

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ

Федеральное государственное автономное образовательное
учреждение высшего образования
ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Институт математики, механики и компьютерных наук
имени И. И. Воровича

Направление подготовки
Прикладная математика и информатика

Кафедра информатики и вычислительного эксперимента

ИССЛЕДОВАНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ
НЕКОТОРЫХ СТРУКТУР ДАННЫХ НА ЯЗЫКЕ ERLANG

Выпускная квалификационная работа
на степень бакалавра

Студента 4 курса
В. В. Быцюка

Научный руководитель:
старший преподаватель В. Н. Брагилевский

Ростов-на-Дону
2016

Содержание

Введение	4
Постановка задачи	4
1. Обзор используемых технологий и алгоритмов	4
1.1. Erlang	4
1.1.1. Переменные и атомы	5
1.1.2. Кортежи	5
1.1.3. Списки	6
1.1.4. Функции	6
1.2. Красно-черные деревья	6
2. Реализации	9
2.1. Структура дерева	9
2.2. Вставка и удаление	9
2.2.1. Вставка	9
2.2.2. Удаление	11
2.3. Логические функции	15
2.3.1. Принадлежность элемента множеству	15
2.3.2. Является ли одно упорядоченное множество под- множеством другого	16
2.3.3. Непересекаемость двух упорядоченных множеств	17
2.4. Перевод в список и обратно, свертка и фильтрация . . .	17
2.4.1. Перевод упорядоченного множества в список . .	17
2.4.2. Перевод списка в упорядоченное множество . . .	18
2.4.3. Свертка	18
2.4.4. Фильтрация	19
2.5. Объединение, пересечение, разность	19
2.5.1. Объединение	19
2.5.2. Пересечение	20
2.5.3. Разность	21

3. Сравнение с модулями sets и ordsets	22
3.1. Вставка и удаление	24
3.2. Логические функции	25
3.3. Перевод в список и обратно, свертка и фильтрация . . .	27
3.4. Объединение, пересечение, разность	29
Заключение	31
Список литературы	31

Введение

В данной работе было проведено сравнение времени выполнения стандартных реализаций множества и упорядоченного множества и реализованного упорядоченного множества на языке программирования Erlang.

Сравнение проводится для всех функций рассматриваемых структур данных. Реализация функций подобрана исходя из скорости выполнения. Упорядоченное множество реализовано на основе красно-черного дерева.

Целью работы является сравнение времени выполнения функций различных структур данных и анализ зависимости этого времени от реализации структуры.

Постановка задачи

1. Реализовать структуру данных упорядоченное множество на языке программирования Erlang.
2. Сравнить время выполнения основных операций реализованной структуры данных с реализациями из модулей ordsets и sets.

1. Обзор используемых технологий и алгоритмов

1.1. Erlang

Erlang - функциональный язык программирования, созданный для разработки распределенных динамических систем. [1] Основные его преимущества: быстрая и эффективная разработка, устойчивость

системы к аппаратным сбоям и возможность обновления всей системы без остановки программ.

1.1.1. Переменные и атомы

Переменные в Erlang начинаются с заглавной буквы. Им можно присваивать значения только один раз. Переменная которой значение уже присвоено называется связанной. В противном случае она называется свободной. Попытка присвоить связанной переменной новое значение приведет к сообщению об ошибке.

```
X = 42.
```

Атомы используются для представления нечисловых констант. Значением атома является сам атом.

```
monday.
```

1.1.2. Кортежи

Кортеж - единая группа из фиксированного числа объектов. Группа является анонимной, как и каждое отдельное поле кортежа. Часто первым элементом кортежа используют атом, который описывает этот кортеж.

```
{1, september, 2012}.  
{point, 6, 7}.
```

Возможно присваивать переменным значения отдельных элементов кортежа. Символ `_` называется анонимной переменной. Такой переменной не привязывается соответствующее значение.

```
{Name, _} = {joe, armstrong}.
```

1.1.3. Списки

Списки используются для хранения различных данных. Головой списка называется его первый элемент. Если удалить голову из списка, то останется хвост исходного списка.

```
[{joe, armstrong}, {1, september, 2012}, 42].
```

1.1.4. Функции

Рассмотрим описание функций в Erlang на примере нахождения площади прямоугольника и круга.

```
area({rectangle, Width, Height}) -> Width * Height;  
area({circle, Radius}) -> 3.14159 * Radius * Radius.
```

Функция area содержит 2 варианта сопоставления аргументов - клаузы. Первый вариант необходим для нахождения площади прямоугольника, а второй - круга.

1.2. Красно-черные деревья

Красно-черное дерево - двоичное дерево поиска, узлы которого разделены на красные (red) и черные (black). Для таких деревьев должны выполняться красно-черные свойства (RB properties), гарантирующие, что глубины любых двух листьев отличаются не более чем в 2 раза. [2]

Узлы красно-черного дерева обычно содержат следующие поля:

1. Значение
2. Цвет
3. Родитель
4. Левый ребенок
5. Правый ребенок

Важно отметить, что если ребенок или родитель отсутствует, то соответствующее поле содержит черный лист.

Рассмотрим упомянутые выше красно-черные свойства (RB properties):

1. Каждый узел дерева - либо красный, либо черный.
2. Корень дерева - черный.
3. Каждый лист - черный.
4. Если узел красный, то оба его ребенка черные.
5. Все простые пути, идущие от корня к листьям, содержат одинаковое количество черных узлов.

Для удобства работы, все листья заменяются одним черным листом. Это обычный узел дерева со значением `nil`, черным цветом и произвольными данными о потомках. Использование подобного узла позволяет рассматривать дочерний по отношению к узлу черный лист как обычный узел с известным предком.

Черная высота узла X - количество черных узлов на любом простом пути от узла X (не считая сам узел) к листу. Обозначим черную высоту, как $bh(X)$.

В соответствии со свойством 5 - черная высота узла - точно определяемое значение, поскольку все нисходящие простые пути из узла содержат одно и то же количество черных узлов.

Черная высота дерева - черная высота его корня.

Лемма

Красно-черное дерево с n внутренними узлами имеет высоту, не превышающую $2 \lg(n + 1)$.

Операции поиска, минимума, максимума, предков, потомков, вставки, удаления выполняется за время $O(\lg h)$, где h - высота красно-черного дерева.

Так как операции вставки и удаления изменяют красно-черное дерево, то в результате их работы могут нарушаться красно-черные

свойства. Для восстановления красно-черных свойств необходимо изменить:

1. Цвета некоторых узлов дерева.
2. Родительски-дочерние связи некоторых узлов дерева.

Последнее выполняется с помощью поворотов. Это локальные операции в дереве поиска, сохраняющие красно-черные свойства. Существует 2 типа поворотов: левый и правый.

