

Лабораторная работа 4

Исследование функции:

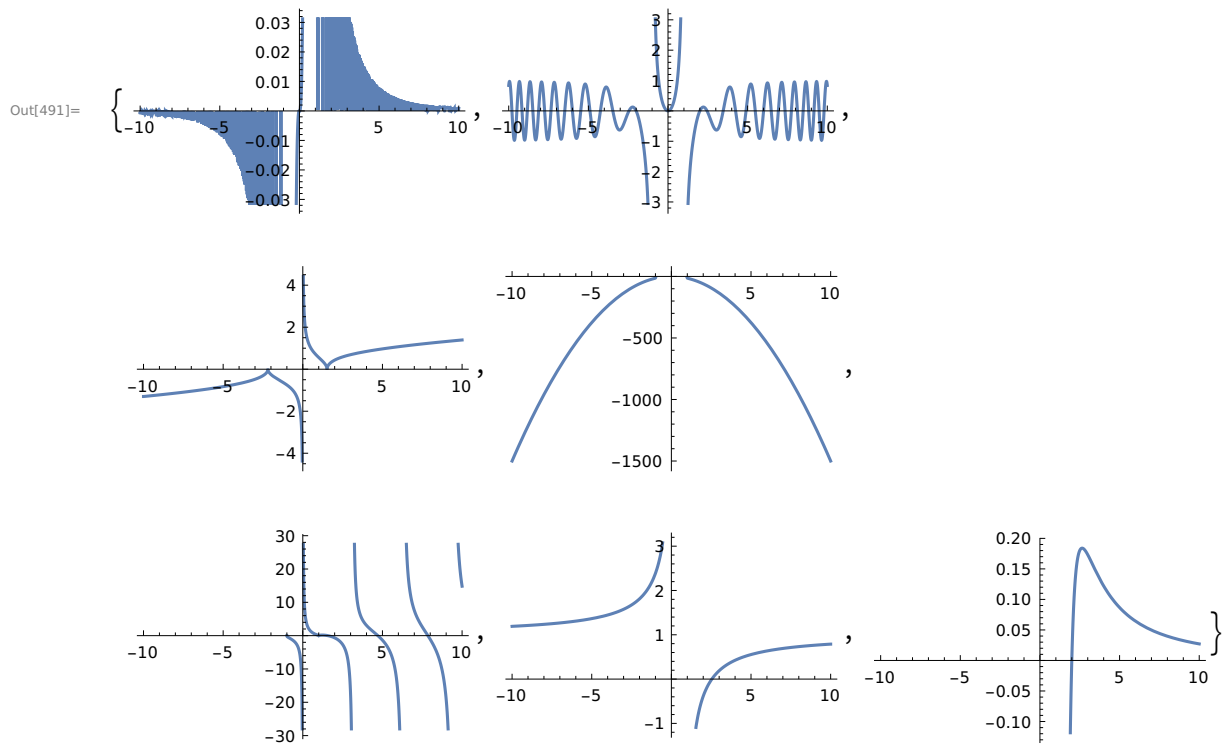
1. Построить график.
2. Является ли функция четной или нечетной, прочей.
3. Область определения функции.
4. Периодичность функции.
5. Точки пересечения графика с осями координат.
6. Промежутки знакопостоянства.
7. Промежутки возрастания и убывания. Точки экстремума
8. Непрерывность. Наличие точек разрыва и их классификация.
8. Асимптоты.

```
In[489]:= tasks = {
  Sin[2 * x ^ 3] ^ 2 / x ^ 3
  , (x ^ 2 - 4) * Sin[(Pi * (x ^ 2)) / 6] / (x ^ 2 - 1)
  , Sqrt[Abs[3 * x ^ 3 + 2 * x ^ 2 - 10 * x]] / (4 * x)
  , 1 / 2 * Log[Sqrt[x ^ 2 + 1] / Sqrt[x ^ 2 - 1]] - 15 * x ^ 2
  , (x ^ 3 - x ^ 2 - x + 1) ^ (1 / 3) / Tan[x]
  , 2 * Log[(x - 1) / x] + 1
  , Log[x - 1] / (x - 1) ^ 2
}
```

```
Out[489]= {
   $\frac{\sin[2 x^3]^2}{x^3}$ ,  $\frac{(-4 + x^2) \sin\left[\frac{\pi x^2}{6}\right]}{-1 + x^2}$ ,  $\frac{\sqrt{\text{Abs}[-10 x + 2 x^2 + 3 x^3]}}{4 x}$ ,
   $-15 x^2 + \frac{1}{2} \log\left[\frac{\sqrt{1 + x^2}}{\sqrt{-1 + x^2}}\right]$ ,  $(1 - x - x^2 + x^3)^{1/3} \cot[x]$ ,  $1 + 2 \log\left[\frac{-1 + x}{x}\right]$ ,  $\frac{\log[-1 + x]}{(-1 + x)^2}$ 
}
```

```
In[490]:= getVariantForNumber [number_, variationsQuo_] := (
  Module[{t},
    t = Mod[number , variationsQuo];
    If[t ≠ 0
      , t
      , variationsQuo
    ]
  ]
)
```

```
In[491]:= (* Проверяем , что все графики строятся нормально *)
Table[Plot[tasks[[i]], {x, -10, 10}], {i, 1, Length[tasks]}
```



```
In[492]:= yourNumber = 9 (*сюда вбить ваш номер по списку в рейтинге *)
numberOfYourTask = getVariantForNumber [yourNumber , Length[tasks]]
Print["Номер вашего задания: ", numberOfYourTask ]
f[y_] := tasks[[numberOfYourTask ]] /. x -> y;
f[x] // TraditionalForm
```

