

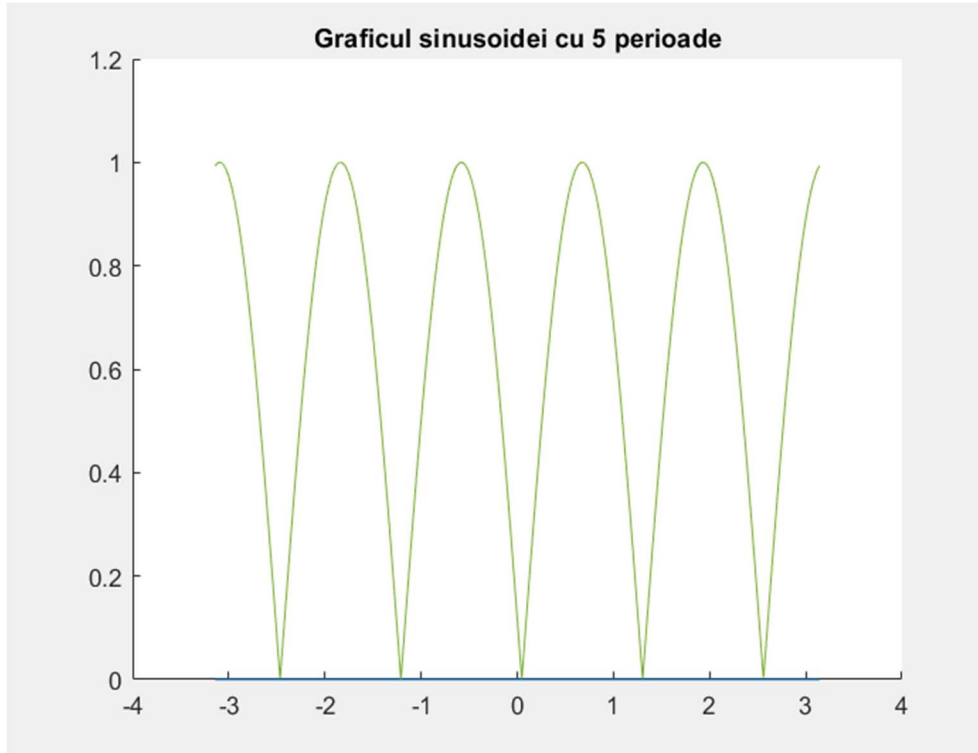
PS – LABORATOR 2

Mărgăritescu Vlad – 333AC

Tema 1 (TF a unei sinusoide complexe cu suport finit)

A

Am initializat apelul $[\omega_0, M] = \text{PS_Lab_2_Tema_1}(5, 9)$ si am aflat parametrii personalizati.



In continuare am calculat analitic TF a semnalului dat si am atasat pozele rezolvarii mai jos.

Solutor 2

Temă 1

Mărgăritescu Vlad
333 AC

a) $x[n] = e^{j\omega_0 n}$, $\forall n \in \overline{0, N-1}$

Arată și TF a nunsoidului care munitoare exprese

$$X(\omega) = \frac{e^{-j(\omega-\omega_0)N/2}}{e^{-j(\omega-\omega_0)/2}} \frac{\sin \frac{(\omega-\omega_0)N}{2}}{\sin \frac{(\omega-\omega_0)}{2}}, \quad \forall \omega \in \mathbb{R} \quad (3)$$

Sol: Transformata Fourier pt x este

$$TF = X(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{-j\omega n} = \sum_{n=0}^{N-1} e^{j\omega_0 n} \cdot e^{-j\omega n}$$

$$= \sum_{n=0}^{N-1} e^{-j(\omega n - \omega_0 n)} = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-jn(\omega - \omega_0)} \quad (1)$$

Pentru simplitate $\omega - \omega_0 \stackrel{\text{not}}{=} \Omega$

$$TF = \sum_{n=0}^{N-1} e^{-jn\Omega} = \frac{e^{j\Omega N} - 1}{e^{j\Omega N} - e^{j\Omega(N-1)}} =$$

$$= \frac{e^{j\Omega(N-1)} \cdot e^{j\Omega} - 1}{e^{j\Omega(N-1)} \cdot e^{j\Omega} - e^{j\Omega(N-1)}} = \frac{e^{j\Omega(N-1)} [e^{j\Omega} - e^{-j\Omega(N-1)}]}{e^{j\Omega(N-1)} [e^{j\Omega} - 1]}$$

$$= \frac{e^{j\Omega} (1 - e^{-j\Omega N})}{e^{j\Omega} (1 - e^{-j\Omega})} \Rightarrow TF = \frac{1 - e^{-j\Omega N}}{1 - e^{-j\Omega}} \quad (2)$$

$$\sin \frac{2N}{2} = \frac{e^{j\frac{2N}{2}} - e^{-j\frac{2N}{2}}}{2j}$$

$$\sin \frac{N}{2} = \frac{e^{j\frac{N}{2}} - e^{-j\frac{N}{2}}}{2j} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \frac{2N}{2}}{\sin \frac{N}{2}} = \frac{e^{j\frac{2N}{2}} - e^{-j\frac{2N}{2}}}{e^{j\frac{N}{2}} - e^{-j\frac{N}{2}}}$$

$$\Rightarrow X(\omega) = \frac{e^{-j\frac{2N}{2}} \cdot (e^{j\frac{2N}{2}} - e^{-j\frac{2N}{2}})}{e^{-j\frac{N}{2}} (e^{j\frac{N}{2}} - e^{-j\frac{N}{2}})}$$

$$\textcircled{3} \quad = \frac{e^{-j\frac{2N}{2}} \cdot e^{j\frac{2N}{2}} - e^{-j\frac{2N}{2}} \cdot e^{-j\frac{2N}{2}}}{e^{-j\frac{N}{2}} \cdot e^{j\frac{N}{2}} - e^{-j\frac{N}{2}} \cdot e^{-j\frac{N}{2}}}$$

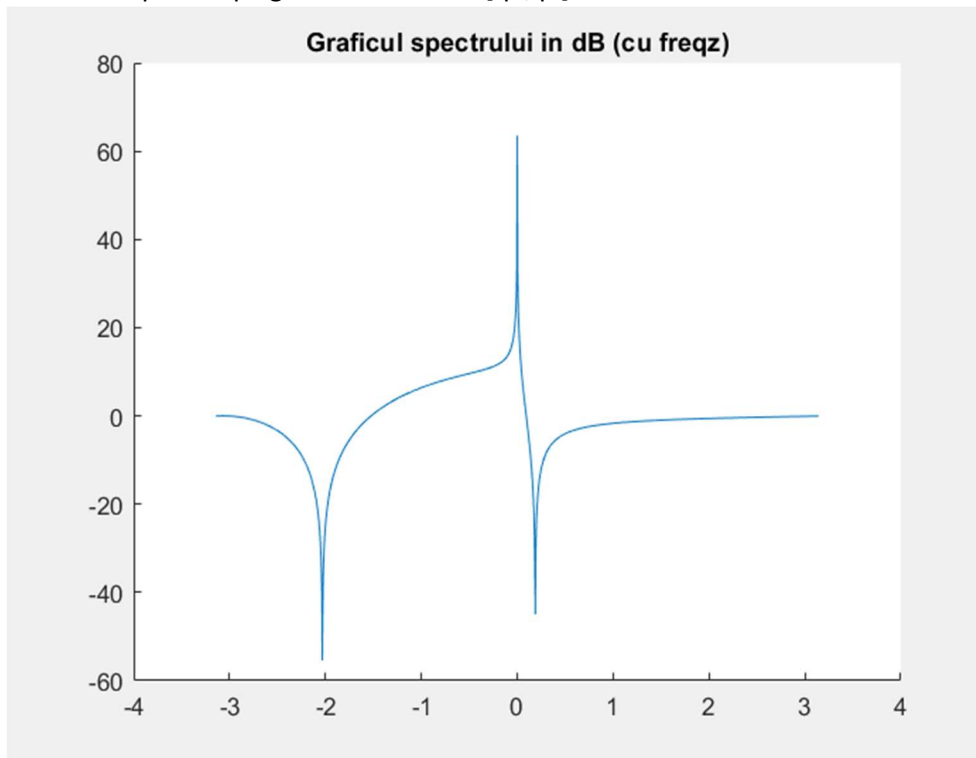
$$= \frac{1 - e^{-j(2N)}}{1 - e^{-j(N)}} \Rightarrow TF = \frac{1 - e^{-j2N}}{1 - e^{-jN}} \quad \textcircled{2}$$

Even "1" = "2" și "3" = "2" \Rightarrow "1" = "3"

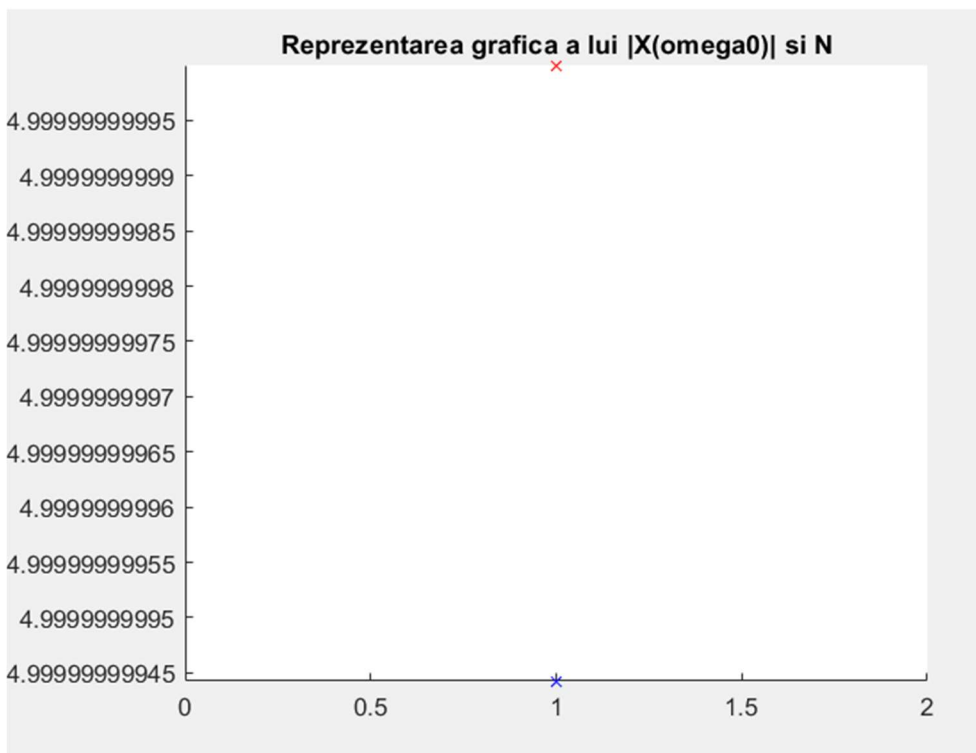
\Rightarrow 5-a arătat că numărătoare TF rezultă

B

Am trasat spectrul pe grila de frecvente $[-\pi, \pi]$



Se observa ca Spectrul nu este simetric fata de axa OY, deoarece semnalul nu este real, ci complex. Spectrul nu contine doar o linie, deoarece impulsul Dirac nu este centrat in origine.

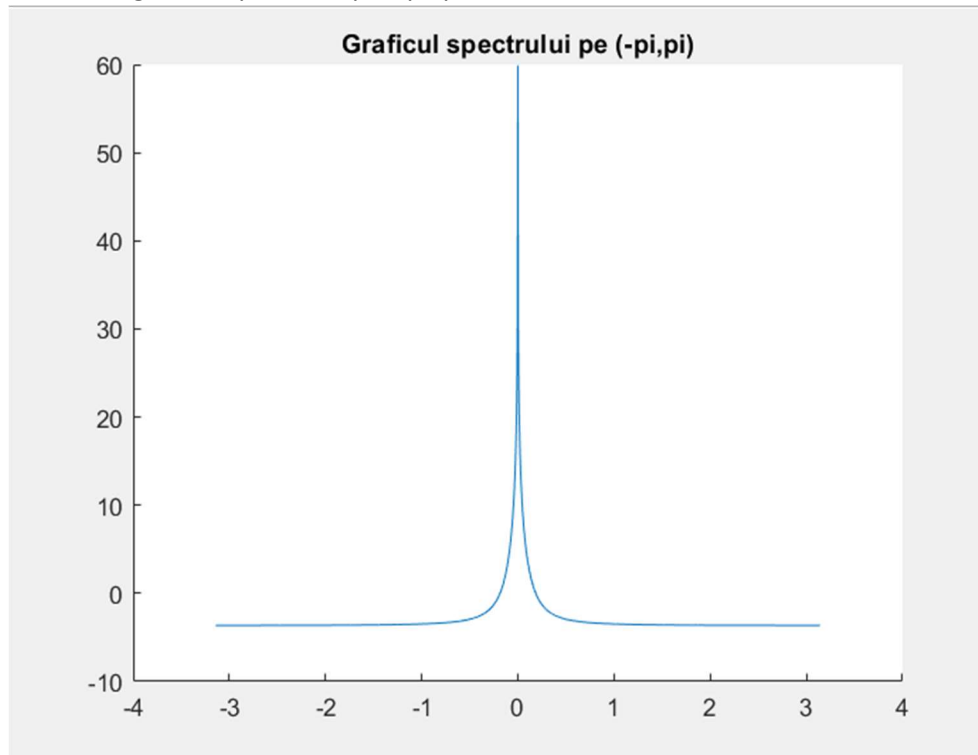
C

Se observa ca diferenta dintre cele 2 puncte este neglijabila, astfel egalitatea este indeplinita. Daca in relatia 2.16 inlocuim ω cu ω_0 sinusurile dau 0. Asadar, egalitatea nu este o proprietate normala.

