❹ Identificare parametrică prin MVI

10.5 p

☞ Contextul de lucru

Metoda Celor Mai Mici Pătrate (MCMMP) ⇒ **Metoda Variabilelor Instrumentale (MVI)**

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N = \underbrace{\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{\varphi}[n]\boldsymbol{\varphi}^T[n]\right)^{-1}}_{\mathbf{R}_N^{-1}}\underbrace{\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\boldsymbol{\varphi}[n]y[n]\right)}_{\mathbf{r}_N}$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N \overset{def}{=} \underbrace{\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathbf{z}[n]\boldsymbol{\varphi}^T[n]\right)^{-1}}_{\mathbf{R}_N^{-1}}\underbrace{\left(\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathbf{z}[n]y[n]\right)}_{\mathbf{r}_N}$$

$$\hat{\lambda}_N^2 = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(y[n]-\boldsymbol{\varphi}^T[n]\hat{\boldsymbol{\theta}}_N\right)^2$$

$$\hat{\lambda}_N^2 \overset{def}{=} \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\left(y[n]-\boldsymbol{\varphi}^T[n]\hat{\boldsymbol{\theta}}_N\right)^2$$

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_N = \underset{\boldsymbol{\theta}\in\mathcal{S}}{\operatorname{argmin}}\, \mathcal{V}_N(\boldsymbol{\theta}) = \underset{\boldsymbol{\theta}\in\mathcal{S}}{\operatorname{argmin}} \sum_{n=1}^{N}\left(y[n]-\boldsymbol{\varphi}[n]\boldsymbol{\theta}\right)^2$$

vectorul instrumentelor

☝ Sunt doar definiții.

Condiții de consistență

$E\{\mathbf{z}[n]\boldsymbol{\varphi}^T[n]\}$ inversabilă

$E\{\mathbf{z}[n]e[n]\} = 0$

(necorelarea intrumentelor cu zgomotul)

Tipuri uzuale de vectori ai instrumentelor

$$\mathbf{z}[n] \overset{def}{=} \left[u[n-1]\ u[n-2]\ \cdots\ u[n-na-nb]\right]^T$$ (ne-filtrat)

$$\mathbf{z}[n] \overset{def}{=} \left[u_f[n-1]\ u_f[n-2]\ \cdots\ u_f[n-na]\ \mid\ u[n-1]\ u[n-2]\ \cdots\ u[n-nb]\right]^T;$$

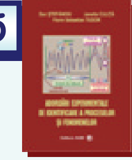
$$\mathbf{z}[n] \overset{def}{=} \left[u[n-1]\ u[n-2]\ \cdots\ u[n-na]\ \mid\ u_f[n-1]\ u_f[n-2]\ \cdots\ u_f[n-nb]\right]^T;$$

(parțial filtrat)

$$\mathbf{z}[n] \overset{def}{=} \left[u_f[n-1]\ u_f[n-2]\ \cdots\ u_f[n-na-nb]\right]^T$$ (filtrat)

- **Filtru liniar:** $u_f[n] \overset{def}{=} \dfrac{D(q^{-1})}{C(q^{-1})}u[n]$

- **Exemple:** $C(q^{-1}) = 1$, $D(q^{-1}) = q^{-nd}$; $C(q^{-1}) = \hat{A}(q^{-1})$, $D(q^{-1}) = \hat{B}(q^{-1})$ MCMMP



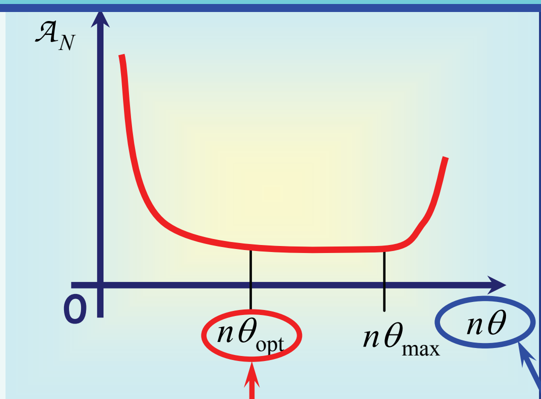
❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Criterii de alegere a structurii unui model de identificare

