МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования

«Вятский государственный университет» (ФГБОУ ВПО «ВятГУ»)

Факультет автоматики и вычислительной техники Кафедра электронных вычислительных машин

> Отчет по лабораторной работе №2 «Компьютерная математика»

Выполнил студент группы ИВТм-11	/Шурупов М.А./
Проверил доцент кафедры ЭВМ	/Исупов К.С./

Цель работы

Ознакомиться с основными возможностями системы Mathematica.

Ход работы

Задание 11.1 Набор выражений.

Наберите в документе следующее выражение: $45 * x + (50 * 39/99) * x/5 + 7! * 8 * x^2/8! + Sqrt[34 * x^4]$ нажмите [Shift] + [Enter] для вывода результата. Введите выражение $x*(y^2-z^2)+y*(z^2-x^2)+z(x^2-y^2)$ упростите это выражение, нажав [Shift] + [Enter].

Out[27]=
$$\frac{1615 \text{ x}}{33} + \text{x}^2 + \sqrt{34} \sqrt{\text{x}^4}$$

In[26]:=
$$x * (y^2 - z^2) + y * (z^2 - x^2) + z (x^2 - y^2)$$

Out[26]:= $(x^2 - y^2) z + x (y^2 - z^2) + y (-x^2 + z^2)$

Задание 11.2 Вычисление пределов.

Вычислите первый и второй замечательные пределы:

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\sin x}{x} = 1; \lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x} \right)^x = e$$

In[32]:= Limit[Sin[x]/x,
$$x \to 0$$
]

[предел [синус]

Out[32]= 1

In[34]:= Limit[(1+1/x)^x, $x \to Infinity$]

[предел [бесконечност]

Out[34]= e

Задание 11.3 Нахождение производной функции.

Вычислите проихводную функцию для $f(x) = 2x^5 - 8x^4 + \sin(x)$

In[35]:=
$$D[2*x^5 - 8*x^4 + Sin[x], x]$$

Дифференциировать [синус]

Out[35]:= $-32x^3 + 10x^4 + Cos[x]$

Задание 11.4 Работа с интегралами.

Вычислите неопределённый и определённый интегралы при $x \in [-9, 9]$ функции $y(x) = x^6 + 3x$.

In[36]:= Integrate[
$$x^6 + 3*x$$
, x]

[интегрировать

Out[36]= $\frac{3 x^2}{2} + \frac{x^7}{7}$

In[37]:= Integrate[$x^6 + 3*x$, $\{x, -9, 9\}$]

Out[37]= $\frac{9565938}{7}$

Задание 11.5 Нахождение сумм рядов.

Определите сходимость трёх рядов

 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{n}; \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{2n+1}; \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!}$

Out[39]=
$$-\frac{\pi}{4}$$

Out[38]= Log[2]

Out[40]= @

Задание 11.6 Работа со списками.

Создайте два списка из 10 элементов, а второй из 4 элементов по 3 элемента, и попробуйте все приведенные выше операторы на этих списках.

```
In[53]:= Insert[List2, {a, b, c}, 1]
        вписать
Out[53]= \{\{a, b, c\}, \{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9\}, \{10, 11, 12\}\}
In[54]:= Last[List2]
        последний
Out[54]= {10, 11, 12}
In[55]:= Prepend[List2, {1}]
        добавить в начало
Out[55]= \{\{1\}, \{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9\}, \{10, 11, 12\}\}
In[56]:= Rest[List2]
        остаток
Out[56]= \{\{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9\}, \{10, 11, 12\}\}
In[57]:= Take[List2, 2]
        извлечь
Out[57]= \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}\}
In[58]:= Take[List2, -2]
        извлечь
Out[58]= \{\{7, 8, 9\}, \{10, 11, 12\}\}
In[59]:= Take[List2, {1, 4}]
        извлечь
Out[59]= \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7, 8, 9\}, \{10, 11, 12\}\}
In[60]:= Take[List2, {2}]
        извлечь
Out[60] = \{ \{4, 5, 6\} \}
```

TableForm[List2]

табличная форма

Out[64]//TableForm=

табличная форма

Out[63]//TableForm=

матричная форма

Out[65]//MatrixForm=

1 2 3 4 5 6 7 8 9

Задание 11.7 Работа с матрицами и векторами.