Tema 2 (TF a unei sinusoide reale cu suport finit)

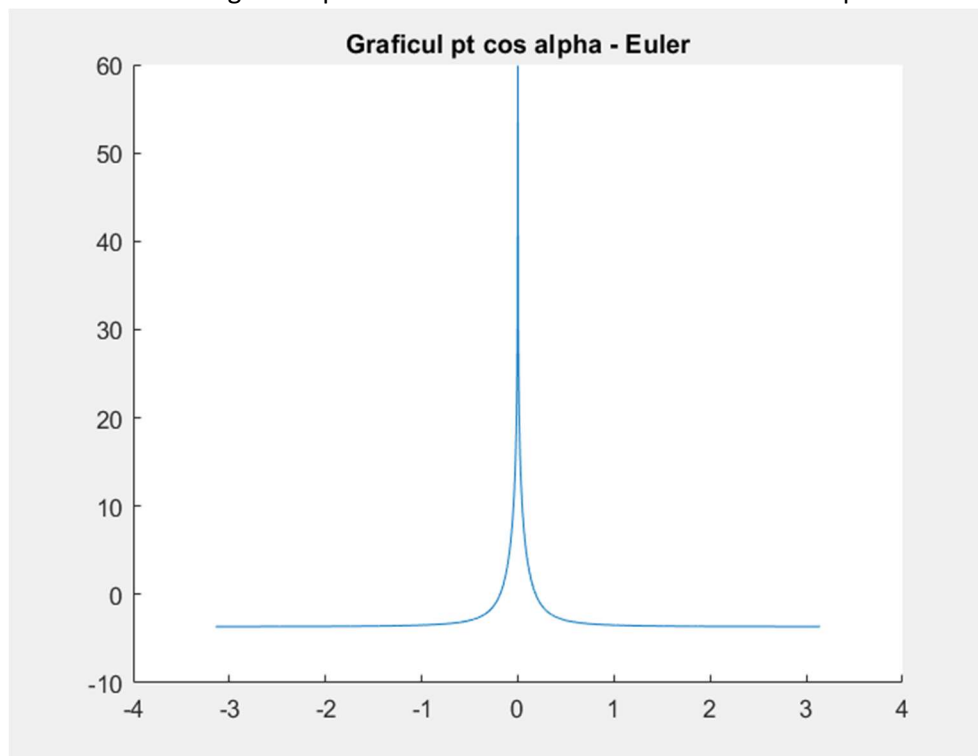
A

Am trasat graficul spectrului pe $[-\pi, \pi]$ si se observa cum acesta e simetric fata de OY.



B

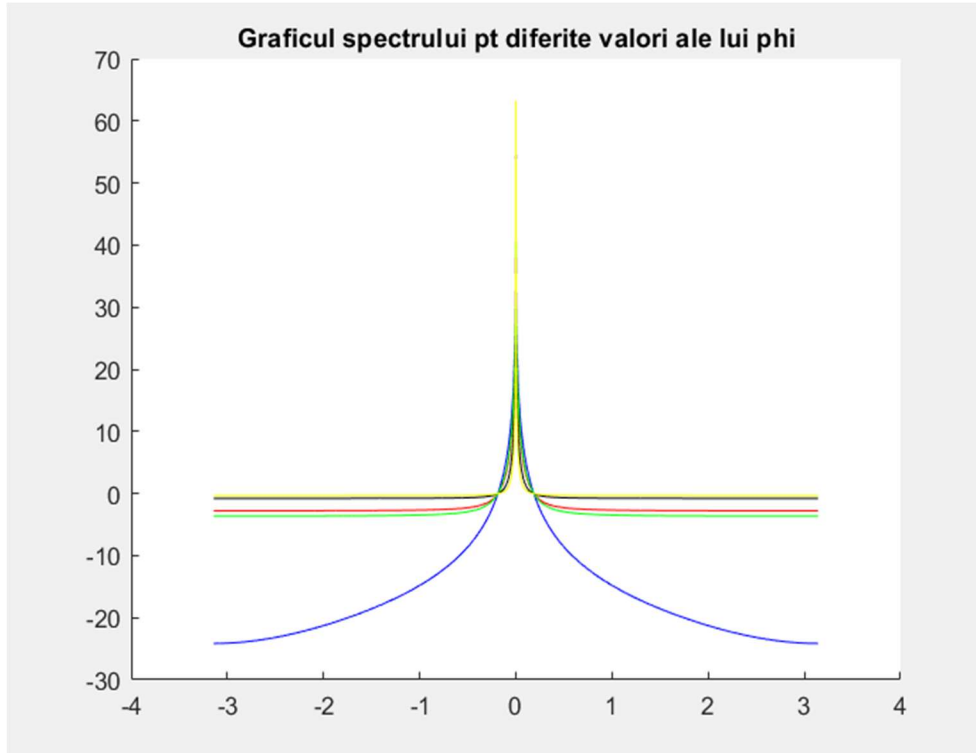
Se observa cum si graficul pt formula lui Euler este identic cu cel de la punctul A.



C

Am initializat apelul $\phi = \text{PS_Lab_2_Tema_2}(5,9)$ pentru a produce defazajul Φ .

Apoi am ales mai multe valori pentru Φ pentru a vedea cum se schimba graficul spectrului.



În toate cazurile se observă că graficul spectrului rămâne simetric față de axa verticală.

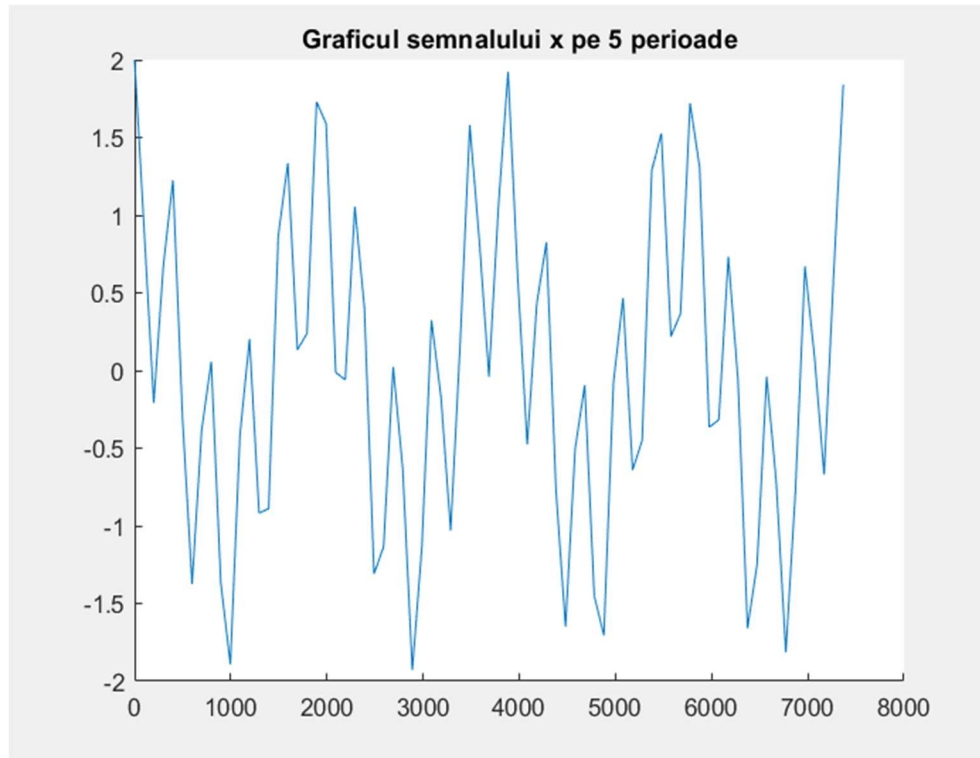
Chiar dacă defazajul se modifică nu se produc diferențe de fază.

Se poate vedea cum aproape toate spectrele arată similar, mai puțin cel corespunzător lui $\phi \cdot 0.7$.

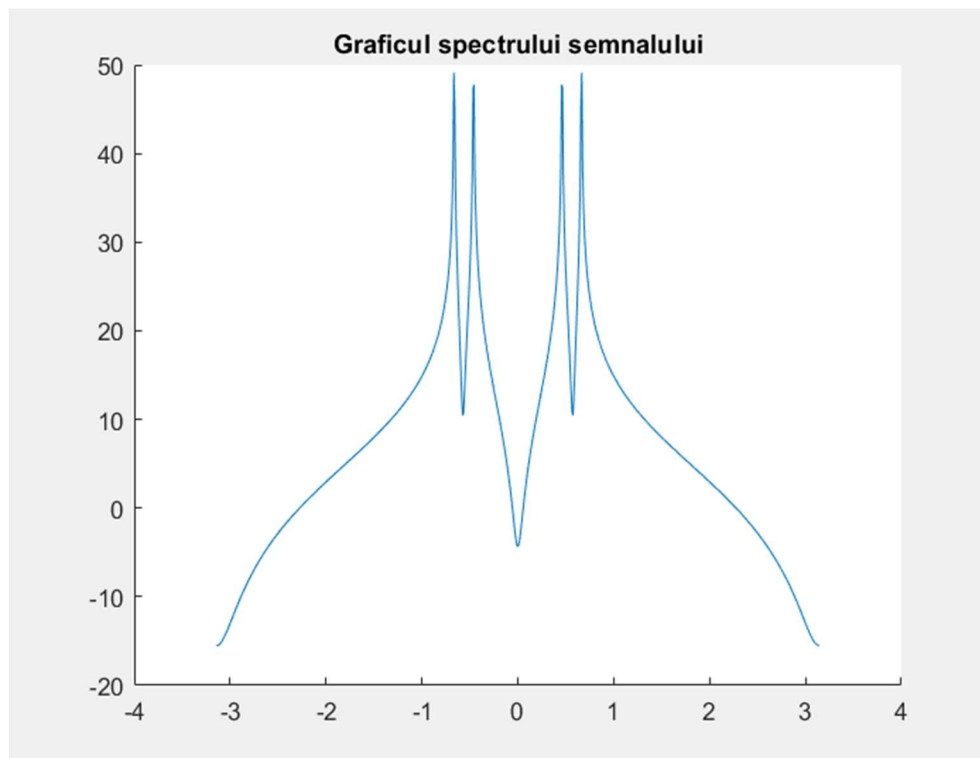
Tema 3 (TF a doua sinusoide reale cu suport infinit, insumate)

A

Pentru graficul semnalului x am micșorat rezoluția la $M/10$, deoarece perioada nu se vedea clar. Aici, se observă cum graficul e pe aprox 5 perioade. Perioada este $\text{lcm}(\text{perioada}_1, \text{perioada}_2)$.



