

TEMA 1

Ex. 1. Găsiți CMMDC pentru 78513 și 10997 cu ajutorul algoritmului lui Euclid extins și determinați coeficienții Bezout

$$78513 = 10997 \cdot 7 + 1534$$

$$10997 = 1534 \cdot 7 + 1527$$

$$(78513, 10997) = 1$$

$$1534 = 1527 \cdot 1 + 607 \Rightarrow X_{1534} = (1, 0) - (0, 7) = (1, -7)$$

$$1527 = 607 \cdot 2 + 113 \Rightarrow X_{1527} = (0, 1) + (-5, 35) = (-5, 36)$$

$$607 = 113 \cdot 5 + 42 \Rightarrow X_{607} = (1, -7) + (3, -36) = (4, -43)$$

$$113 = 42 \cdot 2 + 29 \Rightarrow X_{113} = (-5, 36) + (-12, 86) = (-17, 122)$$

$$42 = 29 \cdot 1 + 13$$

$$\Rightarrow X_{42} = (4, -43) + (85, -610) = (89, -653)$$

$$29 = 13 \cdot 2 + 3$$

$$\Rightarrow X_{29} = (-17, 122) + (-182, 1306) = (-199, 1428)$$

$$13 = 3 \cdot 4 + 1$$

$$\Rightarrow X_{13} = (89, -653) + (155, -1428) = (244, -2081)$$

$$3 = 1 \cdot 3 + 0$$

$$\Rightarrow X_3 = (-199, 1428) + (-580, 4162) = (-779, 5590)$$

$$1 = 1 \cdot 1 + 0$$

$$X_1 = (244, -2081) + (3116, 22360) = (3406, -24441)$$

$$3406 \cdot 78513 - 24441 \cdot 10997 = 1$$

Ex. 2. Calculați inversul lui 8 cu modulo 29

$$8x \equiv 1 \pmod{29}$$

$$8^{27} \pmod{29}$$

$$8x \equiv 1 + 29x$$

$$8 \cdot (8^7)^4 \pmod{29} \equiv 8 \cdot 23^4 \pmod{29} \equiv$$

$$8^{-1} \equiv 8^{29-2} \pmod{29}$$

$$\equiv 8 \cdot (23)^6 \cdot 23 \pmod{29} \equiv 8 \cdot 18^6 \cdot 23 \pmod{29} \equiv$$

$$8^{-1} \equiv 8^{27} \pmod{29}$$

$$\equiv 8 \cdot 11^3 \cdot 23 \pmod{29} \equiv 8 \cdot 3 \cdot 11 \cdot 23 \pmod{29} \equiv 7 \pmod{29}$$

inversul lui 8 modulo 29 este 7