Создайте две квадратные матрицы $\bf A$ и $\bf B$ (3×3) и векторы $\bf u$ и $\bf v$ размерности $\bf n=3$. Первая матрица $\bf A$ произвольная с условием |A|=0, вторая единичная. Попробуйте все приведённые выше операторы на первой матрице $\bf A$. Посчитайте скалярное и векторное произведения созданных векторов.

$$In[67]:=$$
 ListNums = {{1, 2, 3}, {1, 2, 3}, {1, 2, 3}}

Out[67]=
$$\{\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

In[68]:= A = MatrixForm[ListNums]

матричная форма

Out[68]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

In[69]:= B = MatrixForm[
$$\{\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}\}$$
]
матричная форма

Out[69]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix}
1 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 1
\end{pmatrix}$$

$$In[70]:= u = \{1, 1, 2\}$$

Out[70]=
$$\{1, 1, 2\}$$

$$In[71]:= V = \{2, 2, 3\}$$

Out[71]=
$$\{2, 2, 3\}$$

детерминант

Out[72]= Det
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

детерминант

Out[73]= 0

обратная матрица

$$\mathsf{Out[76]=\ Inverse}\left[\left(\begin{matrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{matrix}\right)\right]$$

Out[77]=
$$\{\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}\}$$

In[78]:= Inverse[A]

обратная матрица

Out[78]= Inverse
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

In[79]:= Dot[A, B]

скалярное произведение

Out[79]=
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$
 $\cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Out[80]=
$$\{\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}\$$

$$In[81]:= B = \{\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}\}$$

Out[81]=
$$\{\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}\}$$

скалярное произведение

Out[82]=
$$\{\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$$

```
In[83]:= Transpose[A]
        транспозиция
Out[83]= \{\{1, 1, 1\}, \{2, 2, 2\}, \{3, 3, 3\}\}
In[84]:= IdentityMatrix[3]
        единичная матрица
Out[84]= \{\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}\}
In[85]:= Eigenvalues[A]
        собственные числа
Out[85]= \{6, 0, 0\}
In[86]:= Eigenvectors[A]
        собственные векторы
Out[86]= \{\{1, 1, 1\}, \{-3, 0, 1\}, \{-2, 1, 0\}\}
In[87]:= LinearSolve[A, {1, 1, 1}]
        решить линейные уравнения
Out[87]= \{1, 0, 0\}
In[88]:= Dot[u, v]
        скалярное произведение
Out[88]= 10
In[89]:= Cross[u, v]
        векторное умножение
Out[89]= \{-1, 1, 0\}
In[90]:= Inverse[B]
        обратная матрица
Out[90]= \{\{1, 0, 0\}, \{0, 1, 0\}, \{0, 0, 1\}\}
```

Задание для самостоятельной работы

1. Разложите на множители и на слагаемые выражение

$$\sin[x]^2 \cos[x]^2 + 4\sin[x]\cos[x] + 1,$$

используя материал №8 по символьным преобразованиям, воспользуйтесь панелью Algebraic Manipulation;

In[91]:=
$$Sin[x] ^2 * Cos[x] ^2 + 4 * Sin[x] * Cos[x] + 1$$
 | синус | косинус | синус | косинус | синус | син

2. вычислите пределы следующих функций:

$$\ln(2x+1) - \ln(x+2), \text{ при } x \to \infty$$
а также $\frac{e^{ax} - e^{bx}}{x}$ при $x \to 0;$

In[92]:= Limit [Log[2 x + 1] - Log[x + 2], x → Infinity] предел [натуральный л··· [натуральный лога··· [бесконечности out[92]= Log[2]

In[94]:= Limit [(E^(a*x) - E^(b*x)) / x, x → 0] предел [основание ··· [основание натурального лога

Out[94]=
$$a - b$$

3. вычислите производную функцию

$$f(x) = -\frac{1}{4(x^2 + a^2)^2};$$

Out[95]=
$$\frac{x}{\left(a^2 + x^2\right)^3}$$

4. найдите неопределённый интеграл

$$\int \frac{x}{a+bx} dx;$$

10

In[96]:= Integrate[
$$x / (a + b * x), x$$
]