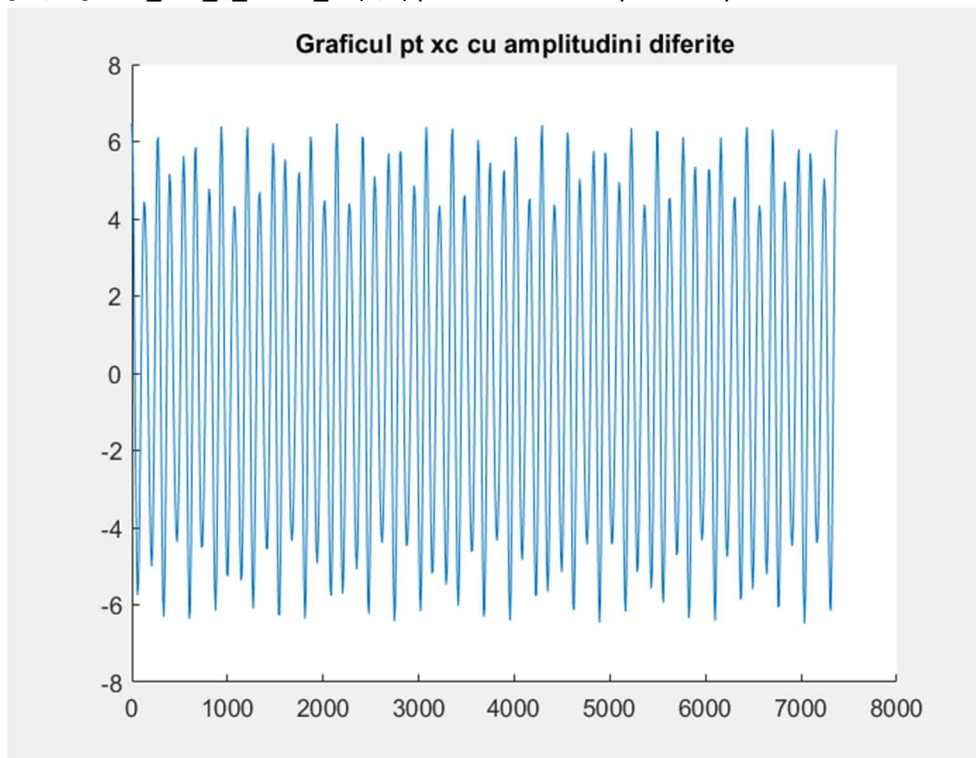
B



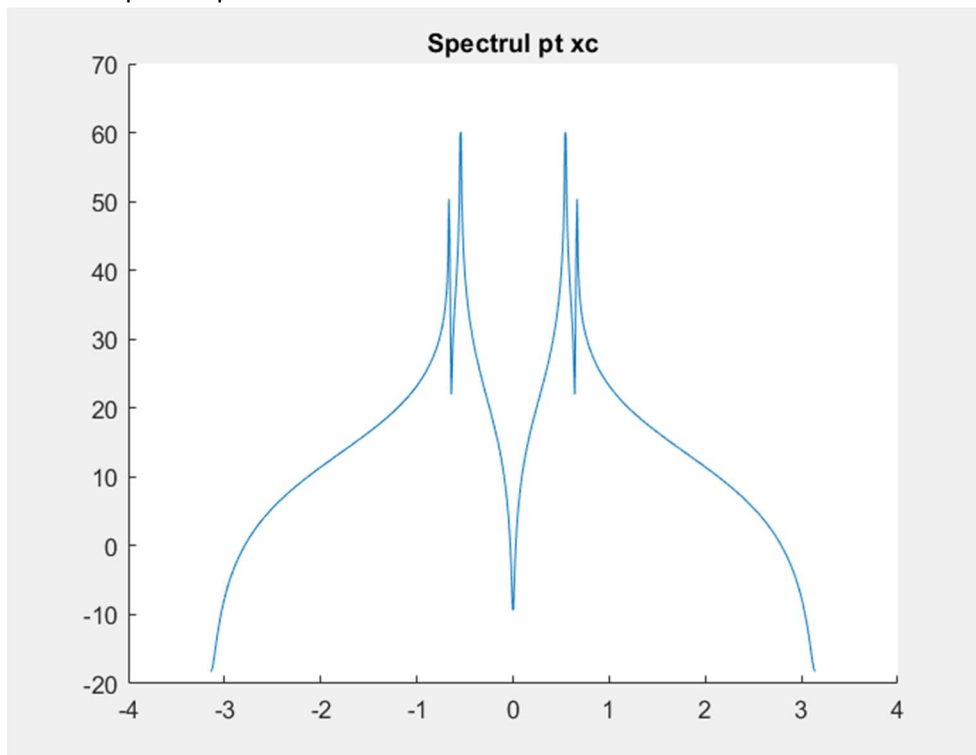
Am obținut desenul pe care îl așteptam, deoarece graficul spectrului este simetric (semnal real) și are 2 vârfuri corespunzătoare celor două pulsații ω_1 și ω_2 .

C

$[a1,a2] = \text{PS_Lab_2_Tema_3c}(5,9)$ pentru cele 2 amplitudini personalizate.



Aici este spectrul pentru semnalul xc.

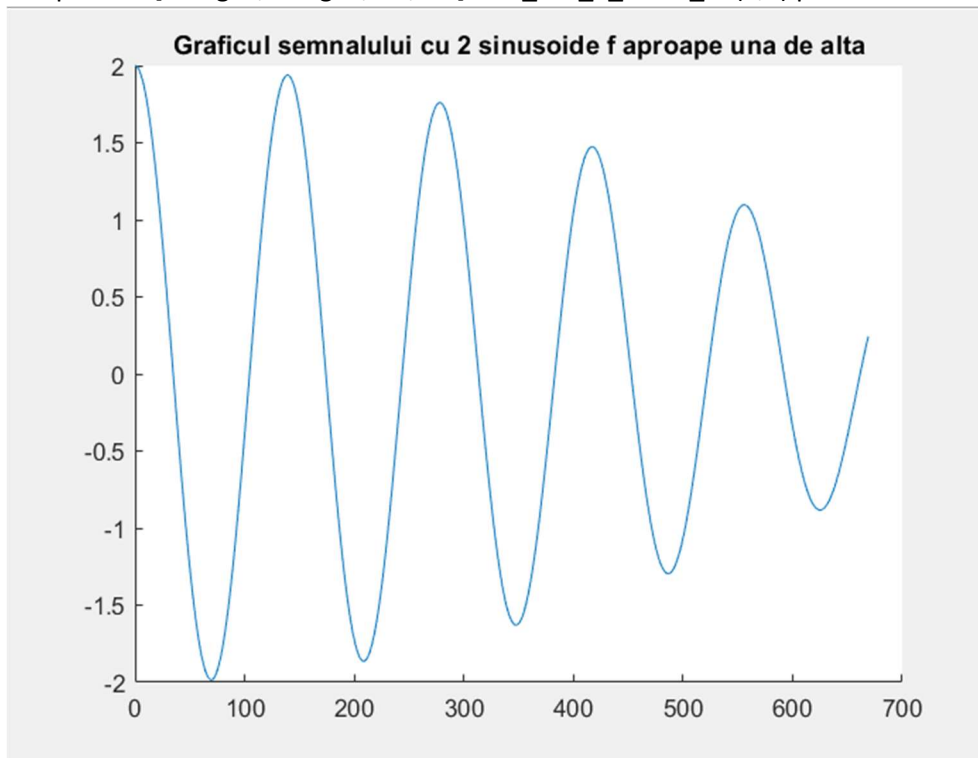


Se observa o diferenta majora fata de spectrul de la punctul B.

Aici 1 varf este mai inalt, cel corespunzator sinusoidei cu amplitudinea mai mare ($a1$).

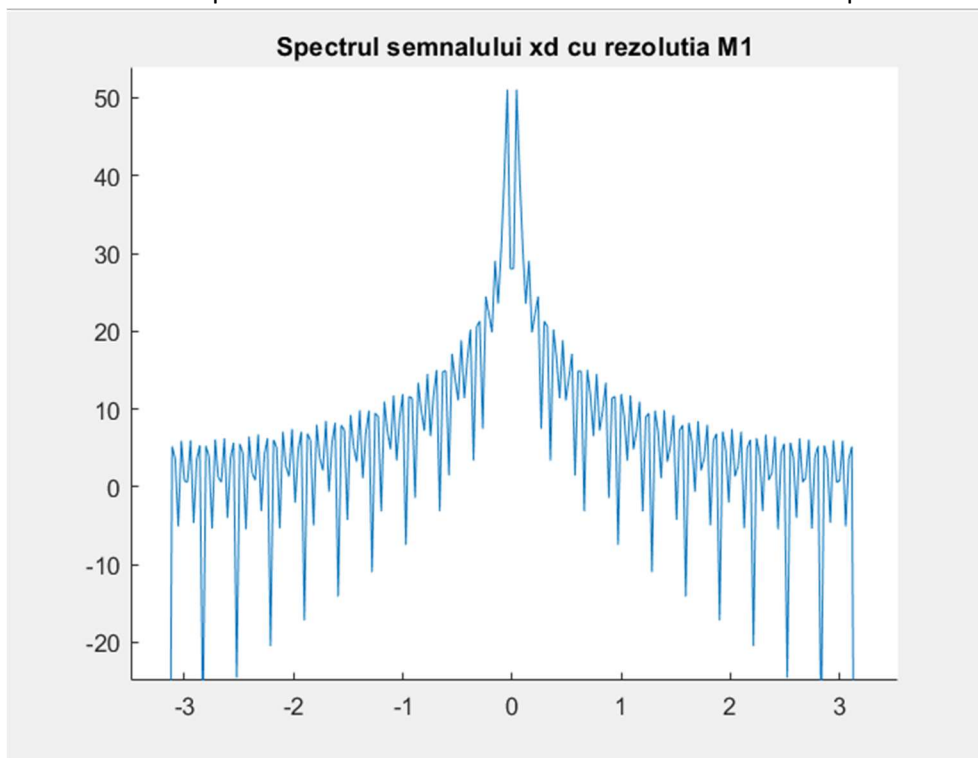
D

Se apeleaza $[\omega_1, \omega_2, M_1, M_2] = \text{PS_Lab_2_Tema_3d}(5,9)$ pentru date.

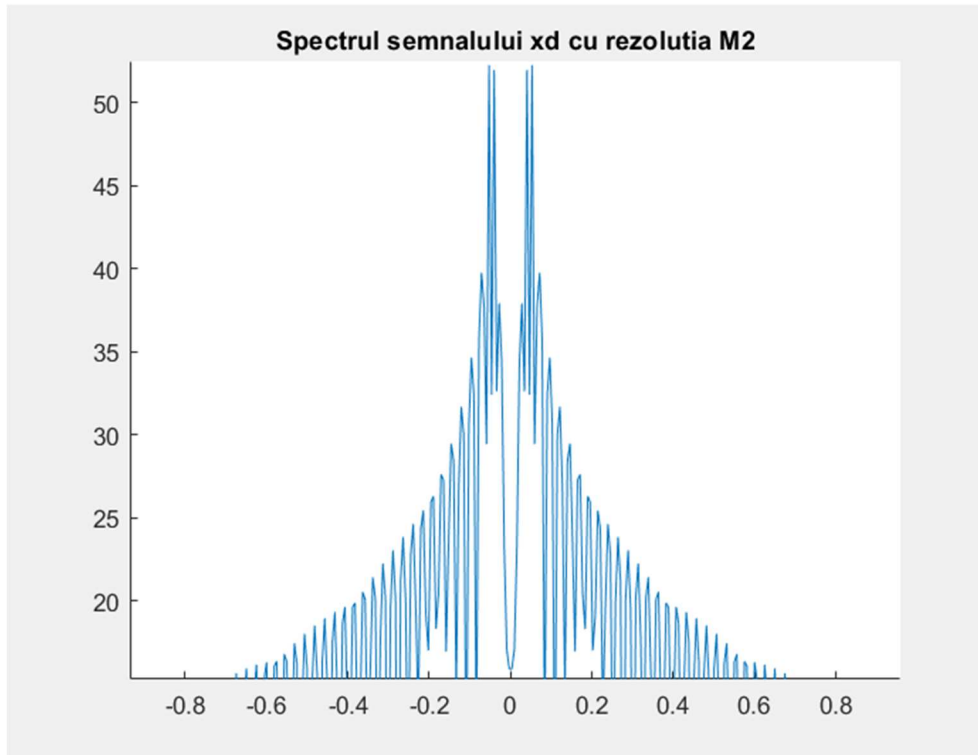


Observatie: M, M_1 si M_2 au fost generate prea mici, iar in aceste grafice am folosit, de fapt, $M \cdot 2$, $M_1 \cdot 2$ si $M_2 \cdot 2$, deoarece la toate graficele se vedea doar 1 varf.