Out[492]= 9

Out[493]= 2

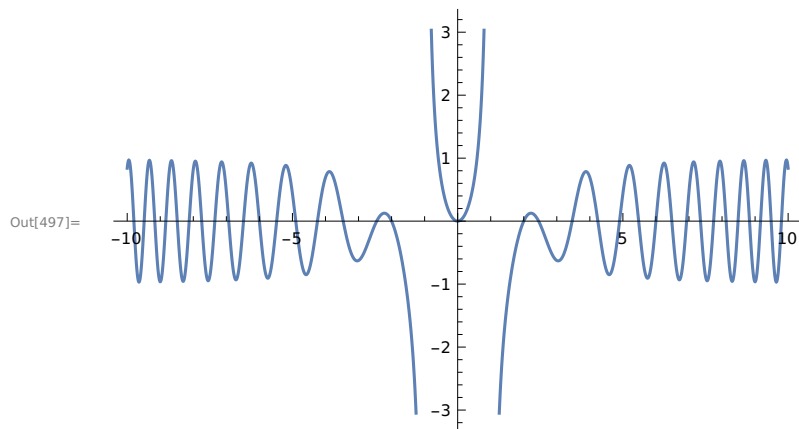
Номер вашего задания : 2

Out[496]//TraditionalForm=

$$\frac{(x^2 - 4) \sin\left(\frac{\pi x^2}{6}\right)}{x^2 - 1}$$

1. Построить график

```
In[497]:= Plot[
  f[x]
  , {x, -10, 10}
]
```



```
In[498]:=
```

2. Чётность

```
In[499]:= res1 = f[x] == f[-x] // TautologyQ
res2 = f[x] + f[-x] == 0 // TautologyQ
If[res1, "Функция четная", Null]
If[res2, "Функция нечетная", Null]
If[Not[res1 || res2], "Функция прочая", Null]
```

```
Out[499]= True
```

```
Out[500]= False
```

```
Out[501]= Функция четная
```

3. Область определения функции

```
In[504]:= FunctionDomain[f[x], x]
```

```
Out[504]= x < -1 || -1 < x < 1 || x > 1
```

4. Периодичность функции

```
In[505]:= FunctionPeriod[f[x], x] (*Так как FunctionPeriod выдала 0,
то периода у функции нет*)
```

```
Out[505]= 0
```

5. Точки пересечения графика с осями координат

```

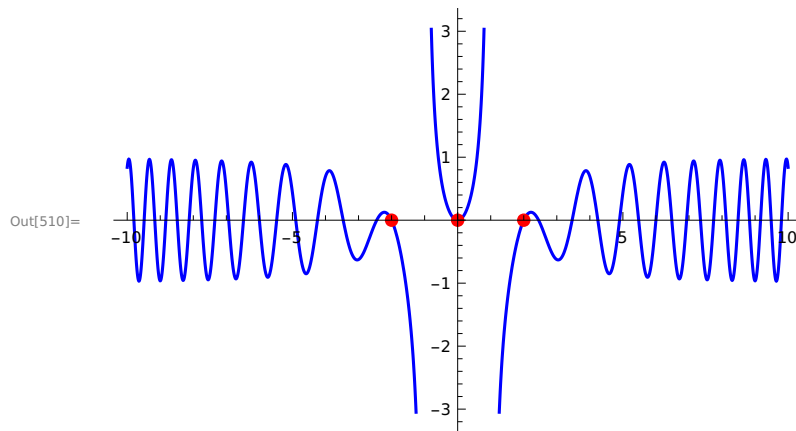
In[506]:= sols = Solve[f[x] == 0, x]
points = {x, 0} /. sols
g1 = Plot[f[x], {x, -10, 10}, PlotStyle -> Blue];
g2 = ListPlot[points, PlotStyle -> {Red, PointSize[Large]};
Show[{g1, g2}]

```

Solve : Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found; use Reduce for complete solution information.

```
Out[506]= {{x -> -2}, {x -> 0}, {x -> 2}}
```

```
Out[507]= {{-2, 0}, {0, 0}, {2, 0}}
```



Корни слева от -2 и от 2 не будут найдены.. можно использовать метод "Reduce".