Criteriul aplatizării

$$\mathcal{A}_N[n\theta] \overset{def}{=} \mathcal{V}_N\left(\hat{\theta}_N\right) = N\hat{\lambda}_N^2[n\theta]$$

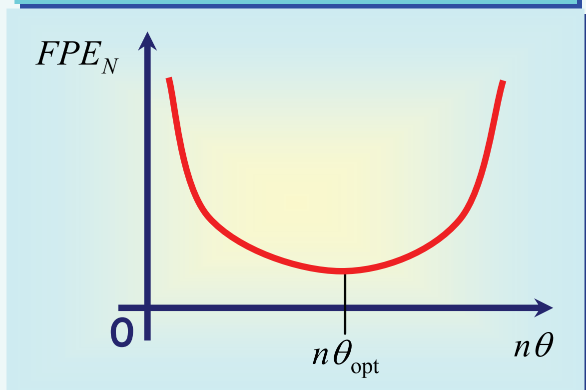


☝ Intrarea în palier.

indice structural

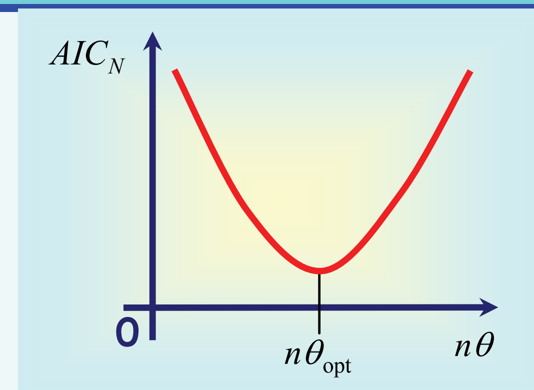
Criteriul de penalizare FPE

$$FPE_N[n\theta] \overset{def}{=} \hat{\lambda}_N^2[n\theta]\frac{N+n\theta}{N-n\theta}$$



Criteriile Akaike-Rissanen

$$AIC_N[n\theta] \overset{def}{=} \ln\left(\hat{\lambda}_N^2[n\theta]\right) + \frac{2n\theta}{N}$$

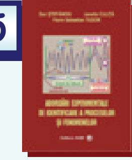


Generalizare

$$GAIC_N[n\theta] \overset{def}{=} \ln\left(\hat{\lambda}_N^2[n\theta]\right) + \frac{2n\theta}{N}\alpha_N$$

- $\alpha_N \in [2,4]$ Akaike, ne-adaptiv
- $\alpha_N \in \{\ln(N)\,,\,\ln(\ln(N))\}$ Akaike, adaptiv
- $\alpha_N = \ln(\sqrt{N})$ Rissanen, adaptiv

- AIC se poate exprima cu ajutorul lui FPE.
- Aceste criterii tind să supra-parametrizeze modelele.



❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Criterii de alegere a structurii unui model de identificare

Criteriul/Testul F

$$\mathcal{F}_N[n\theta] \stackrel{def}{=} \frac{\hat{\lambda}_N^2[n\theta] - \hat{\lambda}_N^2[n\theta+1]}{\hat{\lambda}_N^2[n\theta+1]}$$

$$\mathcal{F}_N[n\theta] \leq 4/N$$

Criteriul de potrivire

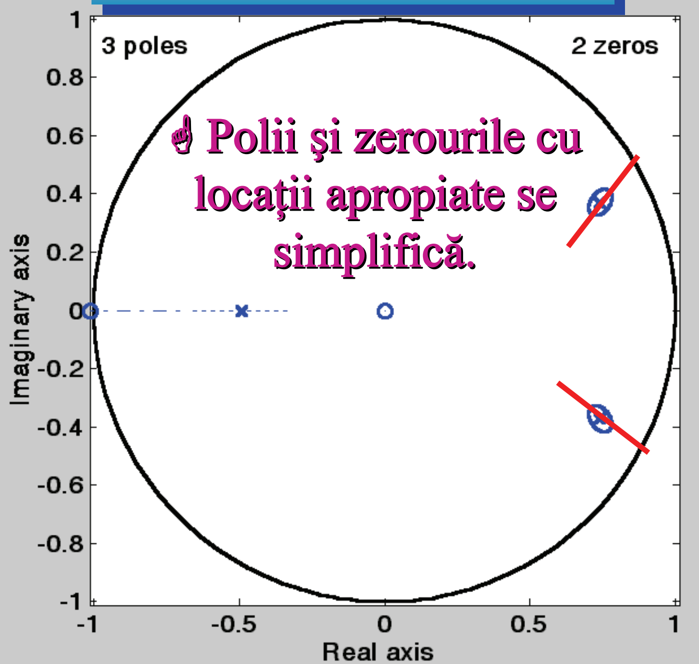
$$\mathcal{E}_N[n\theta] \stackrel{def}{=} 100\left(1 - \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^{N}\left|\varepsilon[n,\hat{\boldsymbol{\theta}}_N]\right|^2}{\sum_{n=1}^{N}\left|y[n] - \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} y[n]\right|^2}}\right) [\%]$$