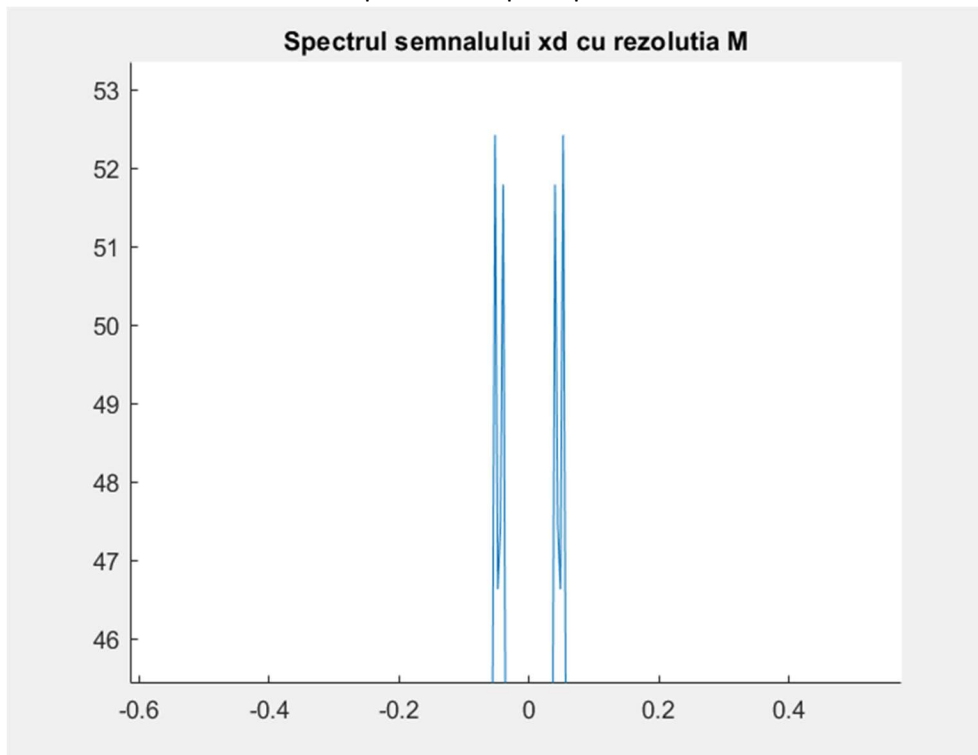
Se observa cum spectrul cu rezolutia M_1 nu face diferenta intre cele 2 pulsatii.



Spectrul trasat cu M2 are cele 2 varfuri pentru cele 2 omega.



Si cel trasat cu rezolutia M respecta acest principiu si cele 2 varfuri sunt vizibile.



Observatii pt punctele C si D:

Graficele spectrelor nu difera ca forma, doar ca valori.

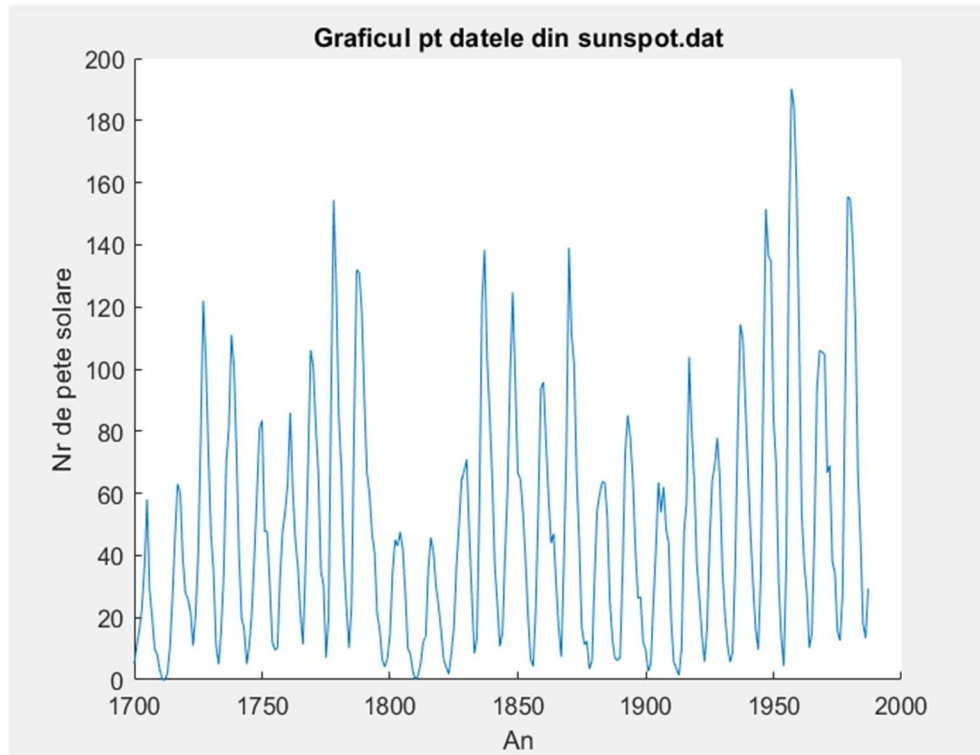
Semnalul xc oscileaza foarte mult (-8/+8) si nu se stabilizeaza.

Semnalul xd oscileaza mai putin (-2/+2) si se stabilizeaza pana la urma.

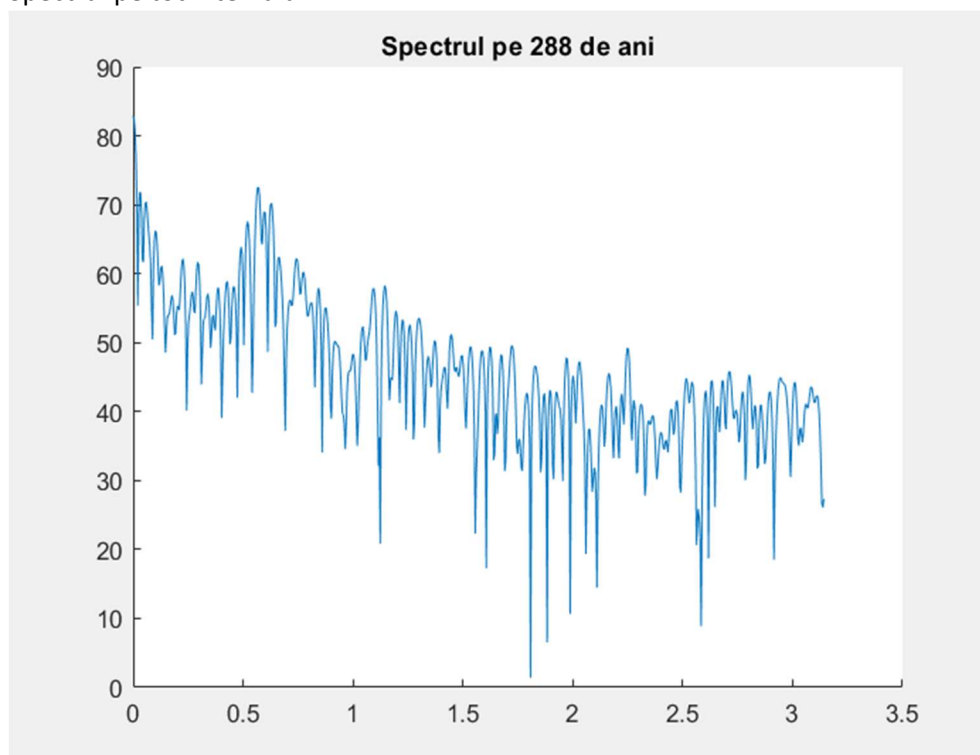
Tema 4 (TF si detectarea periodicitatii unui semnal)

