

Загальні рекомендації до виконання лабораторних робіт

При підготовці до виконання роботи

- Вивчіть теоретичні відомості;
- Ознайомтесь зі змістом завдання, що пропонується;
- Уясніть зміст основного алгоритму і модифікацій, що пропонуються;
- Складіть програму, що реалізує запропонований алгоритм. Забезпечте її в достатній мірі коментарями. Продумайте і передбачте виведення програмою проміжних результатів обчислень, щоб по них можна було відслідкувати їх хід;
- Спробуйте відповісти на всі контрольні запитання.

Під час виконання роботи

- Виконуйте завдання послідовно. Як правило, результат попереднього завдання потрібен для виконання наступного;
- При внесенні змін в програму забезпечуйте нові фрагменти детальними коментарями;
- Знайдіть відповіді на контрольні запитання, що залишилися нез'ясованими при підготовці до роботи;
- Зробіть висновки по роботі.

Оформлений звіт по роботі повинен містити

- Робоче завдання та варіант для самостійної роботи;
- Коротку постановку задачі, розрахункові формули, проміжні і остаточні результати обчислень з необхідними поясненнями.
- Фрагмент програмного коду, що забезпечує основні обчислення, з коментарями;

- Обговорення отриманих результатів і допущених помилок у вигляді коротких, але принципово необхідних доведень, аналізів, обґрунтувань, пояснень, узагальнень тощо;
- Висновки по роботі.

Максимальна оцінка виставляється за умови

- Повного виконання завдання;
- Наявності оформленого належним чином звіту;
- Вчасного захисту лабораторної роботи;
- Відповіді на контрольні запитання під час захисту.

Лабораторна робота № 1

Розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гауса

Мета роботи: вивчення алгоритмів і налаштування програм розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) методом Гауса.

Що зробити: скласти процедуру для розв'язання СЛАР методом Гауса, яка б у випадку невиродженої системи знаходила її розв'язок, а для виродженої системи видавала відповідне попередження. Впевнитись в коректності роботи процедури, підставляючи в СЛАР отримані розв'язки і обраховуючи нев'язки. Додатково – передбачити оцінку числа обумовленості матриці системи.

Завдання

1. Складіть процедуру для розв'язання СЛАР методом Гауса. Передбачте в ній додатковий вихідний параметр – код помилки. Йому буде присвоєно одне певне значення (скажімо, 0), якщо процедура розв'язання пройшла успішно і помилок немає, і інше (скажімо, деяке від'ємне число), якщо розв'язок не здобуто (наприклад, система вироджена).
2. Складіть також окремі процедури:
 - для введення коефіцієнтів СЛАР (з клавіатури, файлу або безпосередньо в тексті програми – як ви вважаєте за доцільне);
 - для друку коефіцієнтів СЛАР на екран та/або в файл;
 - для друку заданого вектору, що буде застосовуватись для вектора розв'язку СЛАР \mathbf{x} або вектора нев'язок $\mathbf{r} = \mathbf{Ax} - \mathbf{b}$.

Потурбуйтеся, щоб результати, що виводяться, мали вигляд охайної таблиці.

Завжди починайте виконання вашої програми з введення коефіцієнтів вашої СЛАР і безпосередньо після цього, до початку будь-яких обчислень – негайного їх друку.

3. Введіть в процедуру `Gauss` проміжний друк коефіцієнтів СЛАР на кожній i -ій стадії прямого ходу, після обнулення i -го стовпчика. Скористайтесь для цього вищезазначеною процедурою. Її виклик буде останнім оператором в тілі циклу по i прямого ходу. Так ви зможете слідкувати за стадіями перетворення матриці СЛАР в трикутну – по завершенню кожної з них повинен обнулюватись наступний стовпчик під головною діагоналлю.

Отримайте розв'язок \mathbf{x} першої задачі. Надрукуйте його. Також для перевірки отриманого результату обчисліть і надрукуйте вектор нев'язок $\mathbf{r} = \mathbf{Ax} - \mathbf{b}$, який у разі точного розв'язку має бути нульовим. Зауважте на те, що після виконання процедури `Gauss` значення елементів масивів \mathbf{A} та \mathbf{b} змінюються, тож в головній програмі заздалегідь потрібно зробити їх копії в пам'яті комп'ютера.

4. Спробуйте отримати розв'язок другої задачі. Прослідкуйте за перетвореннями матриці СЛАР в ході розв'язання. Поясніть отримані результати та труднощі, на які ви натрапили.
5. Включіть до процедури перед обнуленням i -го стовпчика фрагмент, що переставляє рівняння, і одразу ж за цим – проміжний друк коефіцієнтів СЛАР. Таким чином, на кожній стадії коефіцієнти СЛАР будуть виводитись двічі – після перестановки рівнянь і після обнулення відповідного стовпчика. Поясніть отримані результати.
6. Спробуйте отримати розв'язок третьої задачі. Прослідкуйте за перетвореннями матриці СЛАР в ході розв'язання. Поясніть отримані результати та труднощі, на які ви натрапили.
7. Основною причиною аварійної зупинки в процедурі `Gauss` є спроба ділення на нуль в формулах, коли в ролі дільників виступають діагональні (ведучі) елементи. Тому якщо після перестановки рівнянь виявиться, що діагональний елемент $a_{ii} = 0$ (а це означатиме, що всі елементи i -го стовпчика від діагоналі і нижче дорівнюють нулю), необхідно перервати подальші розрахунки, присвоїти коду помилки `ErrCode` від'ємне значення $-i$, яке означатиме, що матриця СЛАР вироджена, причому це з'ясувалось при перевірці саме i -го діагонального елементу, після чого вийти із процедури `Gauss`.