eroare de predicţie cu un pas

$$\varepsilon[n,\hat{\boldsymbol{\theta}}_N] \stackrel{def}{=} \underbrace{y[n]}_{\text{date reale}} - \underbrace{\boldsymbol{\varphi}^T[n]\hat{\boldsymbol{\theta}}_N}_{\text{date simulate}}$$

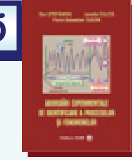
☝ Arată ce procent din proces a fost explicat de către model (depinde de SNR).

Criteriul reprezentării polilor şi zerourilor



☝ Polii şi zerourile cu locaţii apropiate se simplifică.

• Aceste criterii tind să sub-parametrizeze modelele.



❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Validarea unui model de identificare

Modele determinate cu ajutorul MCMMP

Testul ideal de albire

$$\lim_{N\to\infty} E\left\{ \varepsilon[n,\hat{\boldsymbol{\theta}}_N]\varepsilon[n-k,\hat{\boldsymbol{\theta}}_N] \right\} = 0 \quad \forall k \in \mathbb{N}^*$$

eroarea de predicţie cu un pas

☝ Imposibil de verificat practic!

☝ Nu face referire la proprietăţile statistice ale modelului!

Teste practice de albire ⇒ **Eroarea de predicţie trebuie să aibă caracteristicile unui zgomot alb normal distribuit cu deviaţie standard adaptivă:**

$$\sigma_N = \sigma_0 / \sqrt{N}$$

Algoritm

① Se calculează secvenţa de auto-covarianţă a erorii de predicţie:

$$r_\varepsilon[k] \overset{def}{=} \frac{1}{N-k}\sum_{n=k+1}^{N} \varepsilon[n,\hat{\boldsymbol{\theta}}_N]\varepsilon[n-k,\hat{\boldsymbol{\theta}}_N]$$

② Se calculează secvenţa de auto-corelaţie a erorii de predicţie:

$$\rho_\varepsilon[k] \overset{def}{=} \frac{r_\varepsilon[k]}{r_\varepsilon[0]} \quad \forall k \in \overline{0,\left[\frac{N}{4}\right]}$$

③ Se evaluează numărul de valori ale lui ρ_ε în fiecare din intervalele de încredere de mai jos:

Intervale şi nivele de încredere tipice pentru validarea modelelor.

$[-\rho,+\rho]$	$\left[-\frac{2.17}{\sqrt{N}},+\frac{2.17}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.96}{\sqrt{N}},+\frac{1.96}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.808}{\sqrt{N}},+\frac{1.808}{\sqrt{N}}\right]$
$\mathcal{N}(\rho)$	97%	95%	93%

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Validarea unui model de identificare

Modele determinate cu ajutorul MCMMP | **Teste practice de albire (continuare)**

④ Se compară histograma valorilor lui ρ_ε în fiecare din intervalele de încredere cu nivelele prescrise de încredere.

$$\mathcal{N}(\rho_\varepsilon) \geq \mathcal{N}(\rho)$$

Intervale şi nivele de încredere tipice pentru validarea modelelor.

$[-\rho,+\rho]$	$\left[-\frac{2.17}{\sqrt{N}},+\frac{2.17}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.96}{\sqrt{N}},+\frac{1.96}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.808}{\sqrt{N}},+\frac{1.808}{\sqrt{N}}\right]$
$\mathcal{N}(\rho)$	97%	95%	93%

Nivel 0: nici unul din cele 3 Teste de albire nu este pozitiv (model şi/sau metodă de identificare invalide).