A

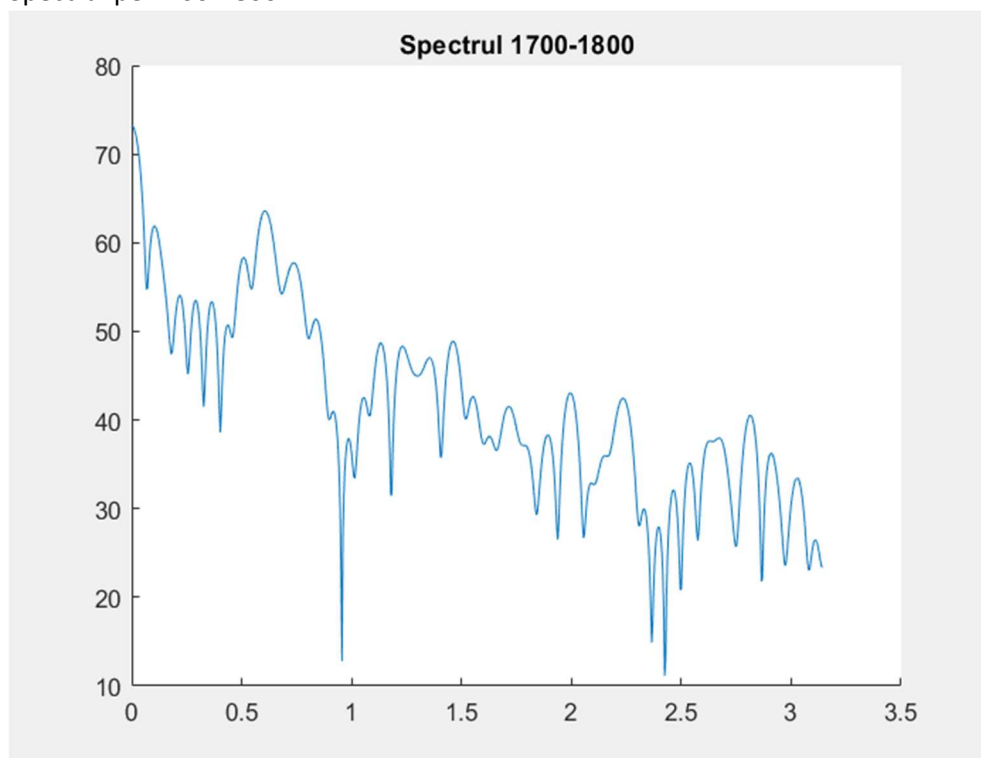
Graficul pentru sunspot.dat



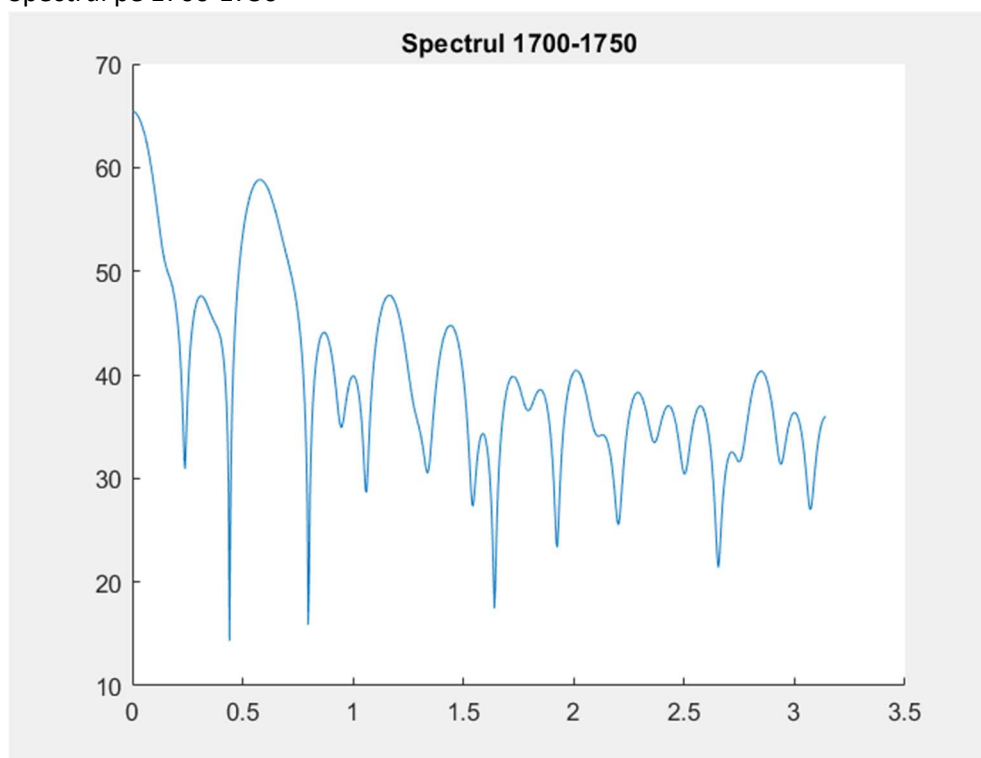
Spectrul pe tot intervalul



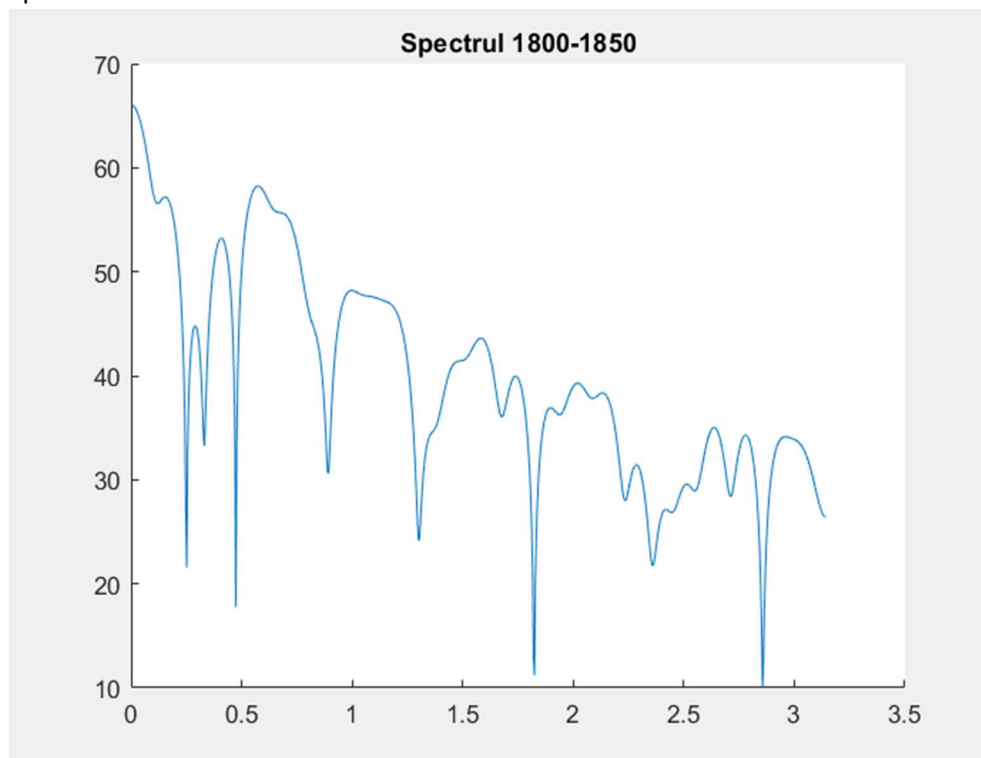
Spectrul pe 1700-1800



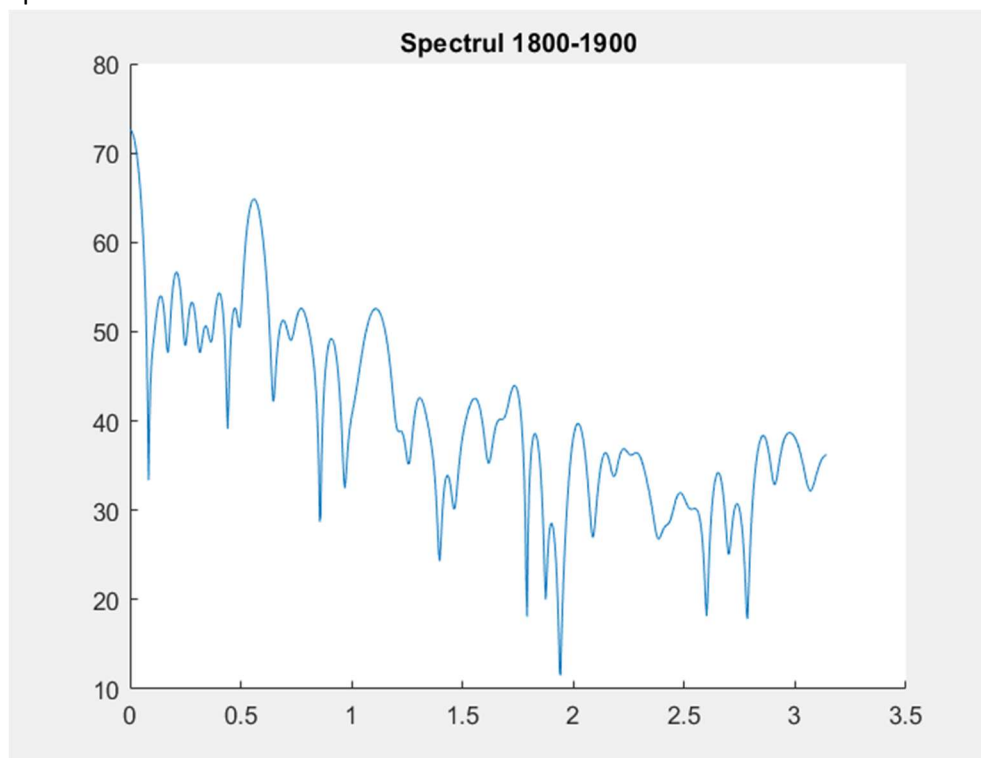
Spectrul pe 1700-1750



Spectrul 1800-1850



Spectrul 1800-1900

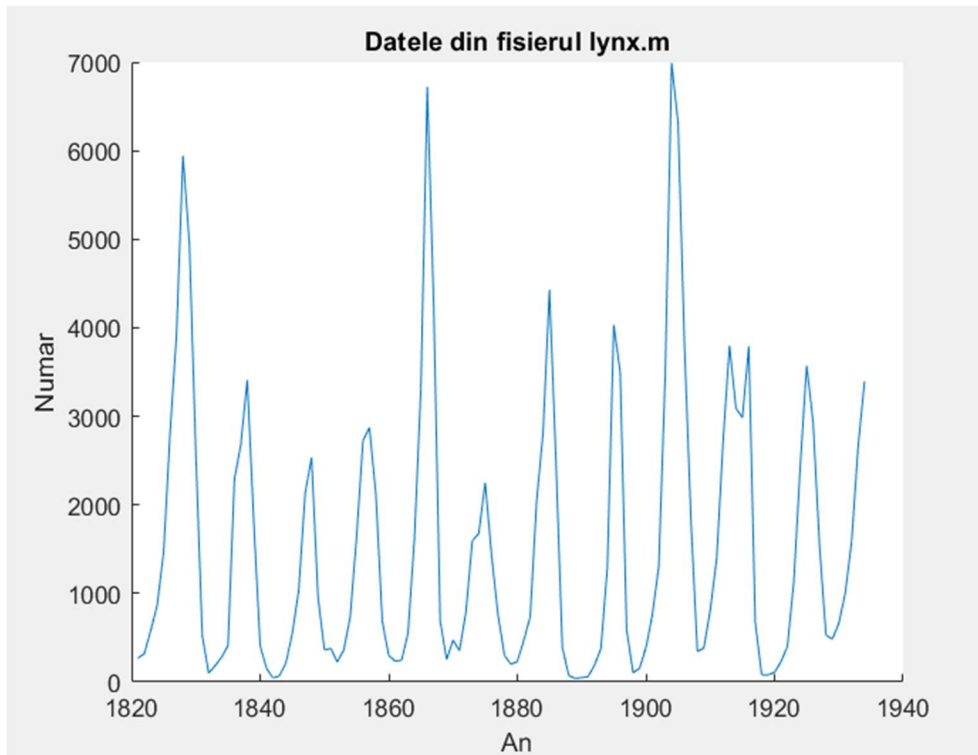


Frecventa corespunzatoare celui mai inalt varf(excluzand omega=0) este la aprox 0.57 rad/s pt toate intervalele analizate.

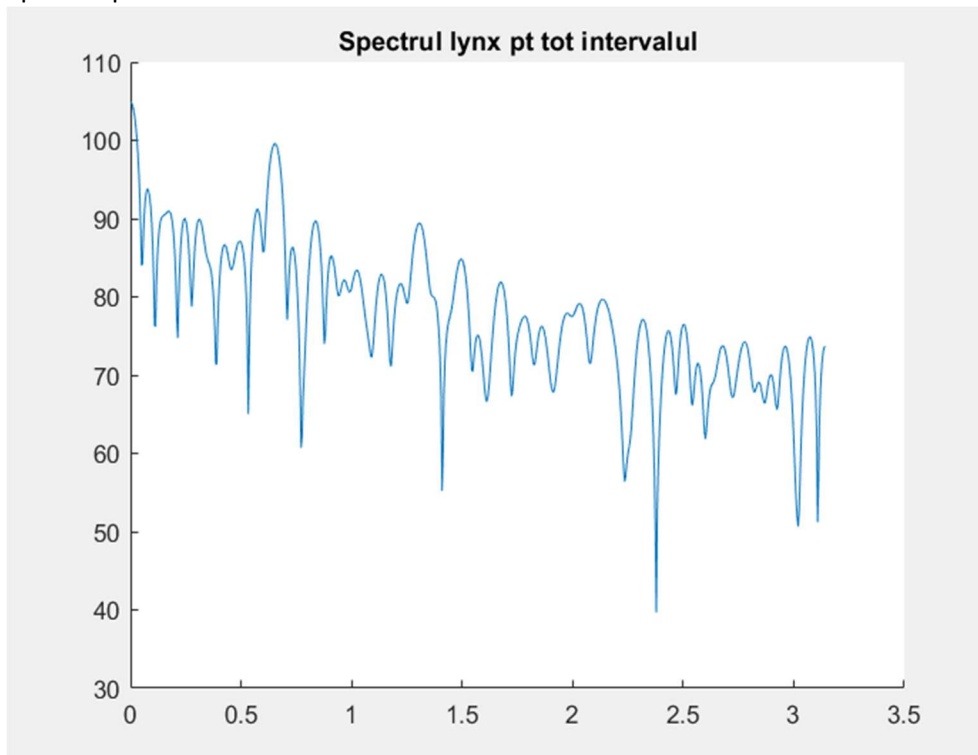
Astfel, perioada $T=2\pi/0.57$ este aprox 11, asa cum se specifica in cerinta.

B

Graficul pentru lynx.m



Spectrul pentru tot intervalul



Perioada pt punctul B este de aproximativ 10 ani.

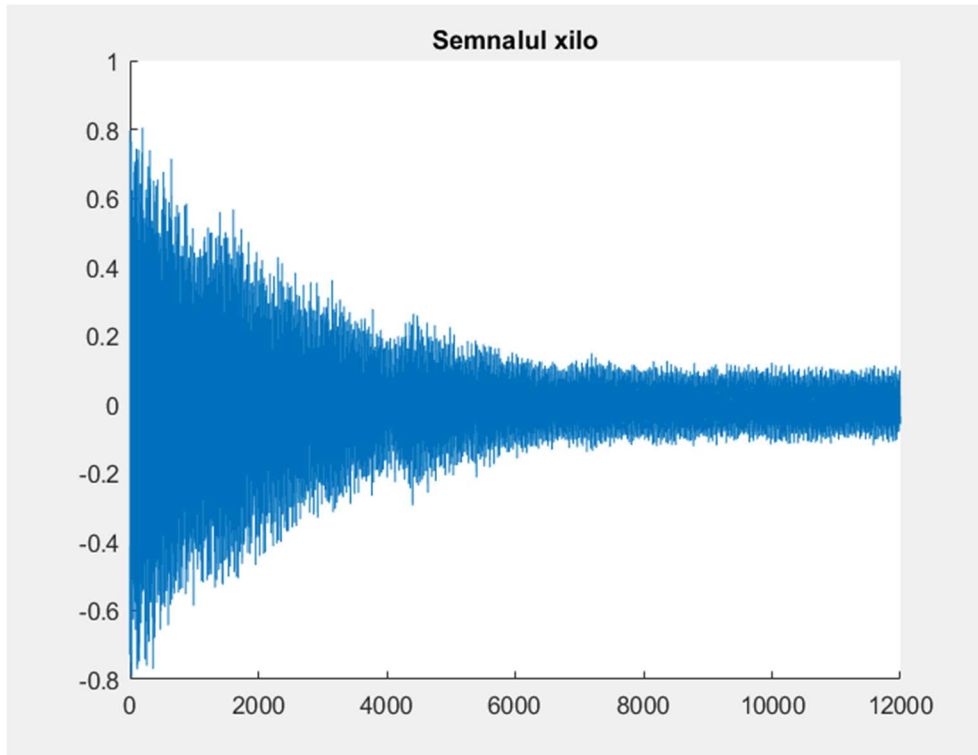
Acest lucru se verifica si cu reprezentarea spectrului in frecventa.

Varful are loc pt $\omega = 0.64$ si $T = 2\pi / 0.64$ este aprox 10.

