

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
КРЕМЕНЧУЦЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ МИХАЙЛА ОСТРОГРАДСЬКОГО

Навчально-науковий інститут електричної інженерії та інформаційних технологій
Кафедра комп'ютерної інженерії та електроніки

ЗВІТ З ПРАКТИЧНИХ РОБІТ

з навчальної дисципліни
«ІМОВІРНІСНО-СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ІНФОРМАЦІЙНИХ ТЕХНОЛОГІЙ»
(Збірник прикладів розв'язування задач)

Виконавець:
Студент гр. КН-24-1
Федоренко В.О.

Викладач:
Сидоренко В.М.

Практична робота №2

Тема: Класичне визначення ймовірності. Застосування комбінаторики для розрахунку ймовірностей.

Мета: набути практичних навичок у розв'язанні задач з підрахунку ймовірностей на основі класичного визначення з використанням формул комбінаторики.

Хід роботи

Задача 4

Умова: Наугад вибирається 3-значне число, в десятковому записі якого немає 0. Знайти ймовірність того, що у вибраного числа рівно 2 однакові цифри.

Розв'язання: 1. Знайдемо загальну кількість можливих тризначних чисел (N), у записі яких немає нуля. Доступні цифри: $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ — всього 9 цифр. Оскільки цифри можуть повторюватися (наприклад, число 111 можливе), то на кожну з трьох позицій можна поставити будь-яку з 9 цифр.

$$N = 9 \times 9 \times 9 = 729.$$

2. Знайдемо кількість сприятливих подій (M), тобто чисел, у яких *рівно дві* однакові цифри. Можливі структури таких чисел (де A і B — різні цифри):

- Тип AAB (співпадають 1-ша і 2-га цифри): Вибираємо цифру A (9 способів), вибираємо цифру B (8 способів, бо $B \neq A$). Кількість: $9 \times 8 = 72$.
- Тип ABA (співпадають 1-ша і 3-тя цифри): Аналогічно: $9 \times 8 = 72$.
- Тип BAA (співпадають 2-га і 3-тя цифри): Аналогічно: $9 \times 8 = 72$.

Загальна кількість сприятливих чисел:

$$M = 72 + 72 + 72 = 216.$$

3. Шукана ймовірність:

$$P = \frac{M}{N} = \frac{216}{729} = \frac{24}{81} = \frac{8}{27} \approx 0,296.$$

Відповідь: $\frac{8}{27}$ (або $\approx 0,296$).

Задача 5

Умова: Власник однієї карточки лотереї «Спортлото» (6 з 49) закреслює 6 номерів. Яка ймовірність того, що він угадає: а) всі 6 номерів в черговому тиражі; б) 5 чи 6 номерів; в) хоча б один номер; г) рівно 2 номери; д) не менше 4 номерів.

Розв'язання: Загальна кількість комбінацій вибору 6 номерів із 49 дорівнює:

$$N = C_{49}^6 = \frac{49!}{6!43!} = 13\,983\,816.$$

а) Всі 6 номерів: Сприятлива подія одна (вгадано всі 6 із 6 виграшних, і 0 із 43 невиграшних):

$$M_a = C_6^6 \times C_{43}^0 = 1 \times 1 = 1.$$

$$P(A) = \frac{1}{13\,983\,816} \approx 7,15 \cdot 10^{-8}.$$

б) 5 чи 6 номерів: Це сума подій "рівно 5" і "рівно 6".

$$M_b = (C_6^5 \times C_{43}^1) + (C_6^6 \times C_{43}^0) = (6 \times 43) + 1 = 258 + 1 = 259.$$

$$P(B) = \frac{259}{13\,983\,816} \approx 1,85 \cdot 10^{-5}.$$

в) Хоча б один номер: Знайдемо через протилежну подію: "не вгадано жодного номера" (всі 6 вибрані з 43 програшних).

$$M_{none} = C_{43}^6 = \frac{43!}{6!37!} = 6\,096\,454.$$

$$P(C) = 1 - \frac{C_{43}^6}{C_{49}^6} = 1 - \frac{6\,096\,454}{13\,983\,816} \approx 1 - 0,436 = 0,564.$$