Nivel 1: doar unul din cele 3 Teste de albire este pozitiv (model şi/sau metodă de identificare la limita de validitate).

Nivel 2: două din cele 3 Teste de albire sunt pozitive (model şi/sau metodă de identificare valide, dar cu validitate limitată; pentru anumite tipuri de intrări, modelul s-ar putea să nu funcționeze corect).

Nivel 3: toate cele 3 Teste de albire sunt pozitive (model şi/sau metodă de identificare valide, cu validitate extinsă la majoritatea covîrşitoare a tipurilor de intrări).

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Validarea unui model de identificare

Modele determinate cu ajutorul MVI

Testul ideal de albire

$$\lim_{N\to\infty} E\left\{ \varepsilon[n,\hat{\theta}_N]\, y_N[n-k] \right\} = 0 \qquad \forall k \in \mathbb{N}^*$$

eroarea de predicţie cu un pas

ieşirea simulată centrată

$$y_N[n] \overset{def}{=} \varphi^T[n]\hat{\theta}_N - E\left\{\varphi^T[n]\hat{\theta}_N\right\}$$

☝ Imposibil de verificat practic!

☝ Nu face referire la proprietăţile statistice ale modelului!

Teste practice de albire

Corelaţia încrucişată trebuie să aibă caracteristicile unui zgomot alb normal distribuit cu deviaţie standard adaptivă:

$$\sigma_N = \sigma_0 / \sqrt{N}$$

Algoritm

① Se calculează secvenţa de covarianţă încrucişată:

$$r_{\varepsilon,y_N}[k] \overset{def}{=} \frac{1}{N-k}\sum_{n=k+1}^{N} \varepsilon[n,\hat{\theta}_N]\, y_N[n-k]$$

② Se calculează secvenţa de corelaţie încrucişată:

$$\rho_{\varepsilon,y_N}[k] \overset{def}{=} \frac{r_{\varepsilon,y_N}[k]}{\sqrt{r_\varepsilon[0]}\sqrt{r_{y_N}[0]}} \qquad \forall k \in \overline{0,\left[\frac{N}{4}\right]}$$

③ Se evaluează numărul de valori ale lui $\rho_{\varepsilon,yN}$ în fiecare din intervalele de încredere de mai jos:

Intervale şi nivele de încredere tipice pentru validarea modelelor.

$[-\rho,+\rho]$	$\left[-\frac{2.17}{\sqrt{N}},+\frac{2.17}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.96}{\sqrt{N}},+\frac{1.96}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.808}{\sqrt{N}},+\frac{1.808}{\sqrt{N}}\right]$
$\mathcal{N}(\rho)$	97%	95%	93%

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru

Validarea unui model de identificare

Modele determinate cu ajutorul MVI | **Teste practice de albire (continuare)**

④ Se compară histograma valorilor lui ρ_{ε,y_N} în fiecare din intervalele de încredere cu nivelele prescrise de încredere.

$$\mathcal{N}(\rho_{\varepsilon,y_N}) \geq \mathcal{N}(\rho)$$

Intervale şi nivele de încredere tipice pentru validarea modelelor.

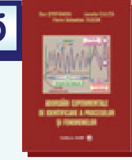
$[-\rho,+\rho]$	$\left[-\frac{2.17}{\sqrt{N}},+\frac{2.17}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.96}{\sqrt{N}},+\frac{1.96}{\sqrt{N}}\right]$	$\left[-\frac{1.808}{\sqrt{N}},+\frac{1.808}{\sqrt{N}}\right]$
$\mathcal{N}(\rho)$	97%	95%	93%

Nivel 0: nici unul din cele 3 Teste de albire nu este pozitiv (model şi/sau metodă de identificare invalide).

Nivel 1: doar unul din cele 3 Teste de albire este pozitiv (model şi/sau metodă de identificare la limita de validitate).