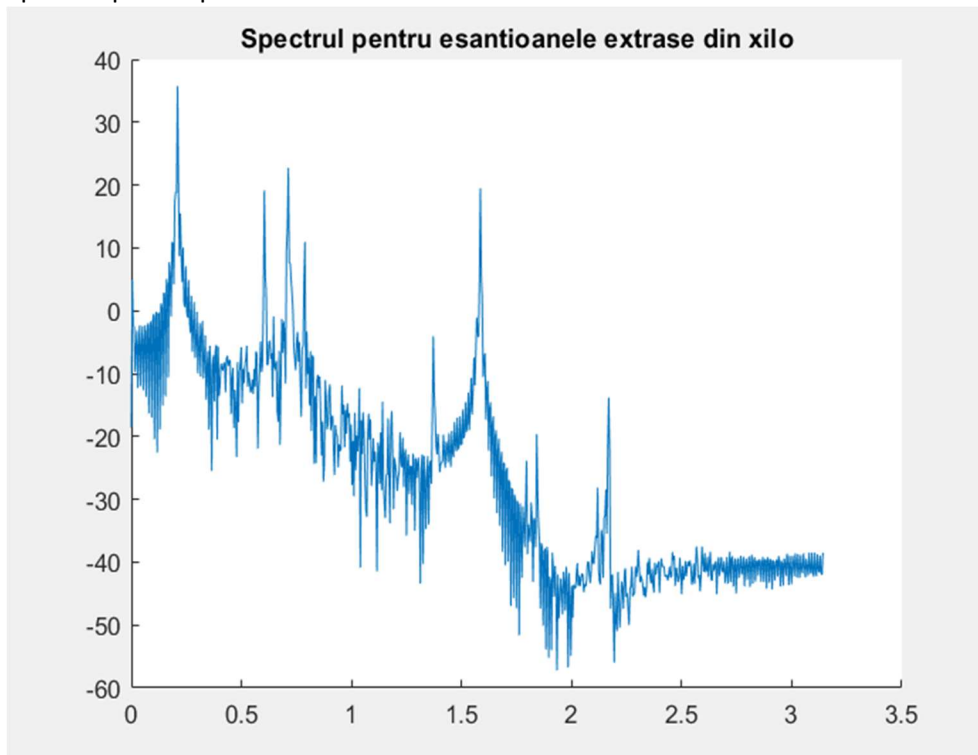
Se observa si pe Graficul semnalului aceasta perioada.

C

Semnalul pentru tot semnalul xilo



Spectrul pentru partea extrasa din xilo.



La punctul C se observa cum varful din spectru este pt $\omega=0.21$.

$T=2\pi/0.21$ este aproximativ 30.

Cu un zoom in se observa si pe graficul semnalului aceasta perioada.

Tema 5 (Zgomot alb)

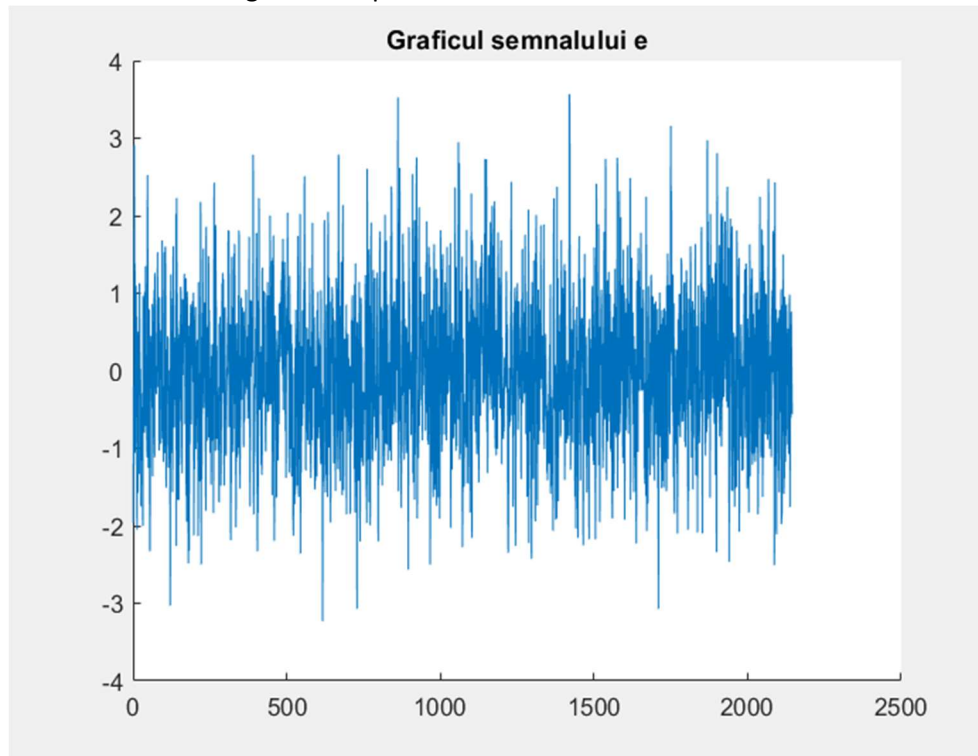
Se executa $[N, N1, N2, N3] = \text{PS_Lab_2_Tema_5}(5, 9)$ pentru datele personalizate.

A

Se genereaza semnalul aleatoriu $e = \text{randn}(1, N)$.

B

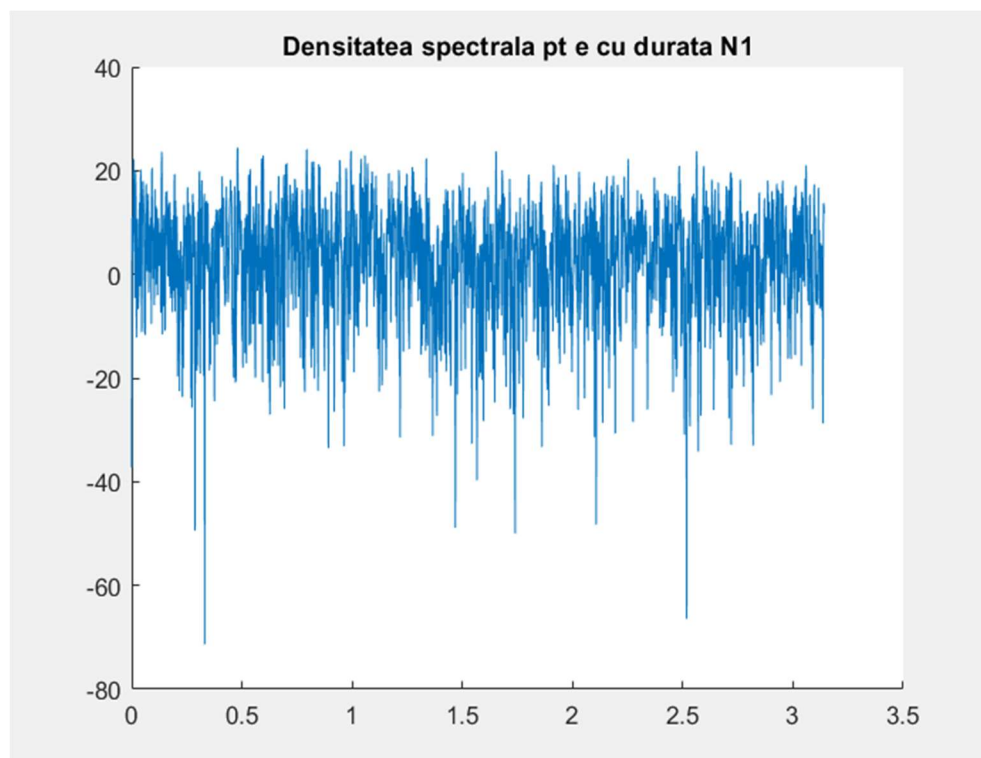
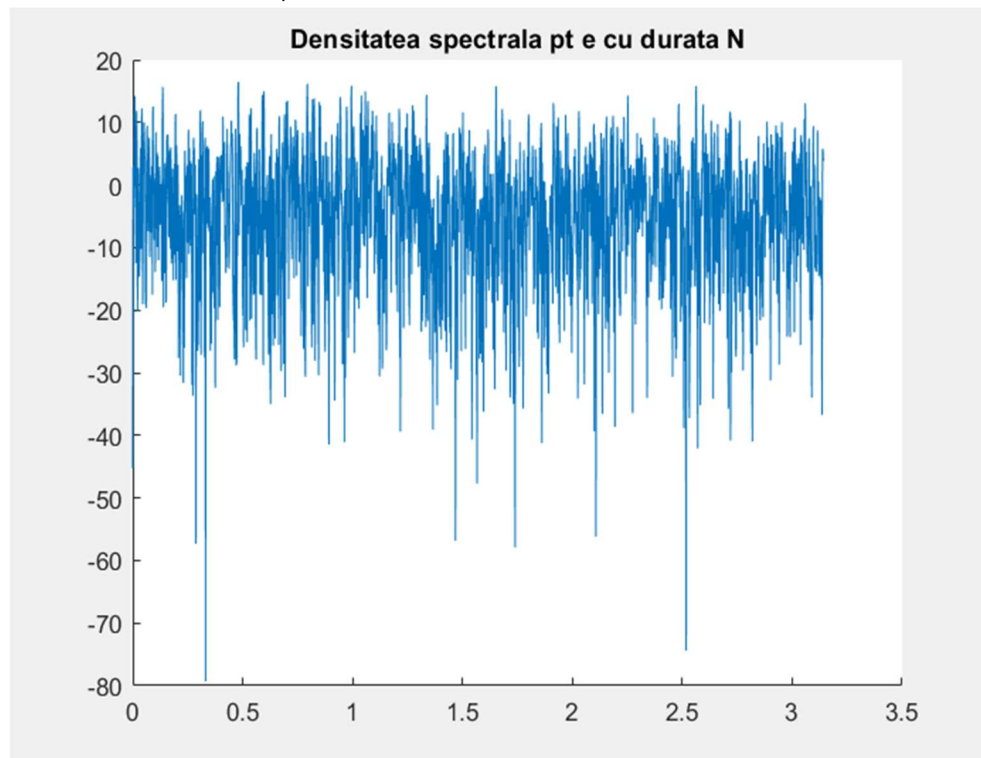
Graficul semnalului generat la punctul anterior

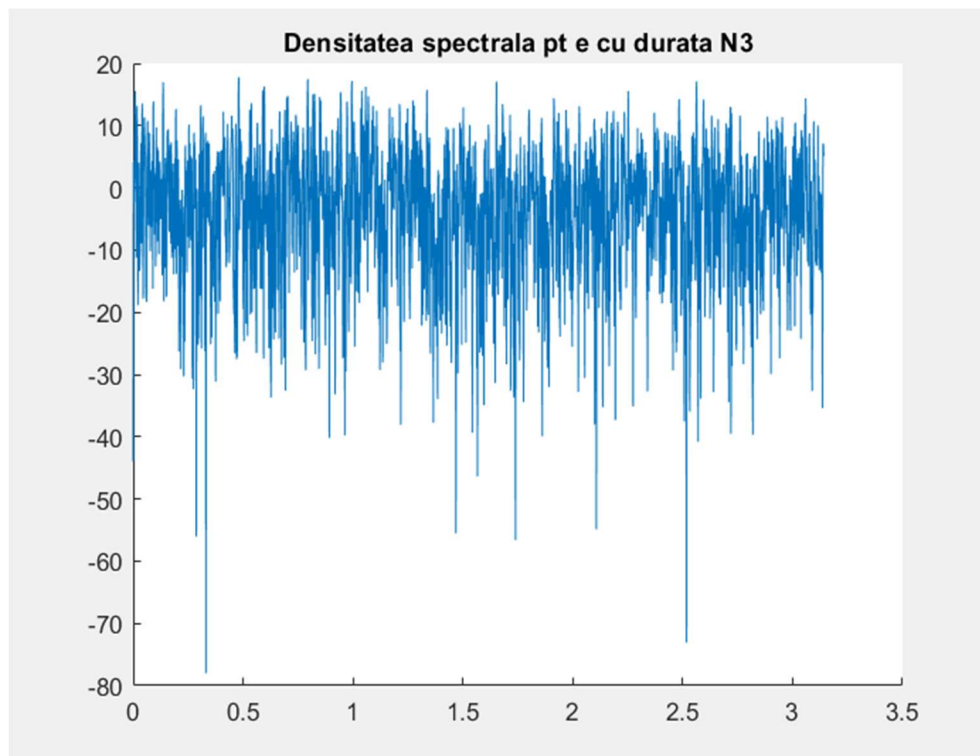
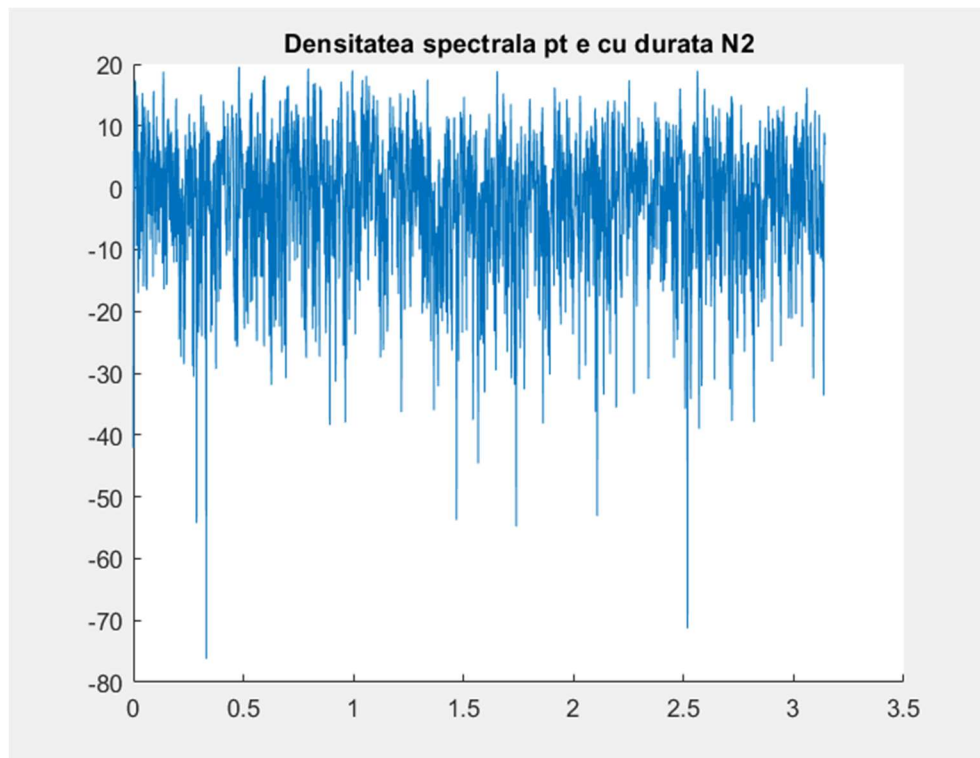