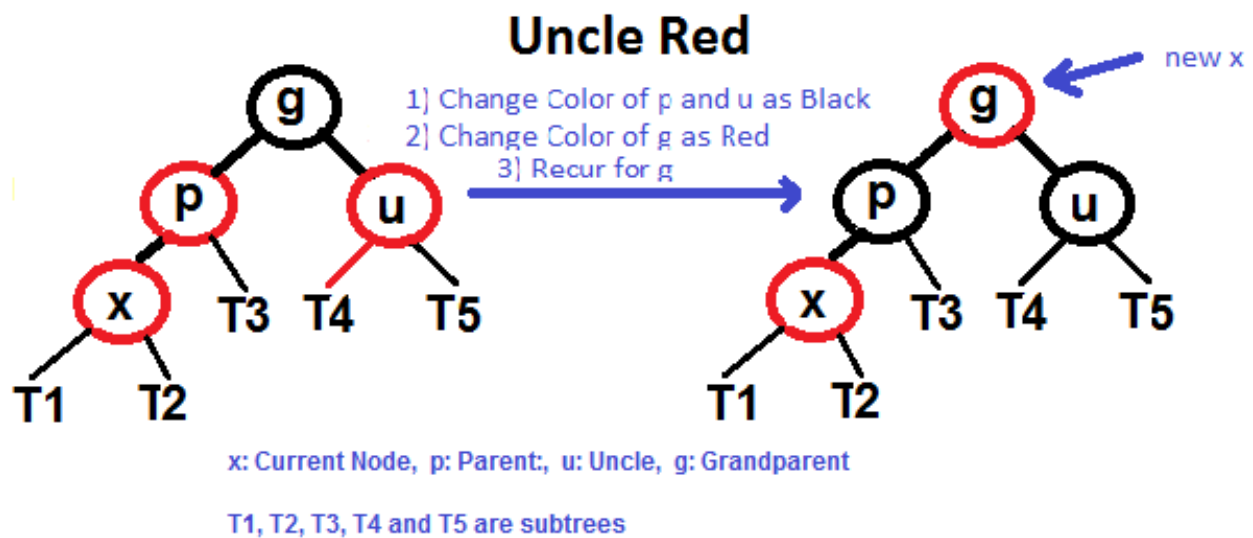


Рисунок 1 — Пример левого и правого поворотов.

Замечание

При выполнении левого поворота в узле X предполагается, что его правый ребенок Y не является черным узлом.

При выполнении правого поворота в узле Y предполагается, что его левый ребенок X не является черным узлом.

2. Реализации

2.1. Структура дерева

Упорядоченное множество реализовано с помощью красно-черного дерева. Упорядоченность и уникальность элементов обеспечивается тем, что красно-черное дерево является двоичным деревом поиска.

Дерево реализовано как кортеж, хранящий в себе свои поддеревья.

`{Key, Color, Left, Right}`

где Key - значение, Color - цвет узла, Left - левое поддерево, Right - правое поддерево.

Лист дерева представляется в виде

`{nil, black, nil, nil}`

т.к. у листа нет ни значения, ни потомков, а его цвет всегда черный

2.2. Вставка и удаление

2.2.1. Вставка

Рассмотри алгоритм вставки. Для соблюдения красно-черных свойств необходимо:

1. Вставить новый узел в красно-черное дерево, как в обычное бинарное дерево поиска, и окрасить его в красный цвет.
2. Произвести балансировку всего дерева, от корня к листьям.
3. Окрасить корень в черный цвет, т.к. в процессе балансировки он мог стать красным.

```
add_element(Key, Tree) ->  
    make_black(ins(Key, Tree)).
```

где

```
make_black({Key, _, Left, Right}) ->
    {Key, black, Left, Right}.
```

окрашивает узел в черный цвет вне зависимости от того, какого цвета он был раньше.

```
ins(Key, Tree)
```

вставляет в дерево Tree значение Key, и производит его балансировку.

```
ins(Key, {nil, black, nil, nil}) ->
    {Key, red, {nil, black, nil, nil}, {nil, black, nil, nil}};
```

если функция вызвана для пустого дерева, то создать дерево с корнем, у которого значение Key красного цвета.

```
ins(Key, {Key, Color, Left, Right}) ->
    {Key, Color, Left, Right};
```

если функция вызвана для дерева, в котором существует значение Key, то прекратить рекурсивные вызовы, а дерево оставить без изменений.

```
ins(Key, {Key1, Color, Left, Right}) when Key < Key1 ->
    balance({Key1, Color, ins(Key, Left), Right});
```

если значение необходимо вставить в левое поддерево, то вызвать функцию для левого поддерева и сбалансировать текущее дерево. Аналогично и для правого поддерева:

```
ins(Key, {Key1, Color, Left, Right}) when Key > Key1 ->
    balance({Key1, Color, Left, ins(Key, Right)}).
```

Функция `balance` выполняющая балансировку дерева реализует 4 случая нарушения четвертого красно-черного свойства рассмотренные ранее.

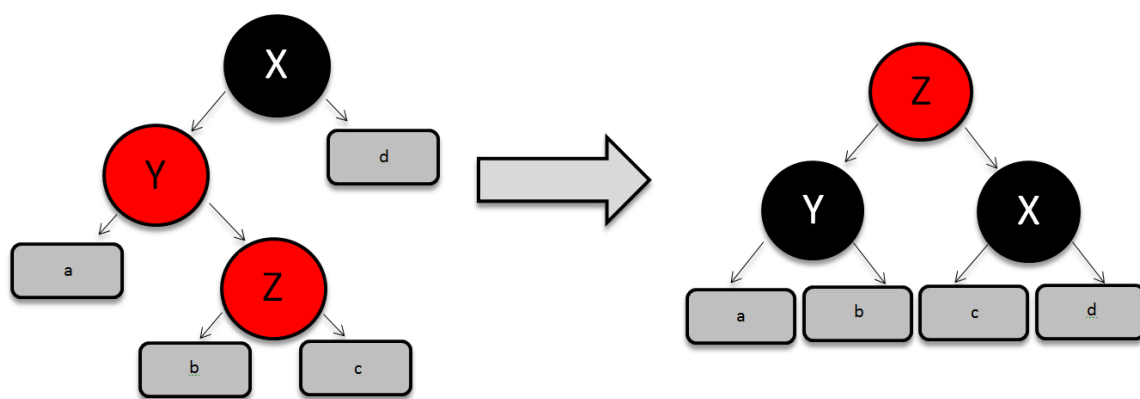


Рисунок 2 — Случаи нарушения красно-черных свойств при вставке

2.2.2. Удаление

Реализация использует арифметику цветов. К красному и черному цветам можно добавить или отнять черный цвет. Пусть при вычитании из красного цвета черного цвета получится негативный черный, вычитание из черного цвета черного даст красный цвет, добавление к красному цвету черного даст черный и добавление к черному цвету черного даст двойной черный цвет. [3]

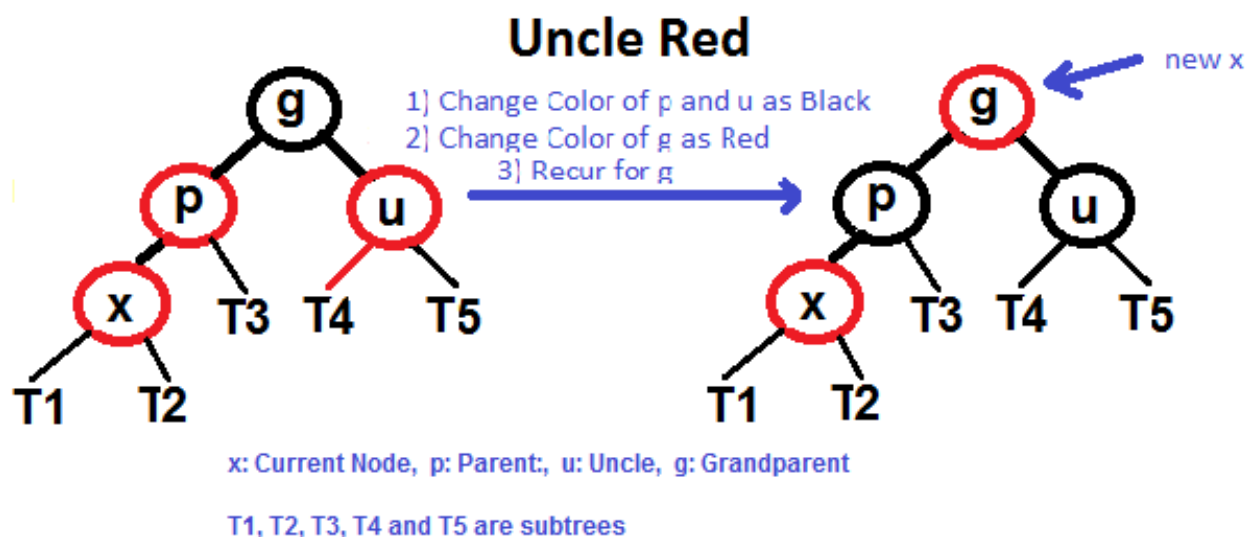


Рисунок 3 — Арифметика цветов

Реализуется арифметика цветов следующей функцией добавления цвета:

```
addBlack({Key, red, Left, Right}) ->
    {Key, black, Left, Right};
```

```
addBlack({Key, black, Left, Right}) ->
    {Key, doubleBlack, Left, Right}.
```

Функция вычитания цвета не используется.