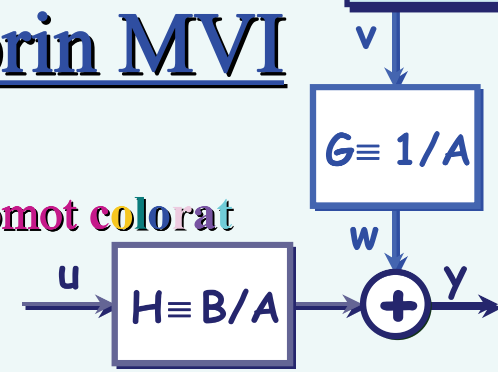
Nivel 2: două din cele 3 Teste de albire sunt pozitive (model şi/sau metodă de identificare valide, dar cu validitate limitată; pentru anumite tipuri de intrări, modelul s-ar putea să nu funcționeze corect).

Nivel 3: toate cele 3 Teste de albire sunt pozitive (model şi/sau metodă de identificare valide, cu validitate extinsă la majoritatea covîrşitoare a tipurilor de intrări).



❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Contextul de lucru



Auto-Regresiv cu Control eXogen

$$\text{ARX[na,nb]:}\quad A(q^{-1})y[n] = B(q^{-1})u[n] + v[n]$$

☝ Zgomot colorat

Medie-Alunecătoare

$$\text{MA[nc]:}\quad v[n] = C(q^{-1})e[n]$$

$$E\{e[n]\} = 0$$

$$E\{e[n]e[n\pm k]\} = \lambda^2\delta_0[k],\ \forall k \in \mathbb{Z}$$

(zgomot alb)

Caz particular

Ordin II

$$A(q^{-1}) = 1 - 1.5q^{-1} + 0.7q^{-2}$$

$$B(q^{-1}) = q^{-1} + 0.5q^{-2}$$

$$C(q^{-1}) = 1 - q^{-1} + 0.2q^{-2}$$

Date generate

$$\mathcal{D} = \{u[n]\}_{n=\overline{1,N}} \cup \{y[n]\}_{n=\overline{1,N}}$$

$$N = 250$$

Indici structurali maximali

$$Na = Nb = 8$$

Teste structurale principale

$$GAIC_N[na,nb] \overset{def}{=} \ln\left(\hat{\lambda}_N^2[na,nb]\right) + \frac{\ln\sqrt{N}}{N}(na+nb)$$

(Akaike-Rissanen, adaptiv)

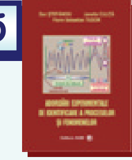
$$\mathcal{F}_N^{AR}[na,nb] \overset{def}{=} \frac{\hat{\lambda}_N^2[na,nb] - \hat{\lambda}_N^2[na+1,nb]}{\hat{\lambda}_N^2[na+1,nb]}$$

$$\mathcal{F}_N^{X}[na,nb] \overset{def}{=} \frac{\hat{\lambda}_N^2[na,nb] - \hat{\lambda}_N^2[na,nb+1]}{\hat{\lambda}_N^2[na,nb+1]}$$

(Test F bi-dimensional)

Obiectiv

- Compararea performanţelor MCMMP & MVI în cazul modelelor ARX afectate de zgomote colorate.



❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine preliminare

```
[D,V,P] = gendata(A,B,C,nk,N,sigma,lambda) ;
```
(generează date)

`A`	este vectorul coeficienților polinomului A (implicit: `A=[1 -1.5 0.7]`);
`B`	este vectorul coeficienților polinomului B (implicit: `B=[1 0.5]`);
`C`	este vectorul coeficienților filtrului C (implicit: `C=[1 -1 0.2]`);
`nk`	este întîrzierea intrinsecă a sistemului (implicit: `nk=1`);
`N`	este dimensiunea orizontului de măsură (implicit: `N=250`);
`sigma`	este deviația standard a intrării SPAB (implicit: `sigma=1`);
`lambda`	este deviația standard a zgomotului alb Gaussian (implicit: `lambda=1`);
`D`	este obiectul de tip `IDDATA` corespunzător datelor generate (intrarea se regăseşte în `D.u`, iar ieşirea în `D.y`);
`V`	este obiectul de tip `IDDATA` corespunzător zgomotelor generate (zgomotul alb se găseşte în cîmpul `V.u`, iar zgomotul colorat – adică MA-filtrat – în `V.y`);
`P`	este obiectul de tip `IDMODEL` corespunzător modelului de proces furnizor de date.