C

Se traseaza cele 4 densitati spectrale pentru semnalul e.

Folosim acelasi semnal, dar cu durate diferite.





Se observa cum toate graficele pt densitatea spectrala au un aspect tipic care nu se modifica in functie de N pentru aceeasi realizare a zgomotului.

Dar cu cat N e mai mare cu atat spectrul este mai jos, adica valorile de pe axa oy sunt mai mici.

D

Se genereaza alte 3 pseudo-aleatoare diferite, de lungimi N1, N2, respectiv N3 (realizari diferite).

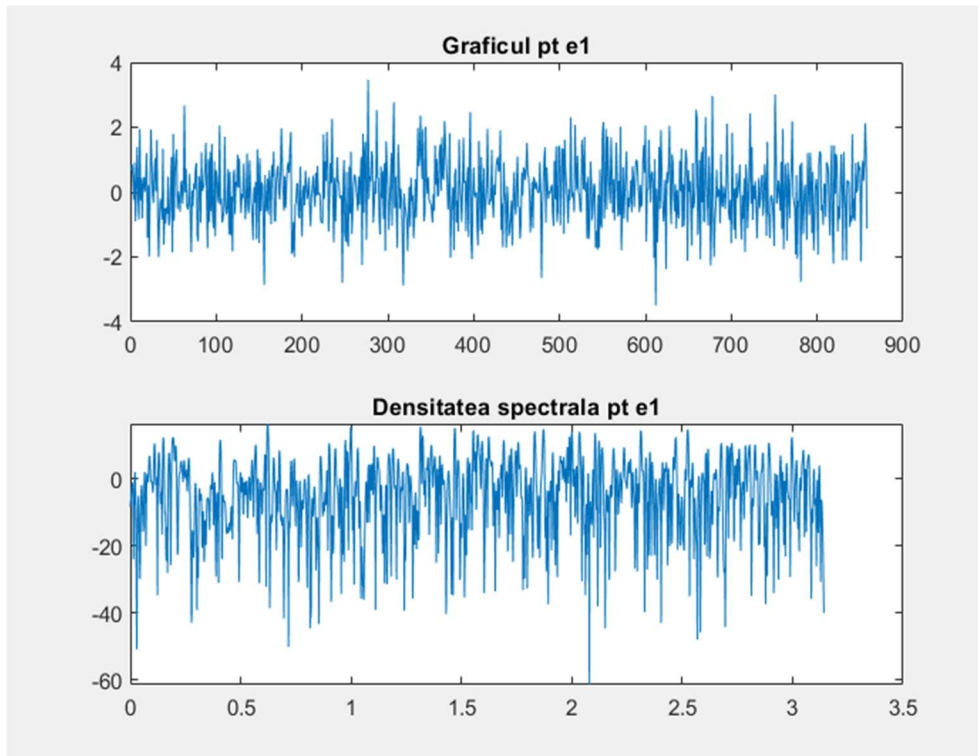
```
e1=randn (1,N1);
```

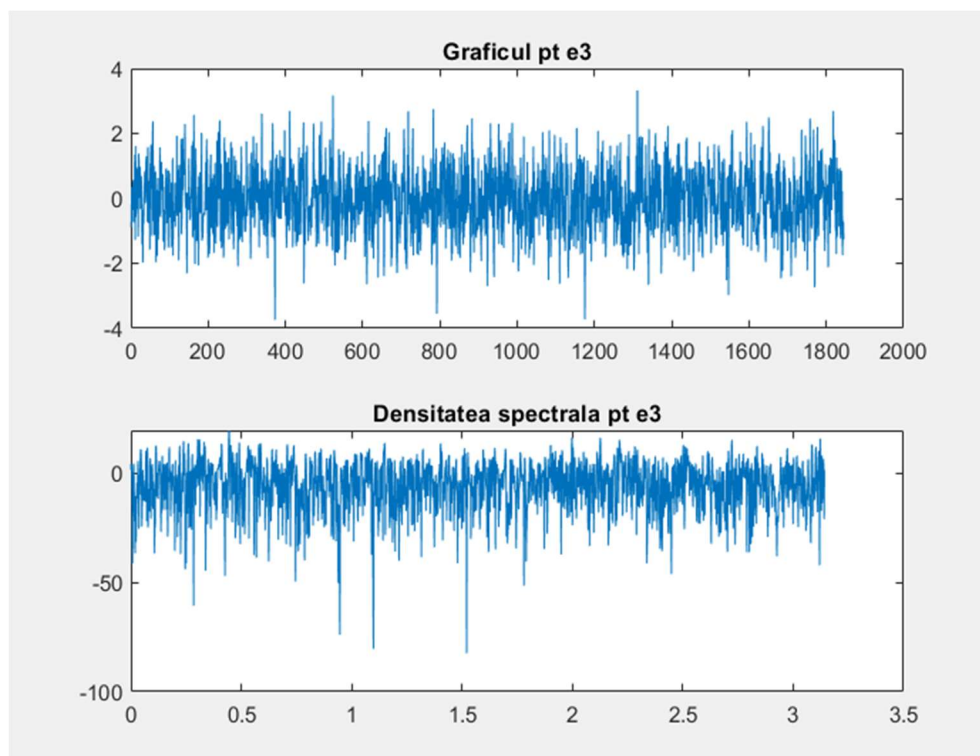
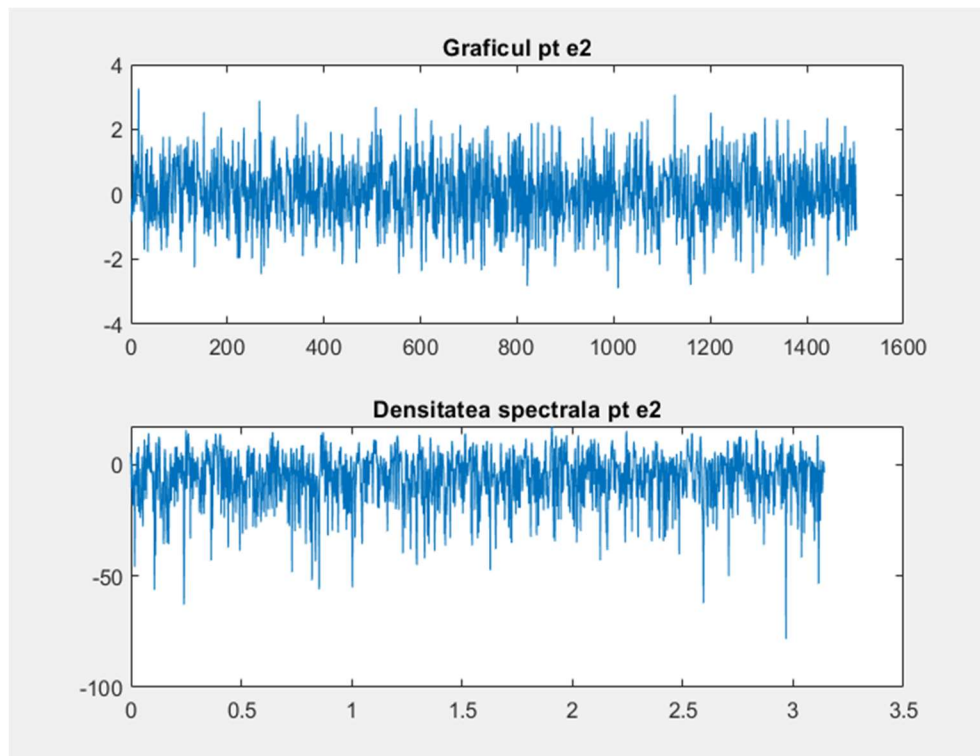
```
e2=randn (1,N2);
```

```
e3=randn (1,N3);
```

E

Perechile de grafice {semnal, densitate spectrala} pentru fiecare dintre cele 3 semnale generate anterior.



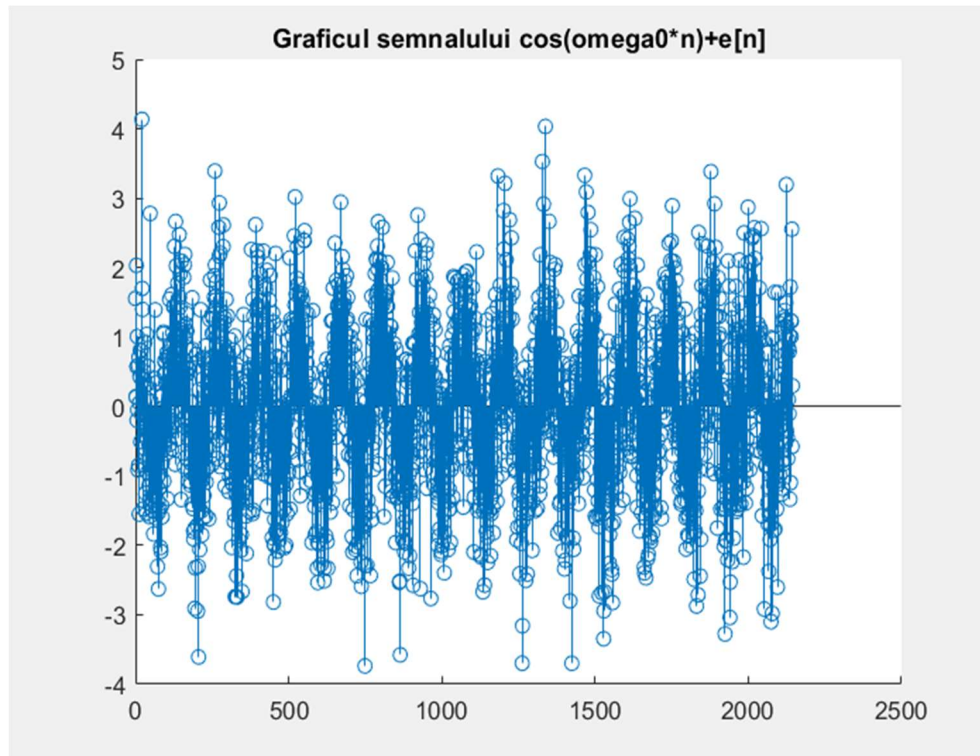


Se vede ca forma graficului densitatii spectrale nu mai ramane in forma tipica daca modificam realizarea zgomotului alb.