6. Промежутки знакопостоянства.

```

In[511]:= f[-1.5]
f[-0.5]
f[0.6]
f[1.5]

```

```
Out[511]= -1.29343
```

```
Out[512]= 0.652631
```

```
Out[513]= 1.06573
```

```
Out[514]= -1.29343
```

$f(x) > 0$ при $x \in (-1; 1)$

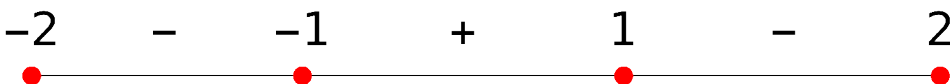
$f(x) < 0$ при $x \in (-2; -1) \cup (1; 2)$

```

In[515]:= g1 = Graphics[Line[{{0, 0}, {20, 0}}];
g2 = Graphics[Text[Style["-2", 24], {0.1, 1}]];
g3 = Graphics[Text[Style["-1", 24], {6, 1}]];
g4 = Graphics[Text[Style["2", 24], {19.9, 1}]];
g5 = Graphics[Text[Style["1", 24], {13, 1}]];
g6 = Graphics[Text[Style["-", 24], {3, 1}]];
g7 = Graphics[Text[Style["+", 24], {9.5, 1}]];
g8 = Graphics[Text[Style["-", 24], {16.5, 1}]];
g9 = Graphics[{PointSize[0.02], Point[{0.1, 0}, VertexColors -> Red]}];
g10 = Graphics[{PointSize[0.02], Point[{6, 0}, VertexColors -> Red]}];
g11 = Graphics[{PointSize[0.02], Point[{19.9, 0}, VertexColors -> Red]}];
g12 = Graphics[{PointSize[0.02], Point[{13, 0}, VertexColors -> Red]}];
Show[{g1, g2, g3, g4, g5, g6, g7, g8, g9, g10, g11, g12}, ImageSize -> {500, 100}]

```

Out[527]=



7. Промежутки возрастания и убывания. Точки экстремума

```

In[528]:= df = D[f[x], x]

```

Out[528]=

$$\frac{\pi x (-4 + x^2) \cos\left[\frac{\pi x^2}{6}\right]}{3 \times (-1 + x^2)} - \frac{2 x (-4 + x^2) \sin\left[\frac{\pi x^2}{6}\right]}{(-1 + x^2)^2} + \frac{2 x \sin\left[\frac{\pi x^2}{6}\right]}{-1 + x^2}$$

```

In[529]:= Solve[df == 0, x]

```

Solve : Inverse functions are being used by Solve , so some solutions may not be found ; use Reduce for complete solution information .

Out[529]= {{x -> 0}}

```

In[530]:= f[0]

```

Out[530]= 0

```

In[531]:= f'[-0.5]

```

Out[531]= -3.29174

```

In[532]:= f'[0.5]

```

Out[532]= 3.29174

Производная слева отрицательная, а справа положительная. Значит (0, 0) - точка минимума.

```

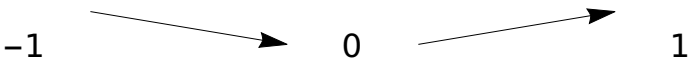
In[533]:= g1 = Graphics[Line[{{0, 0}, {10, 0}}]];
g2 = Graphics[Text[Style["-1", 18], {0, 0.5}]];
g3 = Graphics[Text[Style["0", 18], {5, 0.5}]];
g4 = Graphics[Text[Style["1", 18], {10, 0.5}]];
g5 = Graphics[Arrow[{{6, 0.5}, {9, 1}}]];
g6 = Graphics[Arrow[{{1, 1}, {4, 0.5}}]];
Show[{g1, g2, g3, g4, g5, g6}]

```

```

Out[539]=

```



8. Непрерывность. Наличие точек разрыва и их классификация

```

In[540]:= Limit[f[x], x → -1, Direction → "FromAbove"]
Limit[f[x], x → -1, Direction → "FromBelow"]
Limit[f[x], x → 1, Direction → "FromAbove"]
Limit[f[x], x → 1, Direction → "FromBelow"]

```

```

Out[540]= ∞

```

```

Out[541]= -∞

```

```

Out[542]= -∞

```

```

Out[543]= ∞

```

Все односторонние пределы бесконечны, значит функция непрерывна на всей числовой прямой кроме точек $x = 1$ и $x = -1$, в которых она терпит разрывы второго рода.

9. Асимптоты

из п.8 $x=1$ и $x=-1$ являются асимптотами функции. В наличие асимптоты можно убедиться и применив функцию:

```

In[544]:= ResourceFunction["Asymptotes"][f[x], x, y]
g1 = Plot[f[x], {x, -5, 5}, PlotStyle -> Blue];
g2 = Graphics[{Red, Line[{{-1, -3}, {-1, 3}}]}];
g3 = Graphics[{Red, Line[{{1, -3}, {1, 3}}]}];
Show[{g1, g2, g3}]

```

```

Out[544]= <|Vertical -> {{y ->  $\pm\infty$ , x ->  $\pm 1$ }}|>

```