☝ Se vor genera 2 seturi de date: unul pentru identificare şi altul pentru validare.

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine auxiliare (gendata)

Rutină de bibliotecă MATLAB-IS

IDPOLY

- Apel: `Mid = idpoly(A,B,C,D,F,lambda2,Ts) ;`
- Generează un obiect de tip model de identificare (`IDPOLY` sau `IDMODEL`) notat cu `Mid`. Modelul corespunde ecuației generale:

$$A(q^{-1})y[n] = \frac{B(q^{-1})}{F(q^{-1})}u[n] + \frac{C(q^{-1})}{D(q^{-1})}e[n], \quad \forall\, n \in \mathbb{N} \,,$$

unde A, …, F sunt polinoame corespunzătoare. În consecință, argumentele de intrare ale funcției sunt:

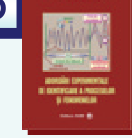
`A ... F` polinoamele modelului (exprimate sub formă de vectori cu coeficienții ordonați după puterile crescătoare ale lui q^{-1}); de notat că, în funcție de tipul de model adoptat, unele dintre aceste polinoame pot lipsi, lor fiindu-le atribuite valori implicite; implicit, polinomul B este nul, în timp ce restul polinomelor sunt unitare; cu toate acestea, dacă, de exemplu, se doreşte generarea unui model de tip OE, apelul tipic al funcției este:

`Mid = idpoly(1,B,1,1,F,lambda2,Ts) ;`

(adică toate polinoamele trebuie specificate explicit);

`lambda2` varianța zgomotului alb, adică λ^2 (implicit: `lambda2=1`);

`Ts` perioada de eşantionare (implicit: `Ts=1`).



❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine auxiliare (gendata)

Rutină de bibliotecă MATLAB-IS

SIM

- Apel: `[y,ystd] = sim(Mid,ue) ;`
- Rutină care simulează comportamentul unui model de identificare **Mid** pentru intrări şi zgomote specificate în **ue**. Argumentul **Mid** este un obiect de tip model de identificare (**IDPOLY** sau **IDMODEL**), returnat, de exemplu, de rutina **idpoly**. Argumentul **ue** este fie un obiect de tip date de identificare (**IDDATA**), fie o matrice formată din blocurile **[u e]**, unde **u** este matricea/vectorul intrărilor iar **e** este matricea/vectorul zgomotelor. În cazul modelelor MIMO, fiecare coloană a matricilor **u** sau **e** reprezintă un canal de intrare sau ieşire, după caz. Pentru sistemele SISO, **u** şi **e** sunt vectori. Rezultatul simulării este returnat în **y** (ieşirea sistemului), care are aceeaşi natură ca şi **ue** (obiect **IDDATA** sau matrice/vector). Utilizatorul are posibilitatea de a cere calcularea deviației standard a ieşirilor, care va fi returnată în **ystd**.

Observație

- Rutina MATLAB **sim** are 2 exprimări (permise de filozofia programării orientate obiect). În nucleul de funcții generale, ea are rolul de a lansa în execuție, prin program, simulatorul SIMULINK. Aceasta este definița de bază. În biblioteca de funcții de IS, ea are rolul de a simula funcționarea unui model de identificare. Aceasta este forma supra-definită. Pentru a obține o informație ajutătoare mai completă referitoare la **sim** ca funcție de bibliotecă IS, se poate executa comanda: **help idmodel/sim**.

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine preliminare

`[na,nb] = F_test2(Lambda,N)` (Testul F bi-dimensional)

`Lambda`	matricea de auto-covarianță estimată a zgomotului;
`N`	dimensiunea orizontului de măsură;
`na`	ordinul optim al indicelui structural de linie (de exemplu, al componentei AR);
`nb`	ordinul optim al indicelui structural de coloană (de exemplu, al componentei X).

`[na,nb,GAICR] = GAIC_R2(Lambda,N)` (Testul Akaike-Rissanen GAIC)

`Lambda`	matricea de auto-covarianță estimată a zgomotului;
`N`	dimensiunea orizontului de măsură;
`na`	ordinul optim al indicelui structural de linie (de exemplu, al componentei AR);
`nb`	ordinul optim al indicelui structural de coloană (de exemplu, al componentei X);
`GAICR`	valorile criteriului Akaike-Rissanen GAIC.