Рассмотри алгоритм удаления. Для соблюдения красно-черных свойств необходимо:

1. Если у удаляемого узла 1 потомок и этот узел красный, то удаляем его, а на его место ставим единственного потомка. Если у удаляемого узла 1 потомок и этот узел черный, то удаляем его, а на его место ставим единственного потомка с увеличенным цветом. Если у удаляемого узла 2 потомка, то удаляем его, а на его место ставим узел из левого поддеревя с максимальным значением, удаляя из левого поддеревя этот узел.

2. Произвести балансировку всего дерева, от корня к листьям, исправляя цвета узлов.
3. Окрасить корень и листья в черный цвет, т.к. в процессе удаления и балансировки они могли изменить цвет.

```
del_element(Key, Tree) ->
    nilFix(make_black(del(Key, Tree))).
```

где

```
nilFix({nil, doubleBlack, nil, nil}) ->
    {nil, black, nil, nil};
```

```
nilFix(Tree) ->
    Tree.
```

если аргументом является двойной черный лист преобразует его в черный, а если аргумент - дерево, то возвращает его без изменений.

Рассмотрим функцию del, которая удаляет узел с заданным значением из дерева, а затем вызывает функцию балансировки дерева delFix.

```
del(_, {nil, black, nil, nil}) ->
    {nil, black, nil, nil};
```

если производится попытка удалить узел из пустого дерева, то вернуть пустое дерево.

```
del(Key, {Key, red, Left, {nil, black, nil, nil}}) ->
    Left;
```

```
del(Key, {Key, red, {nil, black, nil, nil}, Right}) ->
    Right;
```

если цвет удаляемого узла красный, и у него есть только один потомок, то вернуть потомка.

```
del(Key, {Key, black, Left, {nil, black, nil, nil}}) ->
    addBlack(Left);
```

```
del(Key, {Key, black, {nil, black, nil, nil}, Right}) ->
```

```
addBlack(Right);
```

если цвет удаляемого узла черный, и у него есть только один потомок, то вернуть потомка с добавленным цветом для сохранения 5 красно-черного свойства.

```
del(Key, {Key, Color, Left, Right})    ->  
    delFix({max(Left), Color, del(max(Left), Left), Right});
```

если у удаляемого узла 2 потомка, то вернуть дерево в котором вместо удаленного узла будет узел с максимальным значением из его левого потомка, цвет удаленного узла, левый потомок без своего максимального значения, а правый потомок останется без изменений. Результат необходимо сбалансировать.

```
del(Key, {KeyTree, ColorTree, LeftTree, RightTree})  
    when Key < KeyTree ->  
    delFix({KeyTree, ColorTree, del(Key, LeftTree), RightTree});
```

```
del(Key, {KeyTree, ColorTree, LeftTree, RightTree})  
    when Key > KeyTree ->  
    delFix({KeyTree, ColorTree, LeftTree, del(Key, RightTree)}).
```

рекурсивный поиск удаляемого узла в дереве и балансировка дерева после удаления.

Функция `delFix` реализует следующие варианты нарушения красно-черных свойств при удаалении узла:

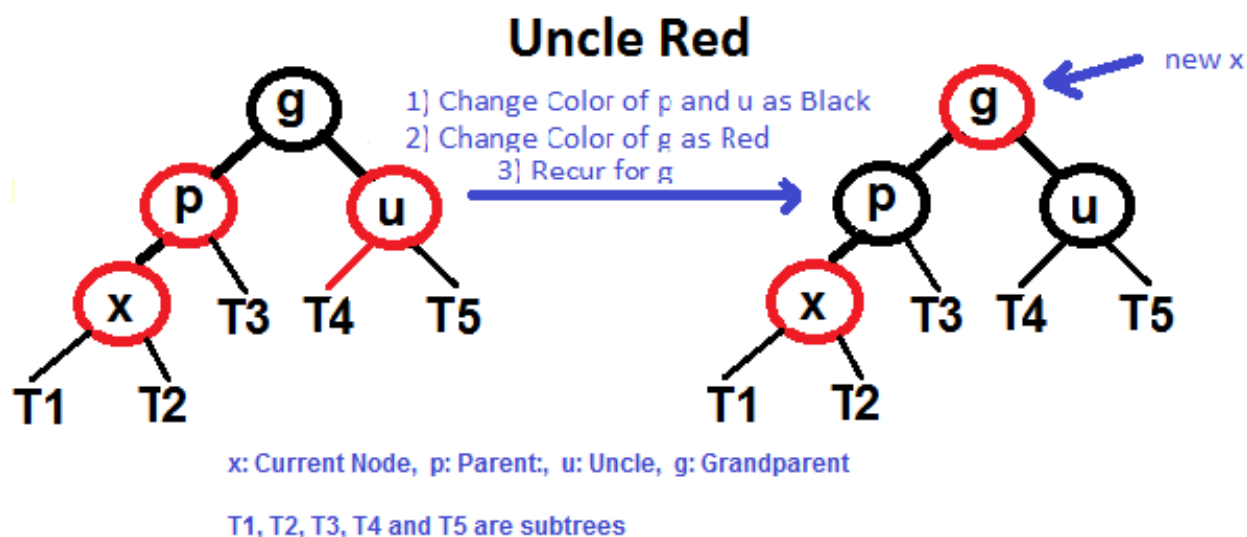


Рисунок 4 — Случаи нарушения красно-черных свойств при удалении

2.3. Логические функции

Для работы с упорядоченным множеством реализованы следующие логические операции:

1. Проверка на принадлежность элемента упорядоченному множеству
2. Проверка на то, является ли одно упорядоченное множество подмножеством другого
3. Проверка на непересекаемость двух упорядоченных множеств

Рассмотрим каждую из них.

2.3.1. Принадлежность элемента множеству

Проверка на принадлежность элемента упорядоченному множеству реализуется с помощью функции `is_element(Elem, OSet)`, где `Elem` - значение элемента, а `OSet` - упорядоченное множество.

`is_element(_, {nil, black, nil, nil}) ->`

```
false;
```

Пустому множеству не может принадлежать никакой элемент.

```
is_element(Elem, {Elem, _, _, _}) ->  
  true;
```

Если найден узел с искомым значением, то элемент принадлежит множеству.

```
is_element(Elem, {CurrElem, _, Left, Right}) ->  
  if  
    Elem < CurrElem ->  
      is_element(Elem, Left);  
    Elem > CurrElem ->  
      is_element(Elem, Right)  
  end.
```

Поиск элемента в дереве реализующем упорядоченное множество.