Передбачте в головній програмі після повернення з процедури `Gauss` перевірку параметра `ErrCode` і в залежності від його значення друкуйте або розв'язок і нев'язки системи, або повідомлення про виродженість.

8. Доповніть процедуру Gauss обчисленням детермінанту матриці A . Зауважте, що його величина не змінюється при перетвореннях матриці, що здійснюються в ході обнулення i -го стовпчика. Лише перестановка m -го та i -го рівнянь може змінити його знак: він інвертується, якщо одне з чисел m, i – парне, а друге – непарне (тобто $m+i$ є непарним).
9. В оформленні самої процедури Gauss передбачте два додаткових вихідних параметра – значення детермінанту матриці та її числа обумовленості.

В основній програмі виведіть ці два числа поруч із розв’язком системи.
10. Розв’яжіть за допомогою модернізованої таким чином процедури Gauss всі три задачі і оцініть обумовленість кожної з них.
11. В усіх трьох задачах введіть невелике збурення у праві частини СЛАР. Змініть один або декілька з компонент вектора \mathbf{b} приблизно на 1%. Отримайте розв’язки систем та порівняйте їх з розв’язками незбурених систем. Зробіть висновки, зважаючи на число обумовленості матриці кожної системи.

Варіанти для самостійної роботи

Варі- ант	Задачі
1	А Г Ж
2	А Г К
3	А Г Л
4	А Д К
5	А Д Л
6	А Е Ж
7	А Е К
8	А Е Л

Варі- ант	Задачі
9	Б Г Ж
10	Б Г К
11	Б Г Л
12	Б Д К
13	Б Д Л
14	Б Е Ж
15	Б Е К
16	Б Е Л

А) $\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 &= 3 \\ -3x_1 + 3x_3 &= -9 \\ -x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= -7 \\ x_1 + 4x_4 &= 4 \end{aligned}$	Б) $\begin{aligned} 2x_1 + 3x_3 + x_4 &= 20 \\ -4x_1 + 3x_2 - 4x_3 - 2x_4 &= -34 \\ 4x_1 + 7x_2 + 9x_3 + x_4 &= 48 \\ 5x_1 + 7x_2 + 8x_4 &= 97 \end{aligned}$
В) $\begin{aligned} 13x_1 - 5x_2 - 12x_3 &= 33 \\ -12x_1 + 5x_2 &= -19 \\ 4x_1 - x_2 - 22x_3 &= 29 \end{aligned}$	Г) $\begin{aligned} -7x_1 - 6x_2 - 6x_3 + 6x_4 &= 144 \\ 7x_1 + 6x_2 + 8x_3 - 13x_4 &= -170 \\ 4x_1 + 17x_2 - 16x_3 + 10x_4 &= 21 \\ -5x_1 + 18x_2 + 19x_3 &= -445 \end{aligned}$
Д) $\begin{aligned} 3x_2 - x_3 &= 7 \\ 9x_1 + 24x_2 + x_3 &= 20 \\ 21x_1 - x_2 - 16x_3 &= 63 \end{aligned}$	Е) $\begin{aligned} -5x_1 + 7x_3 &= 109 \\ 4x_1 - 24x_2 + x_4 &= 168 \\ 3x_1 + 12x_2 - 7x_3 - 23x_4 &= -193 \\ -2x_1 + 42x_2 + 37x_3 - 21x_4 &= -95 \end{aligned}$
Ж) $\begin{aligned} -2x_1 + 4x_2 + 7x_3 &= 42 \\ -7x_1 - 6x_2 - 6x_3 &= 7 \\ 11x_1 - 2x_2 - 8x_3 &= -91 \end{aligned}$	К) $\begin{aligned} 5x_1 - 7x_3 &= -123 \\ -x_1 + 6x_2 + x_4 &= 60 \\ 2x_1 - 6x_2 - 4x_3 - 5x_4 &= -108 \\ -6x_1 - 6x_2 + 15x_3 + 7x_4 &= 159 \end{aligned}$
Л) $\begin{aligned} 3x_1 - 2x_2 - 7x_3 - x_4 &= 2 \\ 7x_1 - 10x_2 - 5x_3 + x_4 &= 28 \\ 4x_1 - 15x_3 - 9x_4 &= -21 \\ -8x_1 + 8x_2 + 13x_3 + 4x_4 &= -11 \end{aligned}$	