г) Рівно 2 номери: Вибираємо 2 з 6 виграшних і 4 з 43 програшних:

$$M_d = C_6^2 \times C_{43}^4 = 15 \times \frac{43 \cdot 42 \cdot 41 \cdot 40}{24} = 15 \times 123\,410 = 1\,851\,150.$$

$$P(D) = \frac{1\,851\,150}{13\,983\,816} \approx 0,132.$$

д) Не менше 4 номерів: Це сума подій: "рівно 4" "рівно 5" "рівно 6".

$$M_4 = C_6^4 \times C_{43}^2 = 15 \times \frac{43 \cdot 42}{2} = 15 \times 903 = 13\,545.$$

Раніше знайдено $M_5 = 258$ та $M_6 = 1$.

$$M_e = 13\,545 + 258 + 1 = 13\,804.$$

$$P(E) = \frac{13\,804}{13\,983\,816} \approx 0,000987.$$

Відповідь: а) $\approx 7,15 \cdot 10^{-8}$; б) $\approx 1,85 \cdot 10^{-5}$; в) $\approx 0,564$; г) $\approx 0,132$; д) $\approx 0,001$.

Задача 10

Умова: У каталозі є 7 командних файлів і 4 текстові файли. Випадково було знищено 6 файлів. Яка ймовірність того, що було знищено 3 командні і 3 текстові файли?

Розв'язання: Всього файлів: $7 + 4 = 11$. Знищено: 6 файлів. Загальна кількість способів вибрати 6 файлів з 11:

$$N = C_{11}^6 = \frac{11!}{6!5!} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{120} = 462.$$

Сприятлива подія: вибрано 3 командні (з 7 наявних) і 3 текстові (з 4 наявних).

$$M = C_7^3 \times C_4^3.$$

Обчислимо:

$$\begin{aligned}C_7^3 &= \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 35. \\C_4^3 &= C_4^1 = 4.\end{aligned}$$

$$M = 35 \times 4 = 140.$$

Ймовірність:

$$P = \frac{140}{462} = \frac{10}{33} \approx 0,303.$$

Відповідь: $\frac{10}{33}$.

Задача 15

Умова: В урні 6 білих та 4 чорних кульки. З цієї урни навмання взято 5 кульок. Знайти ймовірність того, що 2 з них білі, а 3 – чорні.

Розв'язання: Всього кульок: $6 + 4 = 10$. Вибираємо 5 кульок. Загальна кількість наслідків:

$$N = C_{10}^5 = \frac{10!}{5!5!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6}{120} = 252.$$

Сприятлива подія: вибрати 2 білі (з 6) та 3 чорні (з 4).

$$M = C_6^2 \times C_4^3.$$

Обчислимо:

$$\begin{aligned}C_6^2 &= \frac{6 \cdot 5}{2} = 15. \\C_4^3 &= 4.\end{aligned}$$

$$M = 15 \times 4 = 60.$$

Ймовірність:

$$P = \frac{60}{252} = \frac{5}{21} \approx 0,238.$$

Відповідь: $\frac{5}{21}$.

Задача 20

Умова: Кинуто 3 гральні кістки. Знайти ймовірність того, що на всіх кістках випаде парне число.

Розв'язання: Загальна кількість наслідків при киданні 3 кісток (кожна має 6 граней):

$$N = 6 \times 6 \times 6 = 216.$$

Парні числа на гральній кістці: $\{2, 4, 6\}$ (всього 3 варіанти). Щоб на всіх трьох кістках випало парне число, для кожної кістки є 3 сприятливі варіанти. Кількість сприятливих наслідків:

$$M = 3 \times 3 \times 3 = 27.$$

Ймовірність:

$$P = \frac{27}{216} = \frac{1}{8} = 0,125.$$

Альтернативний спосіб: Ймовірність випадання парного числа на одній кістці $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Оскільки кидки незалежні, $P = (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{8}$.

Відповідь: 0,125 (або $\frac{1}{8}$).