[интегрировать

 $x = a \log[a + b x]$

Out[96]=
$$\frac{x}{b} - \frac{a Log[a + b x]}{b^2}$$

5. найдите определённый интеграл при x от a до b в символьном виде, перед началом вычисления очистите значение параметров a и b с помощью оператора Clear:

$$\int_{a}^{b} \frac{x^2}{(a+bx)^2} dx.$$

Out[97]=
$$\frac{-\frac{a^3}{3} + \frac{b^3}{3}}{(a + bx)^2}$$

6. Создайте единичную матрицу 5×5 с использованием специальной функции. Задайте матрицу 5×5 с произвольными элементами, вычислите произведение созданных матриц.

```
In[98]:= A = MatrixForm[IdentityMatrix[5]]
```

матричная ф... единичная матрица

Out[98]//MatrixForm=

Out[99]//MatrixForm=

$$\begin{pmatrix}
1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\
1 & 2 & 3 & 4 & 5
\end{pmatrix}$$

In[100]:= Dot[A, B]

скалярное произведение

Out[100]=

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{ll} \ln[102]:= & A = \{\{1,\,0,\,0,\,0,\,0\},\,\{0,\,1,\,0,\,0,\,0\},\,\{0,\,0,\,1,\,0,\,0\},\,\{0,\,0,\,0,\,1,\,0\},\,\{0,\,0,\,0,\,0,\,1\}\} \\ & B = \{\{1,\,2,\,3,\,4,\,5\},\,\{1,\,2,\,$$

Out[102]=

$$\{\{1,0,0,0,0,0\},\{0,1,0,0,0\},\{0,0,1,0,0\},\{0,0,0,1,0\},\{0,0,0,0,1\}\}$$

Out[103]=

$$\{\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}\}$$

In[104]:= Dot[A, B]

скалярное произведение

Out[104]=

$$\{\{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}\}$$

In[105]:= MatrixForm[Dot[A, B]]

матричная ф… скалярное про

Out[105]//MatrixForm=

Задание 12.1 Построение графика явно заданной функции в полярной системе координат.

Постройте в декартовой системе координат графики следующих функций (каждая функция располагается на ольдельном графике):

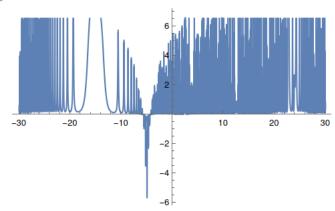
$$y(x) = \frac{10 \cdot \ln(x+5)^2 + 5}{300 \cdot \sin^2(\frac{x}{3}+5)^3 + 7}$$

при x и y от -30 до 30;

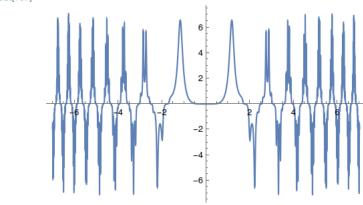
$$y(x) = \frac{7 \cdot \sin^3 x^2}{3 \cdot \cos^2 x^3 + 1}$$

при x и y от 7 до 7.

Out[106]=



Out[107]=



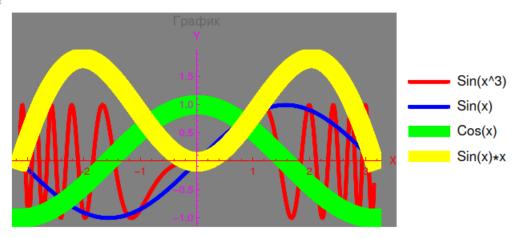
Задание 12.2 Построение нескольких графиков на дном изображении.

- Постройте в ожной системе координат графики следующиъ функций: $\sin[x^3], \sin[x], \cos[x], \sin[x]$ на отрезке $[-\pi, \pi]$.
- Укажите различные цвета для каждого графика.
- Настройте тип линии (например, пунктирная или точечная).
- Дайте название графику.