2.3.2. Является ли одно упорядоченное множество подмножеством другого

Проверка на то, является ли одно упорядоченное множество подмножеством другого реализуется с помощью функции `is_subset(OSetA, OSetB)`, где `OSetA` - предполагаемое подмножество `OSetB`.

```
is_subset({nil, black, nil, nil}, _) ->  
  true;
```

Пустое множество является подмножеством любого множества.

```
is_subset({Key, _, Left, Right}, OSetB) ->  
  IsElem = is_element(Key, OSetB),  
  if  
    IsElem ->  
      is_subset(Left, OSetB)  
      and  
      is_subset(Right, OSetB);  
  true ->
```



```

        false
    end.

```

Проверяется принадлежность корня OSetA множеству OSetB, и если корень принадлежит OSetB, то проверяется принадлежность левого и правого поддерева множеству OSetB. Иначе OSetA не является подмножеством OSetB.

2.3.3. Непересекаемость двух упорядоченных множеств

Проверка на непересекаемость двух упорядоченных множеств реализуется с помощью функции `is_disjoint(OSetA, OSetB)`, где OSetA и OSetB - упорядоченные множества.

```

is_disjoint(_, {nil, black, nil, nil}) ->
    true;

```

Никакое множество не пересекается с пустым.

```

is_disjoint(OSetA, {Key, _, Left, Right}) ->
    IsElem = is_element(Key, OSetA),
    if
        IsElem ->
            false;
        true ->
            is_disjoint(OSetA, Left)
            and
            is_disjoint(OSetA, Right)
    end.

```

Проверяется принадлежность корня OSetB множеству OSetA, и если корень принадлежит OSetA, то множества не являются пересекающимися. Иначе проверяется непересекаемость левого и правого поддерева множеству OSetA.

2.4. Перевод в список и обратно, свертка и фильтрация

2.4.1. Перевод упорядоченного множества в список

```
to_list({nil, black, nil, nil}) ->
  [];
```

Пустое множество переводится в пустой список.

```
to_list({Key, _, Left, Right}) ->
  to_list(Left) ++ [Key] ++ to_list(Right).
```

Для сохранения упорядоченности в список переводится левое поддерево, потом добавляется корневое значение, а затем в список переводится правое поддерево.

2.4.2. Перевод списка в упорядоченное множество

```
from_list(List) ->
  lists:foldl(fun(Elem, OSet) ->
    add_element(Elem, OSet)
  end,
  new(),
  List).
```

Перевод списка в упорядоченное множество реализуется с помощью стандартной функции свертки списка и функции добавления элемента в множество. К каждому элементу списка List, применяется функция fun(Elem, OSet) где Elem - элемент List, а в качестве OSet изначально берется пустое множество.

2.4.3. Свертка

Свертка fold(Fun, Acc, OSet) применяет к каждому элементу упорядоченного множества OSet функцию Fun(Elem, Acc) и возвращает итоговое значение Acc.

```
fold(_, Acc, {nil, black, nil, nil}) ->
  Acc;
```

Если свертка применяется к пустому множеству, то просто возвращается Acc.

```
fold(Fun, Acc, {Key, _, Left, Right}) ->
  Fun(Fun(Key, fold(Fun, Acc, Left)), fold(Fun, Acc, Right)).
```

Если же свертка применяется к не пустому множеству, то Fun применяется к левому, а затем и к правому поддереву.

2.4.4. Фильтрация

Фильтрация `filter(Pred, OSet)` применяет к каждому элементу `OSet` предикат `Pred`, и возвращает упорядоченное множество элементов из `OSet` удовлетворяющих `Pred`.

```
filter(Pred, OSet) ->  
  OSetList = to_list(OSet),  
  FilteredList = lists:filter(Pred, OSetList),  
  from_list(FilteredList).
```

Упорядоченное множество переводится в список, список фильтруется с помощью стандартной функции, а затем результат переводится из списка обратно в упорядоченное множество.

2.5. Объединение, пересечение, разность

Реализации операций объединения, пересечения и разности отличаются друг от друга, для достижения лучшей скорости.

2.5.1. Объединение

Операция объединения реализована рекурсивно.

```
union(OSetA, {nil, black, nil, nil}) ->  
  OSetA;
```

Объединением упорядоченного множества `OSetA` с пустым, будет упорядоченное множество `OSetA`.

```
union(OSetA, {Key, _, Left, Right}) ->  
  union(union(add_element(Key, OSetA), Left), Right).
```

Для объединения упорядоченных множеств `OSetA` и `OSetB`, во множество `OSetA` добавляется корневой элемент `OSetB`, а после применяется операция объединения `OSetA` к левому и правому поддереву `OSetB`.

Для объединения более чем двух упорядоченных множеств используется функция объединения от списка упорядоченных множеств.

```
union([OSet1, OSet2 | []]) ->
    union(OSet1, OSet2);
```

Если в списке всего два упорядоченных множества, то использовать операцию объединения от двух упорядоченных множеств.

```
union([OSet1, OSet2 | OSetsListTail]) ->
    OSetUnion = union(OSet1, OSet2),
    union([OSetUnion | OSetsListTail]).
```

В противном случае, заменить в исходном списке два первых упорядоченных множества их объединением и найти объединение нового списка.

2.5.2. Пересечение

Операция пересечения реализована перебором одного из упорядоченных множеств.

```
intersection(OSetA, OSetB) ->
    intersection(OSetA, OSetB, {nil, black, nil, nil}).
```

При первом вызове операции пересечения для упорядоченных множеств OSetA и OSetB вызывается функция пересечения с пустым аккумулятором.

```
intersection({nil, black, nil, nil}, _, Acc) ->
    Acc;
```

При пересечении любого упорядоченного множества с пустым множеством необходимо вернуть аккумулятор.

```
intersection(OSetA, OSetB, Acc) ->
    OSetALeft = min(OSetA),
    OSetANew = del_element(OSetALeft, OSetA),
    IsElem = is_element(OSetALeft, OSetB),
    if
```

```

    IsElem ::= true ->
        AccNew = add_element(OSetALeft, Acc),
        intersection(OSetANew, OSetB, AccNew);
    IsElem ::= false ->
        intersection(OSetANew, OSetB, Acc)
end.

```

В противном случае удаляем из упорядоченного множества OSetA минимальный элемент, и если он принадлежит еще и множеству OSetB, то добавляем его в аккумулятор, иначе находим пересечение нового упорядоченного множества OSetA и неизмененного OSetB.

Функция пересечения более чем двух упорядоченных множеств реализуется аналогично с объединением:

```

intersection([OSet1, OSet2 | []]) ->
    intersection(OSet1, OSet2);

intersection([OSet1, OSet2 | OSetsListTail]) ->
    OSetIntersection = intersection(OSet1, OSet2),
    intersection([OSetIntersection | OSetsListTail]).

```

2.5.3. Разность

Операция разности двух упорядоченных множеств, как и операция пересечения, реализована перебором одного из упорядоченных множеств.

```

subtract(OSetA, {nil, black, nil, nil}) ->
    OSetA;

```

Вычитание из упорядоченного множества OSetA пустого множества даст упорядоченное множество OSetA.

```

subtract(OSetA, OSetB) ->
    OSetBLeft = min(OSetB),
    OSetBNew = del_element(OSetBLeft, OSetB),
    IsElem = is_element(OSetBLeft, OSetA),
    if
        IsElem ::= true ->

```

```

    OSetANew = del_element(OSetBLeft, OSetA),
    subtract(OSetANew, OSetBNew);
IsElem := false ->
    subtract(OSetA, OSetBNew)
end.

