Правила дифференцирования и таблица производных

Обычно при нахождении производных сначала используются правила дифференцирования, а затем – таблица производных элементарных функций

Правила дифференцирования:

1) $(Cu)' = Cu'$, где C – произвольное число
– константу можно вынести за знак производной;

2) $(u+v)' = u' + v'$ – правило дифференцирования суммы;

Правила № 1, 2 также называют ***свойством линейности*** производной.

3) $(uv)' = u'v + uv'$ – правило дифференцирования произведения;

4) $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - uv'}{v^2}$ – правило дифференцирования частного;

5) $(u(v))' = u'(v) \cdot v'$ – дифференцирование сложной функции.

Таблица производных:

$(C)' = 0$, где C – произвольное число (константа);
$(x^n)' = nx^{n-1}$, в частности: $(\sqrt{x})' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$, $(x)' = 1$, $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = -\dfrac{1}{x^2}$ Следует обратить внимание, что производная степеннОй функции – это самая «ходовая» вещь на практике. Любой радикал (корень), например $\sqrt[3]{x^5}$, $\dfrac{1}{\sqrt[7]{x^2}}$, $\dfrac{1}{x^5}$, $\sqrt{(4x-7)^3}$, нужно представить в виде $x^{\frac{a}{b}}$ для применения формулы $(x^n)' = nx^{n-1}$ (как представить – см. *Приложение* ***Горячие школьные формулы***).
Логарифмическая и показательная функции: $(\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$, в частности $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ $(a^x)' = a^x \ln a$, в частности $(e^x)' = e^x$

Тригонометрические функции: $(\sin x)' = \cos x$ $(\cos x)' = -\sin x$ $(tgx)' = \dfrac{1}{\cos^2 x}$ $(ctgx)' = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$
Обратные тригонометрические функции: $(arctgx)' = \dfrac{1}{1+x^2}$, $(arcctgx)' = -\dfrac{1}{1+x^2}$ – не путаем их по невнимательности! $(\arcsin x)' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, $(\arccos x)' = -\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
Гиперболические функции: $(shx)' = chx$, $(chx)' = shx$, $(thx)' = \dfrac{1}{ch^2 x}$, $(cthx)' = -\dfrac{1}{sh^2 x}$
Если вместо аргумента x рассмотреть дифференцируемую функцию v, то по правилу дифференцирования сложной функции $(u(v))' = u'(v) \cdot v'$ *(Правило № 5)*, правую часть каждой формулы следует домножить на v', например: $(v^n)' = nv^{n-1} \cdot v'$, $(\ln v)' = \dfrac{1}{v} \cdot v'$, $(\sin v)' = \cos v \cdot v'$, $(arctgv)' = \dfrac{1}{1+v^2} \cdot v'$ и т.д.

Если функция задана в параметрической форме: $\begin{cases} x = \varphi(t) \\ y = \psi(t) \end{cases}$, то:

$y'_x = \dfrac{\psi'_t(t)}{\varphi'_t(t)}$, $y''_{xx} = \dfrac{(y'_x)'_t}{\varphi'_t(t)}$ (вторая производная)

Важно!

Иногда встречаются очень большие таблицы производных (порядка 100 штук).
Такие таблицы рекомендую использовать только для проверки или в самом крайнем случае, поскольку производные «других функций» на самом деле являются *следствием* правил дифференцирования, и ваше «решение» может сильно не понравиться рецензенту.