Tema 6 (Sinusoida scufundata in zgomot alb)

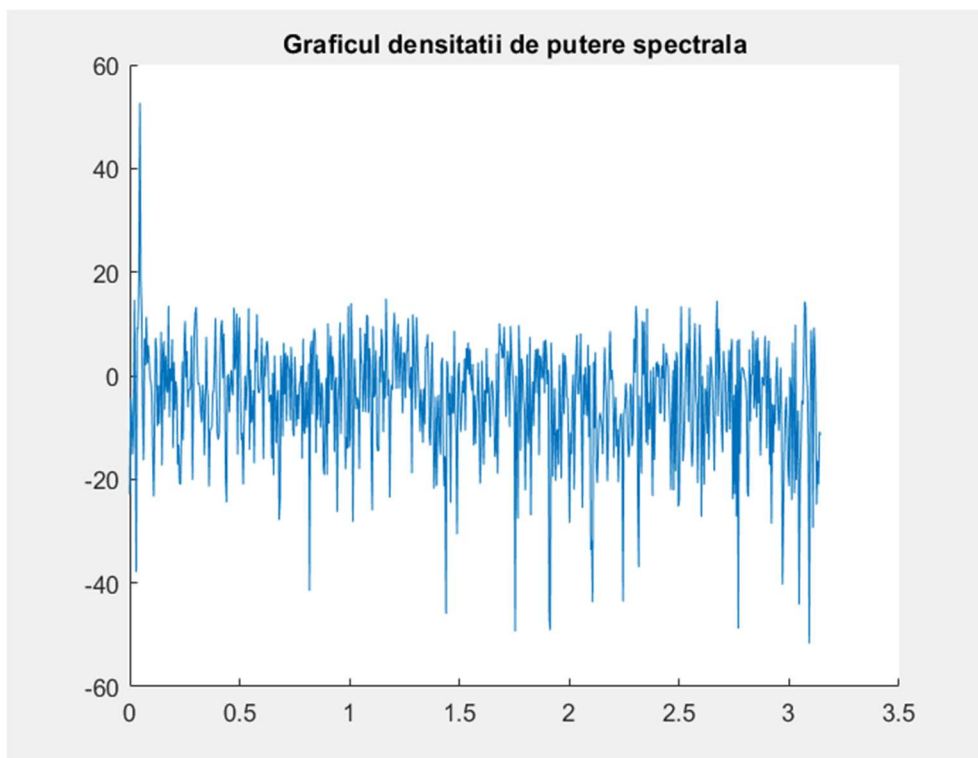
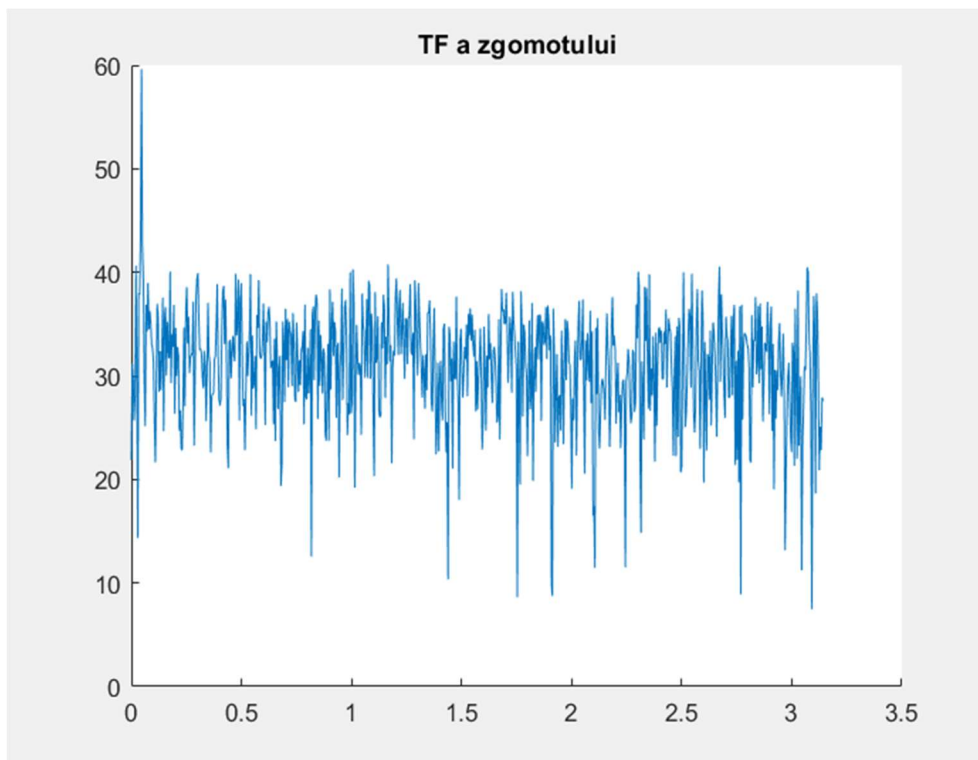
Generez un zgomot alb cu functia $e = \text{randn}(1, N)$.

A



Observam ca este greu de estimat vizual o periodicitate a semnalului.
Asa ca avem nevoie de o privire in spectru.

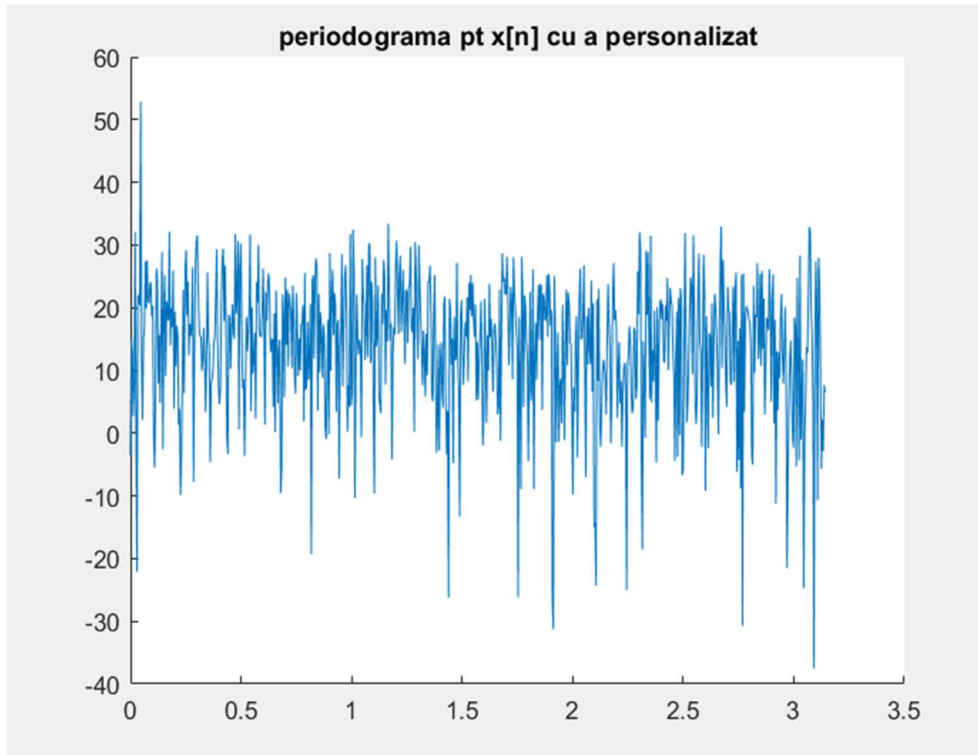
B



Se vede val maxima pt $\omega = 0.015 \cdot \pi = 0.047$, care este chiar pulsatia ω_0 .

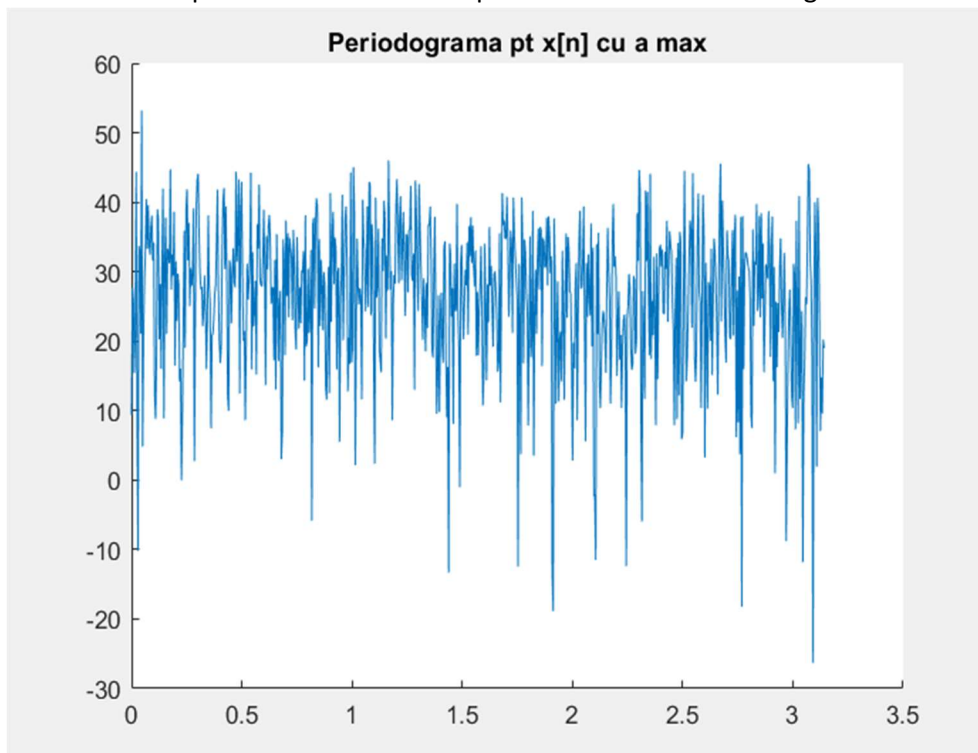
c

Se apeleaza a = PS_Lab_2_Tema_6c(5,9) pentru amplitudinea personalizata.



Se vede val maxima pt omega $0.015 \cdot \pi = 0.047$.

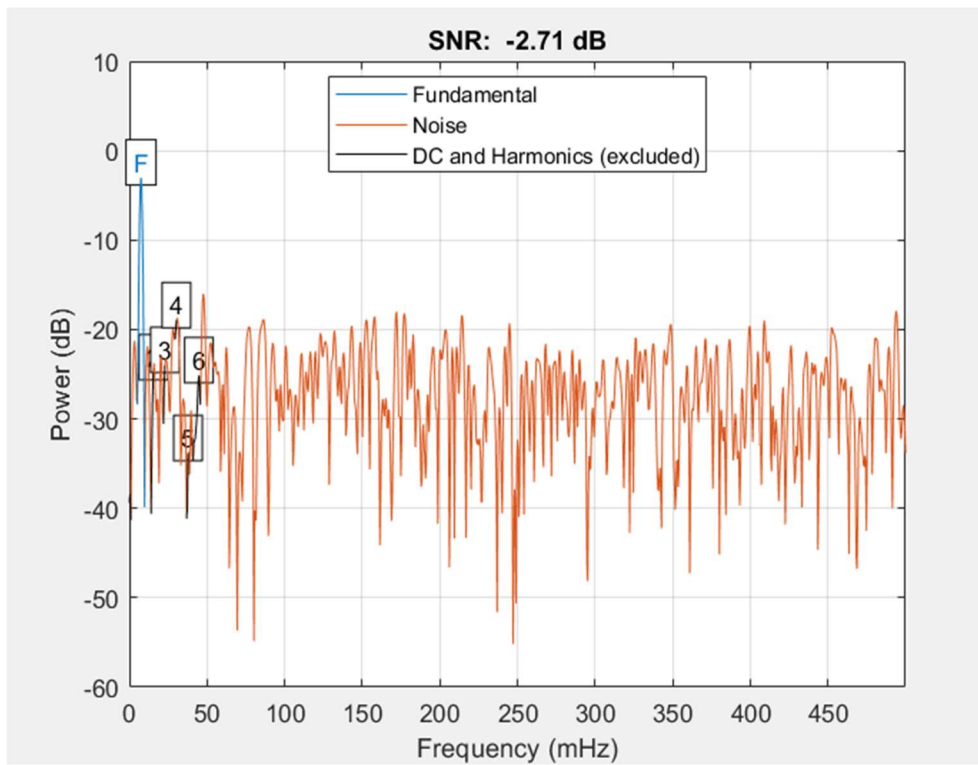
Se cauta a max pentru care inca se mai poate vedea varful din omega.



Pentru valoarea a max inca se mai vede ca maximul este in jurul valorii $0.015 \cdot \pi = 0.047$.

D

Graficul SNR in dB.



Se observa cum sunetul fundamental este intre 5 si 10 KHz, iar maximul pt F e la 7.46mHz