- Измените цвет фона с белого на любой другой.
- Пользуясб материалами лекции N⁶5, сделать на графике цветные оси координат, выставить равные шкалы по осям, подписать оси, расставить необходимые метки по осям.
- Создать легенду. Для создания легенды воспользуйтесь справочной системой на команде Legend.

```
ln[110]:= q = Plot[{Sin[x^3], Sin[x], Cos[x], Sin[x] *x}, {x, -Pi, Pi},
                             синус
           графи… синус
                                     косинус синус
         PlotLabel → "График", AxesLabel → {"X", "Y"},
         пометка графика
                                 обозначения на осях
         PlotStyle → {
         стиль графика
            {RGBColor[1, 0, 0], Thickness[0.01], Dashing[0, 1, 0.005]},
                                 толщина
                                                    разбиенение шриха
            {RGBColor[0, 0, 1], Thickness[0.01], Dashing[0, 1, 0.015]},
                                 толщина
                                                    разбиенение шриха
            {RGBColor[0, 1, 0], Thickness[0.05], Dashing[0, 1, 0.015]},
                                                    разбиенение шриха
                                 толшина
            {RGBColor[1, 1, 0], Thickness[0.05], Dashing[0, 1, 0.015]}
             цвет RGB
                                 толщина
                                                    разбиенение шриха
           },
         Background \rightarrow RGBColor[0.5, 0.5, 0.5],
                      цвет RGB
         AxesStyle → {
         стиль осей
            {RGBColor[1, 0, 0], Thickness[0.0021]},
                                 толшина
            \{RGBColor[1, 0, 1], Thickness[0.0015]\}
             цвет RGB
                                 толщина
           },
         AspectRatio → Automatic,
         аспектное отнош... автоматический
         PlotLegends \rightarrow {"Sin(x^3)", "Sin(x)", "Cos(x)", "Sin(x)*x"}]
         легенды графика
```

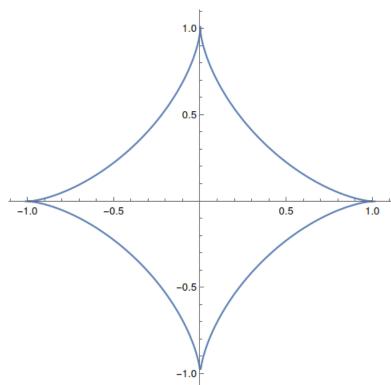
Out[110]=



Задание 12.3 Построение параметрически заданной функции.

Постройте график следующей функции, заданной параметрически $y(t)=\sin^3 t$ и $x(t)=\cos^3 t$, где t от -3 до 3.





Задание 12.4 Построение 3D-графиков, заданных параметрически.

• Постройте график, изображающий лист Мёбиуса. Формулы для его задания:

$$\begin{cases} X(u,t) = (r + h \cdot u \cdot \cos(n \cdot t/2)) \cdot \cos t \\ Y(u,t) = (r + h \cdot u \cdot \cos(n \cdot t/2)) \cdot \sin t \\ Z(u,t) = h \cdot u \cdot \sin(n \cdot t/2) \end{cases}$$

n – количество скручиваний;

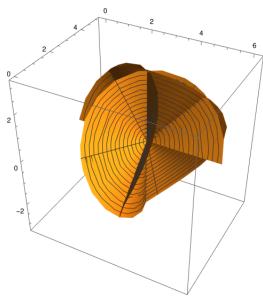
 \mathbf{r} — радиус;

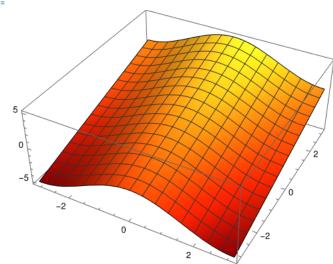
 \mathbf{h} — ширина;

Рассмотрите интервалы t от 0 до 2π , u от 0 до 3.

• Постройте поверхность $f(x,y) = 2\cos(x) + y$, где x и y, изменяются от $-\pi$ до π .

Результаты выполнения задания сохраните и продемонтрируйте преподавателю.





Задание 12.5 Решение уравнений и системы уравнений.

Решите уравнение $x^4 + x^3 - 5x - 12 = 0$; решите системы уравнений двумя сопособами, используя функции **Solve** и **LinearSolve** от переменных x, y.

$$\begin{cases} ax + by = c \\ sx + fy = h \end{cases}$$

In[146]:= Solve[
$$x^4 + x^3 - 5 * x - 12 = 0$$
, x] решить уравнения

Out[146]=
$$\left\{ \left\{ X \to \bigcirc -1.70... \right\}, \; \left\{ X \to \bigcirc 1.95... \right\}, \; \left\{ X \to \bigcirc -0.621... -1.80... \; i \right\}, \; \left\{ X \to \bigcirc -0.621... +1.80... \; i \right\} \right\}$$

In[148]:= Solve[$\left\{ a * x * b * y = c, \; s * x * f * y = h \right\}, \; \left\{ x, \; y \right\} \right]$ решить уравнения