```

Если же из упорядоченного множества OSetA вычитаем непустое упорядоченное множество OSetB, то удаляем из упорядоченного множества OSetB минимальный элемент, и если он принадлежит еще и множеству OSetA, то удаляем его из множества OSetA и вычитаем из нового упорядоченного множества OSetA новое упорядоченное множество OSetB, иначе вычитаем из неизмененного упорядоченного множества OSetA новое упорядоченное множество OSetB.

3. Сравнение с модулями sets и ordsets

В работе произведено сравнение времени выполнения стандартных операций реализованной мной структуры, со стандартными структурами языка Erlang. Реализация упорядоченного множества oset [4] сравнивается со стандартным упорядоченным множеством ordsets [5] и стандартным множеством sets [6].

В ходе сравнения данные считываются из текстового файла, заносятся в структуру и для каждой структуры проводятся замеры времени выполнения ее функций. Замер происходит дважды. В первый раз в текстовом файле находится 100 000 чисел от 0 до 2 147 483 647 и 99 997 уникальных значений, а во второй от 0 до 10 000 и 10 000 уникальных значений. Время указано в секундах.

Ниже приведены таблицы замеров времени выполнения функций модулей ordsets, oset и sets.

Таблица 1 — Таблица времени выполнения с 99997 элементами в структуре

	ordsets	oset	sets
add_element	1,93E-03	4,19E-05	4,65E-05
del_element	2,50E-03	4,80E-05	4,64E-05
is_element	4,63E-03	1,85E-06	4,51E-07
to_list	6,00E-08	2,44E-02	1,21E-02
from_list	7,39E-03	5,32E-01	5,91E-01
is_set	4,80E-03	1,08E-02	8,00E-08
union	2,10E-02	4,91E-01	1,53E+00
intesection	1,59E-02	7,63E-01	5,70E-02
subtract	1,86E-02	7,66E-01	6,13E-02
is_subset	2,10E-07	1,94E-06	9,69E-03
is_disjoint	2,59E-04	1,88E-01	1,55E-02
fold	1,36E-02	3,19E-02	1,83E-02
filter	1,75E-02	2,98E-01	2,46E-02

Таблица 2 — Таблица времени выполнения с 10000 элементами в структуре

	ordsets	oset	sets
add_element	2,65E-04	3,70E-05	3,69E-05
del_element	6,03E-05	3,72E-05	3,76E-05
is_element	3,60E-04	1,36E-06	4,44E-07
to_list	7,00E-08	2,08E-03	9,33E-04
from_list	6,13E-04	3,19E-02	1,79E-02
is_set	3,31E-04	1,18E-03	7,00E-08
union	6,01E-04	2,43E-02	1,07E-02
intesection	6,59E-04	8,38E-02	4,22E-03
subtract	3,70E-04	8,53E-02	4,64E-03
is_subset	3,61E-05	8,64E-03	3,11E-03
is_disjoint	9,00E-08	8,40E-07	8,81E-04
fold	7,58E-04	2,23E-03	9,14E-04
filter	1,01E-03	1,78E-02	1,70E-03

3.1. Вставка и удаление

В приведенных ниже временных показателях указано среднее время считывания 100 000 чисел из файла и занесения их в структуру.

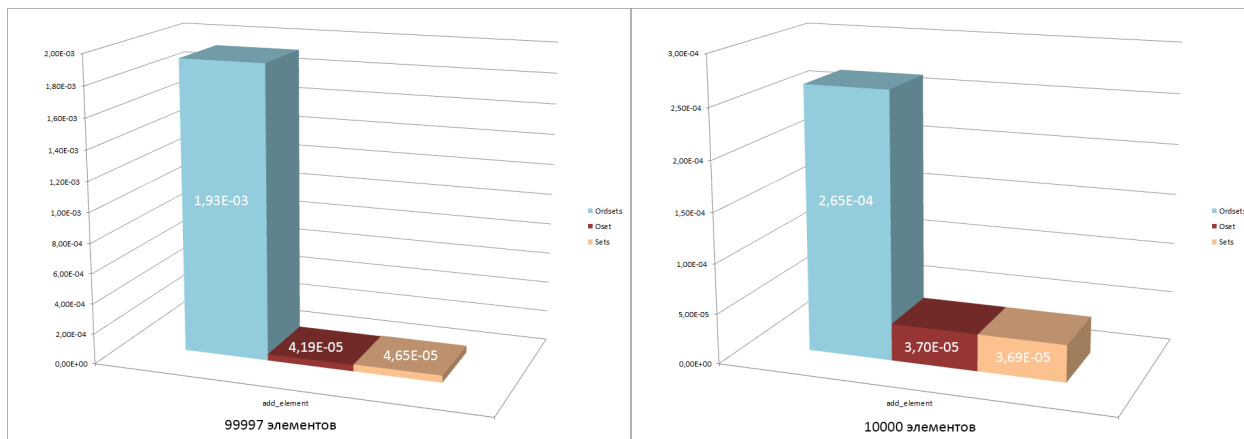


Рисунок 5 — Замер времени выполнения операции вставки

Аналогично и для операции удаления - время считывания чисел из файла и удаление их из структуры.

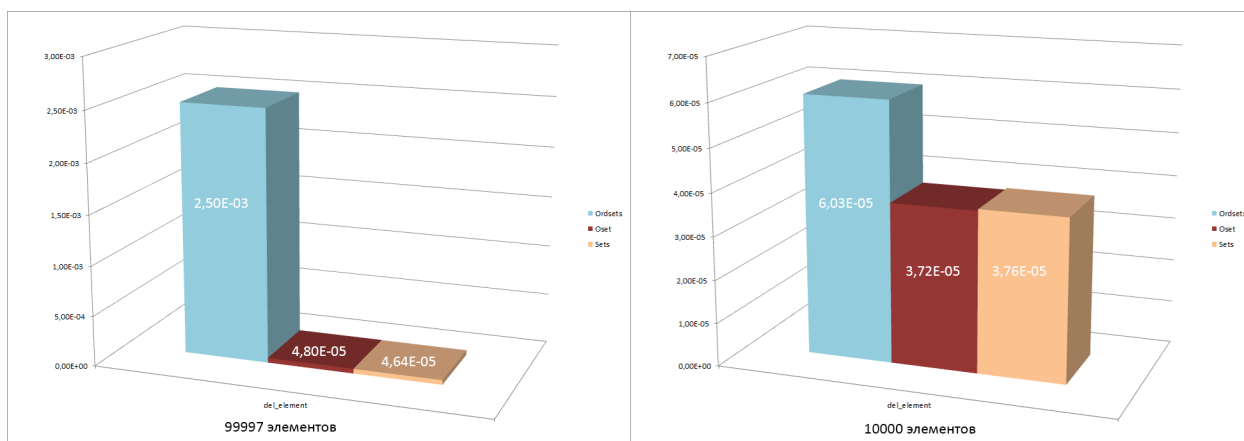


Рисунок 6 — Замер времени выполнения операции удаления

Как видно из рисунков 16 и 17, время выполнения операций вставки и удаления из модуля oset, сопоставимо с временем выпол-

нения операций в модуле `sets`, и существенно меньше времени выполнения этих операций в модуле `ordsets`. Это связано с тем, что упорядоченное множество в модуле `ordsets` реализовано списком Erlang, а операции вставки и удаления линейны.

3.2. Логические функции

Логические функции, такие как `is_element`, `is_subset` и `is_disjoint` запускаются по 100 раз каждая и в результат идет среднее время выполнения.