☝ Criteriul FPE se poate evalua direct dintr-un obiect **IDMODEL**, de exemplu, `Mid`, cu funcția de bibliotecă `fpe`:

```
FPE = fpe(Mid) ;
```

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine auxiliare (pentru evaluarea funcției de potrivire)

Rutine de bibliotecă MATLAB-IS

RESID

- Apel: `E = resid(Mid,D) ;`
- Rutină care evaluează *reziduurile* (adică erorile de predicție ale) modelului `Mid` (obiect `IDMODEL`) plecînd de la datele `D` (obiect `IDDATA`). Rezultatul, `E`, este tot un obiect `IDDATA`. Erorile de predicție se regăsesc în `E.y`, în timp ce `E.u` este identic cu `D.u`. Dacă rutina este apelată fără argument de ieşire, graficele auto-covarianței erorii de predicție şi al covarianței încrucişate dintre erorile de predicție şi intrări sunt trasate (adică este efectuată o analiză bazată pe corelație).

COMPARE

- Apel: `[ym,EN] = compare(Mid,D) ;`
- Rutină care efectuează o comparație între datele de ieşire obținute prin simularea modelului `Mid` (obiect de tip `IDMODEL`) şi datele de ieşire măsurate salvate în obiectul `D` (de tip `IDDATA`), adică `D.y`. Pentru comparație, modelul este stimulat cu aceeaşi intrare `D.u` cu care au fost generate datele `D`. Funcția returnează valorile ieşirii simulate `ym` şi, dacă se doreşte, valoarea de potrivire dintre model şi proces `EN` (adică $\mathcal{E}_N$). Între ieşirea simulată a unui model evaluată cu ajutorul acestei funcții şi cea evaluată cu ajutorul funcției `sim` există o uşoară deosebire: în contextul funcției `sim`, condițiile inițiale ale ecuației cu diferențe asociate modelului sunt nule; în contextul funcției `compare`, valoarea inițială (în origine) a ieşirii este unitară. Astfel, de exemplu, ieşirea simulată a unui model AR fără zgomot este nulă pentru `sim` şi egală cu răspunsul cauzal la impuls pentru `compare`.

  Dacă rutina este apelată fără argumente de ieşire, graficele ieşirii măsurate şi ieşirii simulate sunt trasate, iar gradul de potrivire dintre ele este afişat.

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine auxiliare

Rutină de bibliotecă MATLAB-IS

PZMAP

- Apel: `pzmap(Mid,'SD',alpha) ;`
- Rutină de reprezentare poli-zeroruri pentru modelul **`Mid`** (obiect de tip **`IDMODEL`**). Dacă argumentele de intrare **`'SD'`** şi **`alpha`** sunt precizate, discurile de încredere asociate polilor şi zerourilor sunt de asemenea trasate. Razele lor sunt egale cu deviațiile standard multiplicate de valoarea lui **`alpha`** (care trebuie să fie un număr nenegativ). Dacă **`alpha=0`** (care este şi valoarea implicită), trasarea discurilor de încredere este inhibată. De regulă, pentru date cu distribuție Gaussiană, **`alpha=3`**.

Observație

- În biblioteca de IS din Matlab, este propusă şi o altă abordare de selectare a indicilor structurali optimi, care are avantajul că poate fi generalizată la orice model din clasa generală de identificare, dar dezavantajul că doar criteriile lui Akaike-Rissanen sunt evaluate. Testul F implică o manieră de implementare relativ complicată în acest caz. Dacă este interesat, utilizatorul poate studia grupul de funcții: **`arxstruc`**, **`ivstruc`**, **`selstruc`** şi **`struc`**.

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Exemple de rutine auxiliare (pentru identificare)

Rutine de bibliotecă MATLAB-IS

MCMP

ARX

- Apel: `theta = arx(D,si) ;`
- Estimează parametrii unui model ARX folosind MCMMP. Parametrii sunt returnațin într-un obiect obiect **theta** de tip **IDPOLY** (*polinom de identificare* – în cazul modelelor SISO) sau **IDMODEL** (*model general de identificare* în cazul modelelor MIMO). Estimarea se efectuează pe baza datelor **D** (obiect **IDDATA**) şi a informației de structură **si = [na nb nk]**, unde **na** şi **nb** sunt indicii structurali ai modelului, iar **nk** este întîrzierea instrinsecă.