Out[148]=
$$\left\{ \left\{ x \to -\frac{-3 \; b + c \; f}{-a \; f + b \; s}, \; y \to -\frac{3 \; a - c \; s}{-a \; f + b \; s} \right\} \right\}$$

In[150]:= LinearSolve[$\left\{ \{a, b\}, \; \{s, f\} \right\}, \; \{c, h\} \right]$ решить линейные уравнения

Out[150]=
$$\left\{ \frac{-3 \; b + c \; f}{a \; f - b \; s}, \; \frac{3 \; a - c \; s}{a \; f - b \; s} \right\}$$

Задание 12.6 Решение дифференциальных уравнений.

Решите дифференциальные уравнения:

$$y(x) - x \cdot y'(x) = a \cdot (1 + x \cdot 2 \cdot y'(x));$$

 $\tan(y(x))dx = \cos(x)dy$ (рекомендация: разделите обе части на dx, тогда отношение dy/dx и будет y'(x)).

Solve: Inverse functions are being used by Solve, so some solutions may not be found; use Reduce for complete solution information out[152]=

$$ArcSin\left[e^{2ArcTanh\left[Tan\left[\frac{x}{2}\right]\right]+c_1}\right]$$

Задание 12.7 Решение системы дифференциальных уравнений.

Решите систему диффкренциальных уравнений

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y + z \\ \frac{dy}{dt} = x + z \\ \frac{dz}{dt} = x + y \end{cases}$$

Результаты выполнения заданий сохраните и продемонстрируйте преподавателю

Задание для самостоятельной работы

1. Решите дифференциальное уравнение $y'' - 7y' + 12 = -e^{4x}$

In[155]:= **q = Plot**[{

In[154]:= DSolve[y''[x] - 7 * y'[x] + 12 == E^ (4 * x), y[x], x] решить дифференциальные уравнения основание натурального ле Out[154]=
$$\left\{\left\{y[x] \rightarrow -\frac{e^{4\,x}}{12} + \frac{12\,x}{7} + \frac{1}{7}\,e^{7\,x}\,c_1 + c_2\right\}\right\}$$

2. Постройте графики функции, являющихся частными решениями предыдущего дифференциального уравнения, объявив C[1] = C[2] = 1, 2 и 3 (то есть три графика).

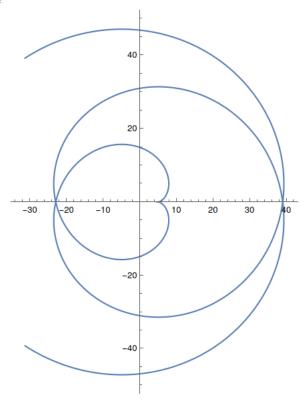
3. Построение график функции эвольвенты (развертки окружности); параметр a (радиус развёртываемой

окружности) задайте самостоятельно:

$$\begin{cases} X(t) = a \cdot (\cos t + t \cdot \sin t) \\ Y(t) = a \cdot (\sin t - t \cdot \cos t) \end{cases}$$

In[158]:= q = ParametricPlot[
$$\{5 * (Cos[t] + t * Sin[t]), 5 * (Sin[t] - t * Cos[t])\}$$
, $\{t, -10, 10\}$]
_ график параметрически з··· косинус синус синус косинус

Out[158]=



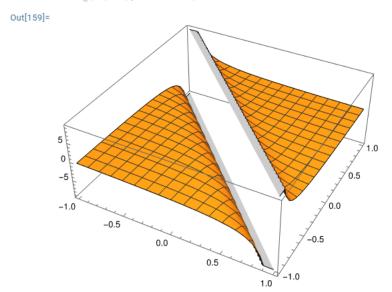
4. Постройте поверхность

$$f(x,y) = \frac{1}{x+y};$$

пределы изменения аргументов поберите самостоятельно.

In[159]:=
$$q = Plot3D[1/(x+y), \{x, -1, 1\}, \{y, -1, 1\}]$$

 _график функции 2-х переменных



Вывод

В ходе выполнения лабораторной работы были приобетены навыки работы с системой компьютерной алгебры Wolfram Mathematica. Были выполнены задания: работа с матрицами и векторами, решение СЛАУ, построение 2D и 3D графиков функций, решение диф. уравнений.