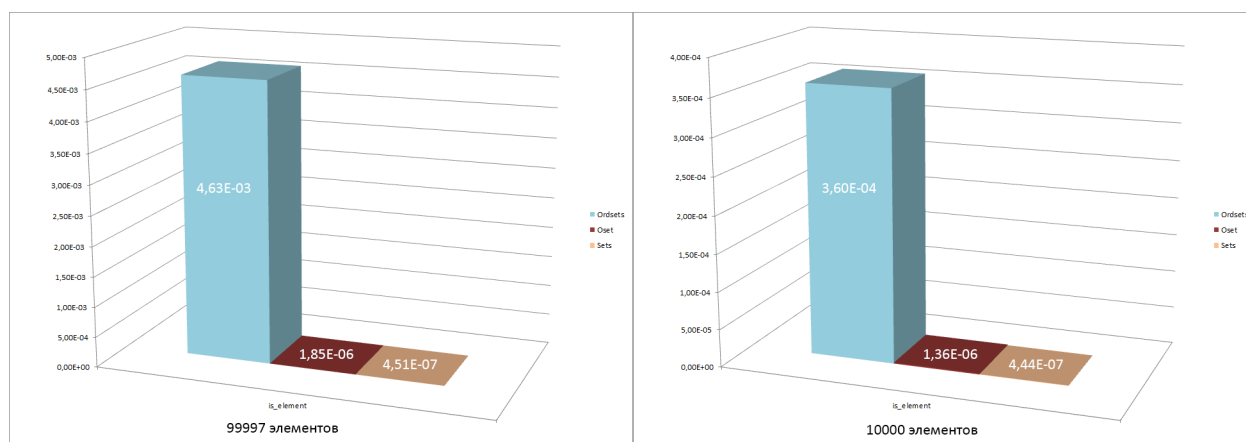


Рисунок 7 — Замер времени выполнения проверки на принадлежность элемента множеству

Благодаря тому, что модуль `oset` реализует упорядоченное множество на основе красно-черного дерева, операция проверки на принадлежность элемента множеству работает примерно за то же время, что и у модуля `sets`, и на несколько порядков быстрее, чем у модуля `ordsets`, так как в нем эта операция реализована перебором всех элементов списка.

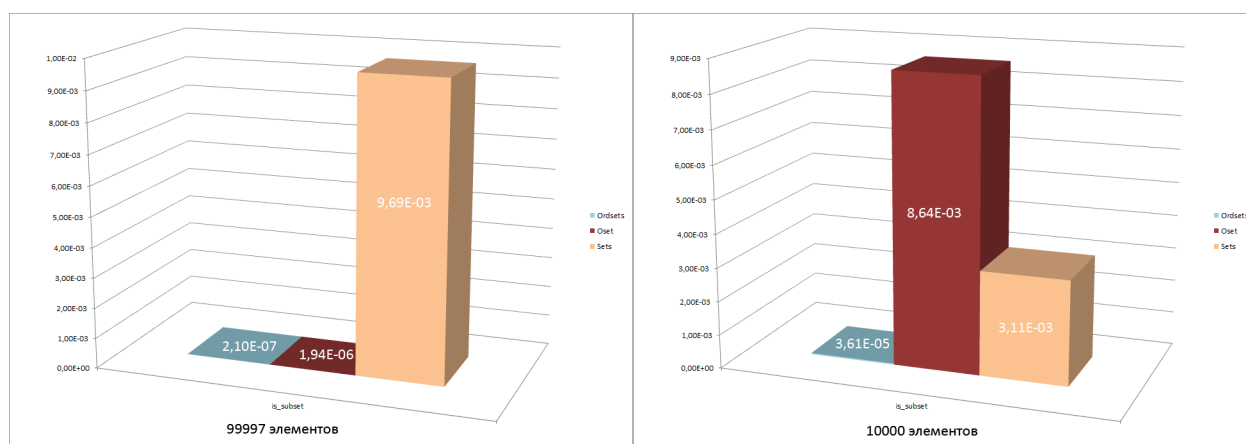


Рисунок 8 — Замер времени выполнения проверки на то, является ли одно множество подмножеством другого

При большом объеме данных множества реализация проверки в модуле sets заметно уступает по времени выполнения модулям ordsets и oset. Это связано с тем, что в модуле sets проверка реализована последовательным перебором элементов одного множества и проверкой на его принадлежность другому. При малом объеме данных реализация в модуле ordsets работает быстрее, из-за реализации структуры данных с помощью списка Erlang.

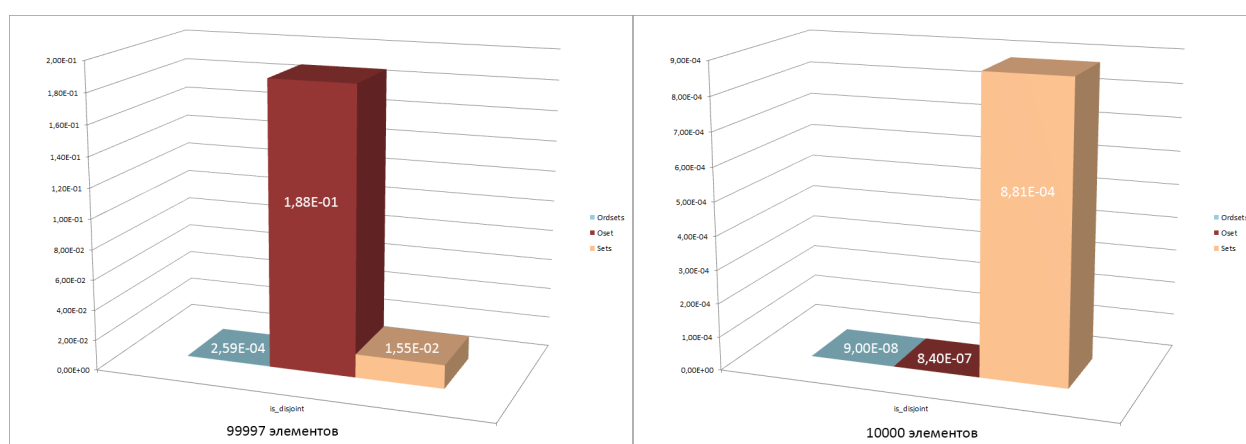


Рисунок 9 — Замер времени выполнения проверки на непересекаемость двух упорядоченных множеств

Реализация данной проверки в модуле sets при малом количестве данных работает медленнее, как и в случае с проверкой на то, является ли одно множество подмножеством другого, из-за последовательного перебора элементов одного множества. При большом объеме данных рекурсивная реализация oset, уступает реализациям из модулей ordsets и sets.

3.3. Перевод в список и обратно, свертка и фильтрация

При замере времени, как и с логическими функциями, каждая функция запускается по 100 раз, а в результат идет среднее время выполнения.

