвестны, $\sigma^2 < 50$ мкм^2 ?

$n = 10$
$D^* = 100$ мкм^2

Наиболее мощный критерий. Дисперсия

Пусть $\xi \sim N(a, \sigma)$, $X_{[n]}$, a известно, σ^2 неизвестна

$$H_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2$$

$$H_1 : \sigma^2 = \sigma_1^2 > \sigma_0^2$$

Применим критерий Неймана-Пирсона.

$L_0(X_{[n]})$

$L_1(X_{[n]})$

Рассмотрим отношение:

$$\frac{L_1(X_{[n]})}{L_0(X_{[n]})} = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_1}\right)^n \exp\left(\frac{1}{2\sigma_0^2} - \frac{1}{2\sigma_1^2}\right) \sum_{i=1}^{n} (X_i - a)^2$$

Оптимальный критерий Неймана-Пирсона:

$$\varphi^*(x) = \begin{cases} 1, & \sum_{i=1}^n (X_i - a)^2 > c_1 \\ \varepsilon, & \sum_{i=1}^n (X_i - a)^2 = c_1 \\ 0, & \sum_{i=1}^n (X_i - a)^2 < c_1 \end{cases}$$

константы c_1 и ε выбираются при заданном $\alpha_0 \in (0, 1)$ как решение уравнения $\alpha_0 = \alpha(\varphi^*)$.

Зададим вероятность ошибки первого рода α_0:

$$\alpha_0 = \alpha(\varphi^*) = P\left\{\sum_{i=1}^{n}(X_i - a)^2 > c_1 | H_0\right\}$$

Гипотезы о параметре биномиального распределения

Схема Бернулли, $\xi \sim B(n,p)$ p-?

$X_{[n]}$

$$P_n\{\xi = m\} = C_n^m p^m (1-p)^{n-m}$$

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1^1 : p = p_1 \neq p_0$$

$$H_1^2 : p > p_0$$

$$H_1^3 : p < p_0$$

$$H_1^4 : p \neq p_0$$

Две простые гипотезы

$$H_0 : p = p_0$$

$$H_1 : p = p_1 > p_0$$

$$L_1(m) =$$

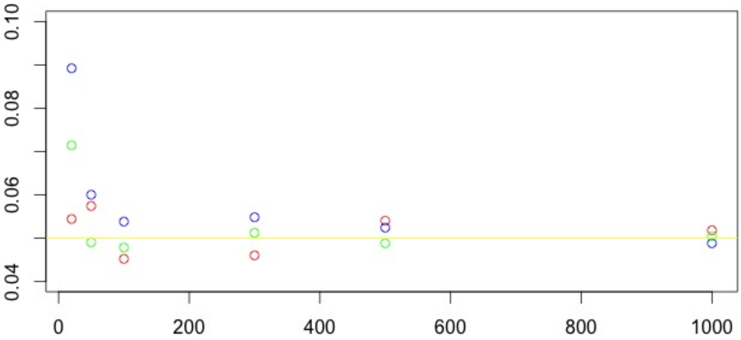
$$L_0(m) =$$

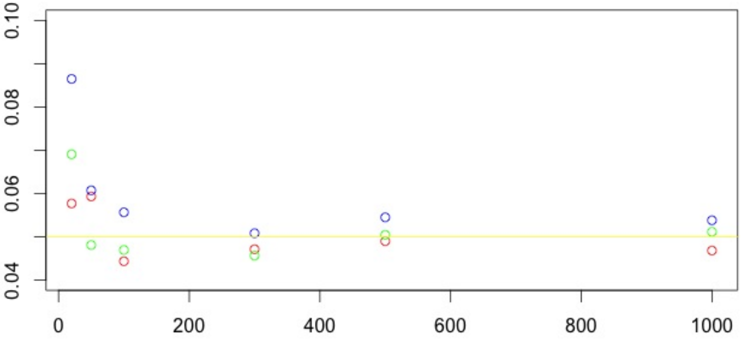
$$\frac{L_1(m)}{L_0(m)} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^m \left(\frac{1-p_1}{1-p_0}\right)^{n-m}$$

Приближенный критерий

$$\alpha(\varphi^*) = P_0\{m > c_1\} + \varepsilon P_0\{m = c_1\}$$

Оценка вероятности ошибки 1го рода




0.10
0.08
0.06
0.04
0
200
400
600
800
1000