Правила дифференцирования и таблица производных

Обычно при нахождении производных сначала используются правила дифференцирования, а затем – таблица производных элементарных функций

Правила дифференцирования:

1) $(Cu)' = Cu'$, где C – постоянное число
– константу можно вынести за знак производной;

2) $(u+v)' = u' + v'$ – правило дифференцирования суммы;

Правила № 1, 2 часто называют *свойством линейности* производной.

3) $(uv)' = u'v + uv'$ – правило дифференцирования произведения;

4) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ – правило дифференцирования частного;

5) $(u(v))' = u'(v) \cdot v'$ – дифференцирование сложной функции.

Таблица производных:

$(C)' = 0$, где C – константа (число);
$(x^n)' = nx^{n-1}$, в частности: $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, $(x)' = 1$, $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$ Следует обратить внимание, что производная степенной функции – это самая «ходовая» вещь на практике. Любой радикал (корень), например $\sqrt[3]{x^5}$, $\dfrac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$, $\dfrac{1}{x^5}$, $\sqrt{(4x-7)^3}$, нужно представить в виде $x^{\frac{a}{b}}$ для применения формулы $(x^n)' = nx^{n-1}$ (как представить – см. *Приложение* ***Школьные формулы***).
Производная логарифмическая и показательной функции: $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$, в частности $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ $(a^x)' = a^x \ln a$, в частности $(e^x)' = e^x$

Производные тригонометрических функций:

$$(\sin x)' = \cos x$$
$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(tgx)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$
$$(ctgx)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

Производные обратных тригонометрических функций:

$$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2}$$
$$(arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$
$$(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

Производные гиперболических функций:

$$(shx)' = chx$$
$$(chx)' = shx$$

$$(thx)' = \frac{1}{ch^2 x}$$
$$(cthx)' = -\frac{1}{sh^2 x}$$

Данные формулы легко вывести, пользуясь определением гиперболических функций:

$$shx = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad chx = \frac{e^x + e^{-x}}{2}, \quad thx = \frac{shx}{chx}, \quad cthx = \frac{1}{thx}$$