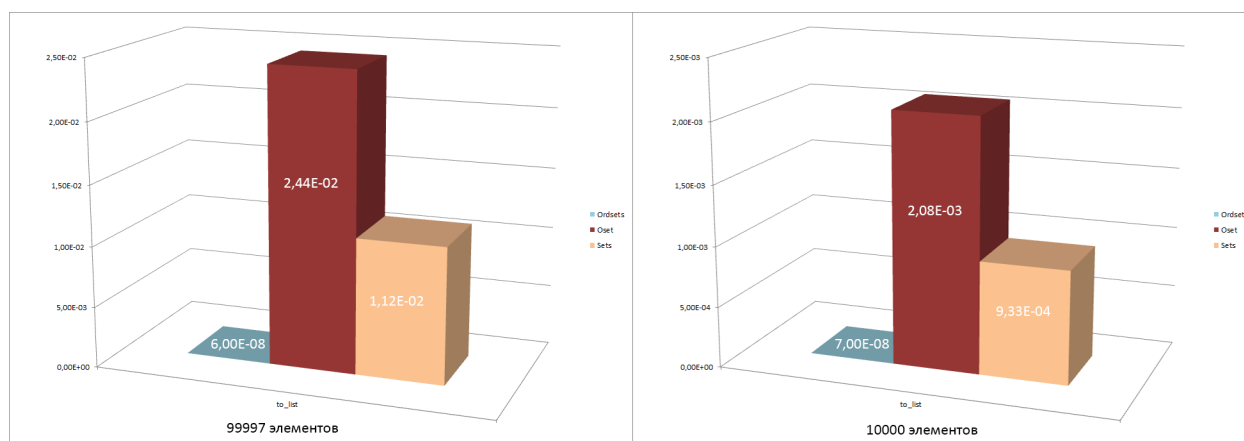


Рисунок 10 — Замер времени выполнения перевода множества в список

Самой быстрой операцией перевода множества в список является реализация из модуля ordsets, так как само множество реализовано с помощью списка. Реализация модуля sets использует операцию свертки и поэлементно заполняет список. Реализация модуля oset рекурсивно добавляет в список значение корня, и добавляет к нему в начало список из левого поддерева, а в конец - из правого.

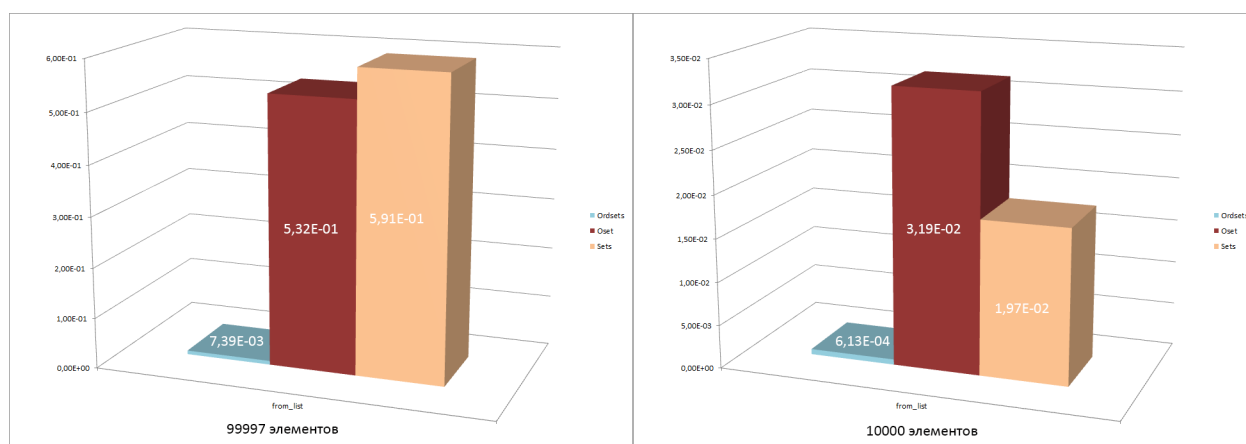


Рисунок 11 — Замер времени выполнения перевода списка в множество

На большом объеме множества реализации из модулей oset и sets работают приблизительно одинаково. Реализация модуля ordsets работает быстрее, так как она просто сортирует список. На малом объеме данных реализация модуля oset уступает реализации модуля sets.

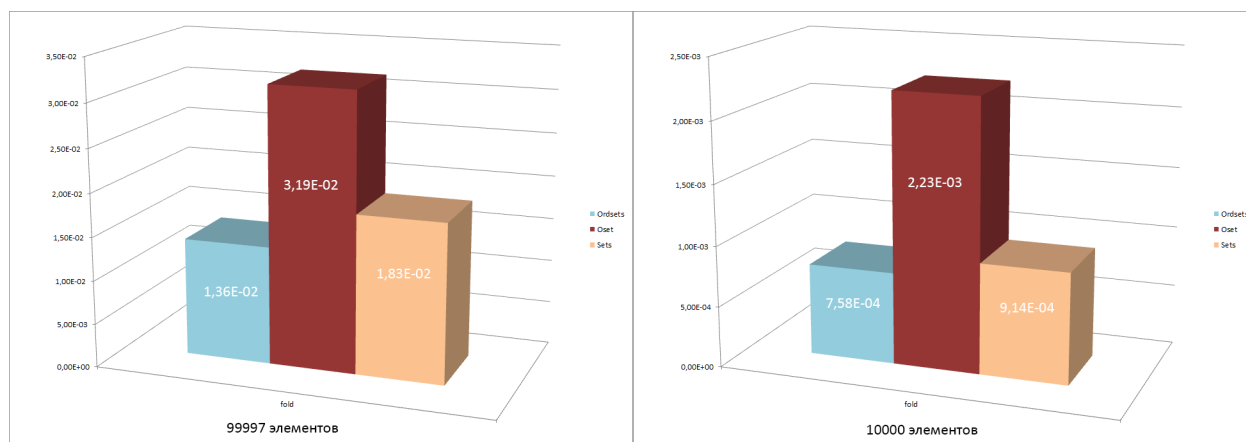


Рисунок 12 — Замер времени выполнения свертки

Свертка проверялась на функции сложения. Результатом ее выполнения являлась сумма элементов множества. Erlang умеет работать с большими числами, поэтому ошибок при вычислении свертки

не происходило. Показатели времени выполнения операции свертки не сильно отличаются друг от друга, несмотря на то, что свертка в модуле ordsets реализована стандартной операцией свертки над списком.

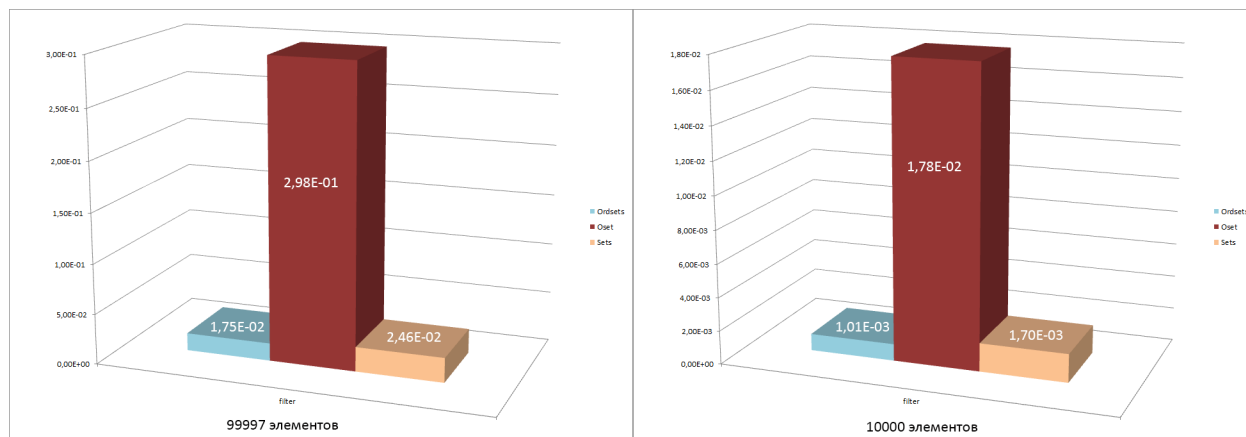


Рисунок 13 — Замер времени выполнения фильтрации

Фильтрация проверялась на предикате проверяющем четность числа. Результатом ее выполнения являлось множество четных элементов. Операция фильтрации множества в модуле oset по времени выполнения уступает реализациям модулей sets и ordsets. Отставание по времени связано с тем, что реализация oset использует перевод множества в список и стандартную реализацию операции фильтрации для списка.

3.4. Объединение, пересечение, разность

Операции объединения, пересечения и разности запускаются по 100 раз и в результат идет среднее время выполнения.

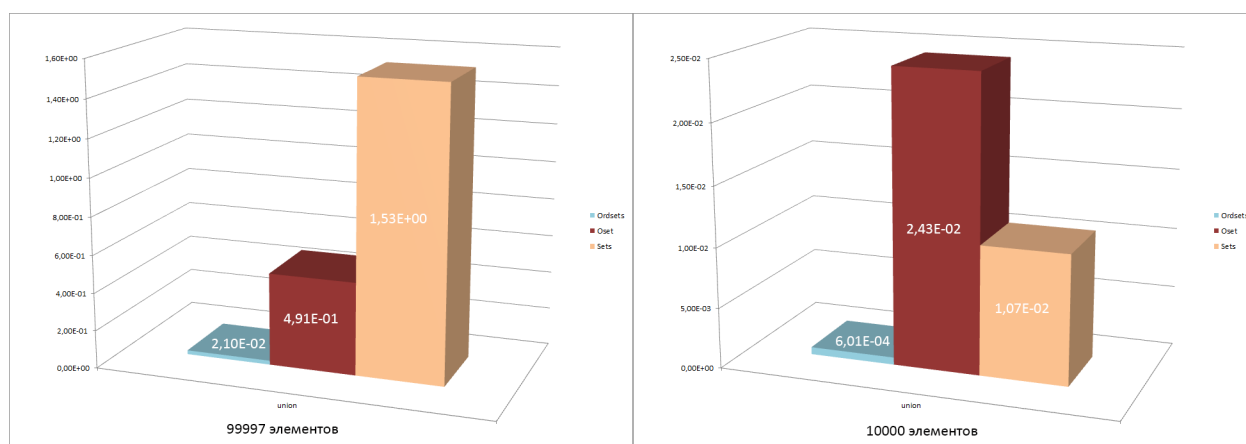


Рисунок 14 — Замер времени выполнения объединения двух множеств

На большом объеме данных реализация модуля sets уступает двум другим, потому что реализована с помощью свертки. На малом объеме данных в модуле oset самая медленная реализация операции объединения двух множеств, так как реализована рекурсивно. Реализация модуля ordsets в обоих случаях работает быстрее. Это происходит из-за реализации самого множества с помощью списка, и быстрой операции с ним.

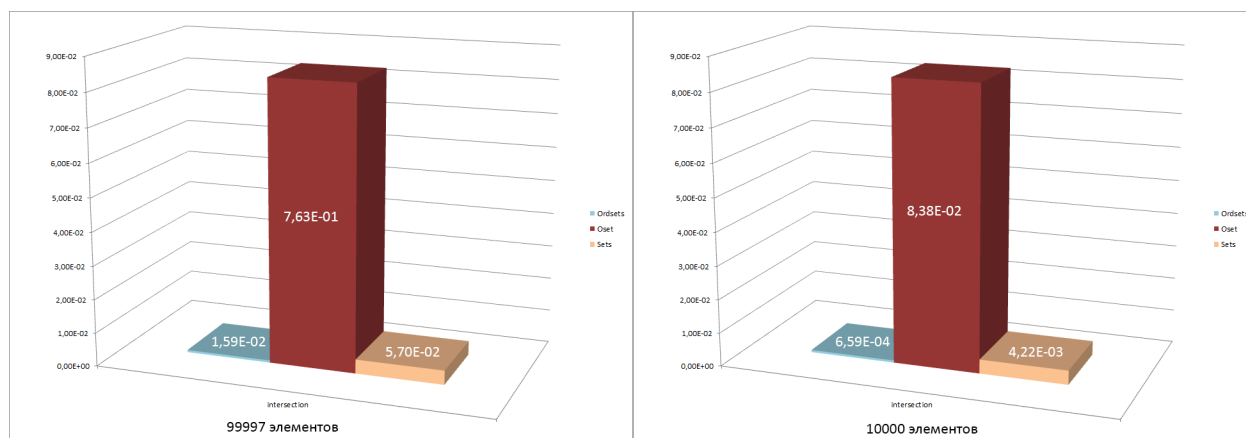


Рисунок 15 — Замер времени выполнения пересечения двух множеств

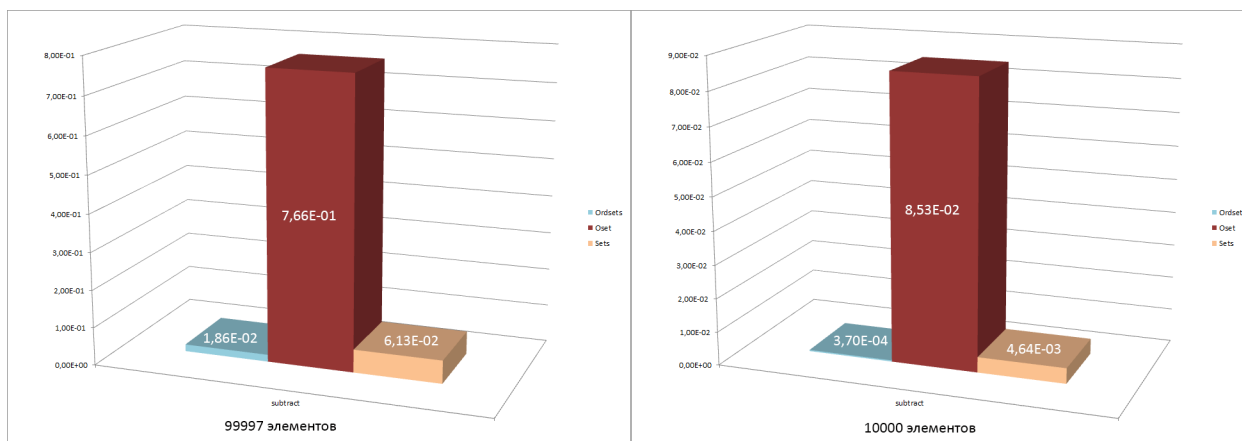


Рисунок 16 — Замер времени выполнения разности двух множеств

Время выполнения операций пересечения двух упорядоченных множеств и их разности в модуле `oset` уступает времени выполнения этой же операции в модулях `sets` и `ordsets`. Длительность выполнения связана с последовательным перебором всех элементов одного из множеств.

Заключение

В рамках работы изучены принципы функционального программирования, а также реализовано упорядоченное множество на основе красно-черного дерева. Было произведено сравнение времени выполнения основных функций модулей `ordsets`, `oset` и `sets` и проанализирована зависимость времени выполнения от реализации структуры данных.

Список литературы

1. Erlang. — URL: <https://ru.wikipedia.org/wiki/Erlang>.

2. *Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р.* Алгоритмы: Построение и анализ. — 6-е изд. — М. : МЦНМО, 2001. — С. 955.
3. The missing method: Deleting from Okasaki's red-black trees. — URL: <http://matt.might.net/articles/red-black-delete/>.
4. Repository VladBytskyuk/oset. — URL: <https://github.com/VladBytskyuk/Oset-Erlang/blob/oset.erl>.
5. Repository Erlang-OTP/ordsets. — URL: <https://github.com/blackberry/Erlang-OTP/blob/master/lib/stdlib/src/ordsets.erl>.
6. Repository Erlang-OTP/sets. — URL: <https://github.com/blackberry/Erlang-OTP/blob/master/lib/stdlib/src/sets.erl>.