MVI

IV4

☝ Mai există rutinele **IV** (învechită) şi **IVX**.

- Apel: `Mid = iv4(D,si) ;`
- Estimează parametrii unui model ARX folosind MVI. Modelul identificat rezultat, **Mid**, este returnat ca obiect **IDMODEL**. Estimarea se efectuează pe baza datelor **D** (obiect **IDDATA**) şi a informației de structură **si = [na nb nk]**, unde **na** şi **nb** sunt indicii structurali ai modelului, iar **nk** este întîrzierea instrinsecă.

Numele rutinei provine de la faptul că estimația este evaluată în 4 etape de calcul:

1. Se identifică modelul în mod grosier, cu ajutorul MCMMP (rutina **arx**).
2. Modelul anterior este folosit pentru a genera vectorul instrumentelor plecînd de la intrarea specificată în cadrul datelor măsurate, prin filtrare. Cu acest vector, se estimează un nou model ARX, folosind MVI.
3. Reziduurile modelului obținut (adică erorile de predicție) sunt asociate unui unui model AR de ordin foarte mare, care este identificat folosind din nou MCMMP.
4. Datele de intrare-ieşire originale sunt filtrate folosind modelul AR anterior. Parametrii modelului sunt estimați în final folosind datele rezultate (filtrate) şi acelaşi tip de vector al instrumentelor ca la pasul 2.

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Contextul de lucru

Rutine preliminare

```
vi = valid_LS(Model,Data) ;
```

(validarea modelelor determinate cu MCMMP)

`Model`	obiect `IDMODEL` care reprezintă modelul testat pentru validare;
`Data`	obiect `IDDATA` care reprezintă setul de date de validare;
`vi`	indexul de validare: 0 = model invalid; 1 = model cu validitate slabă; 2 = model cu validitate normală; 3 = model cu validitate extinsă.

☝ Se va proiecta o rutină similară pentru validarea modelelor determinate cu ajutorul MVI (numită `valid_IV`).

Notă importantă

Citiți cu foarte mare atenție descrierile funcțiilor MATLAB `IV`, `IV4`, și `IVX`!

Nu le utilizați decît dacă sunteți siguri că rezolvă cerințele temei de laborator!

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Problema 5.1 (MCMMP pentru modelelul ARX afectat de un zgomot colorat)

A fost proiectat mini-simulatorul **`ISLAB_5A`**, care evaluează estimația (parsimonioasă a) modelului ARX asociat procesului furnizor de date, folosind MCMMP. Pentru aceasta, su fost parcurşi următorii paşi:

a. Se generează 2 seturi de date: unul pentru identificare şi altul pentru validare, folosind rutina **`gendata`**.

b. Pentru fiecare model identificat cu ajutorul MCMMP (funcția **`arx`**), model obținut variind indicii na şi nb, se afişează 2 ferestre grafice: una pentru analiza modelului folosind datele de identificare şi de validare, alta pentru reprezentarea poli-zeroruri cu discuri de încredere corespunzătoare unei raze de 3 ori mai mari decît deviațiile standard aferente. După fiecare fereastră este inserată o pauză de aşteptare pentru a permite utilizatorului să analizeze informațiile afişate. Fiecare sub-fereastră a primei ferestre include 3 grafice aranjate pe verticală:
   - ieşirile măsurate şi simulate cu ajutorul modelului, grafic pe care se indică şi valoarea funcției de potrivire, $\mathcal{E}_N$;
   - eroarea de predicție (reziduurile modelului), grafic pe care se indică şi dispersia estimată a zgomotului, λ_N^2 ;
   - secvența de auto-covarianță a erorii de predicție, grafic pe care se indică şi indexul de validare.

Modelele obținute sunt memorate în vederea selectării unuia dintre ele, în urma aplicării testelor de determinare a indicilor structurali optimi şi de validare.

❹ Identificare parametrică prin MVI

Problema 5.1 (MCMMP pentru modelelul ARX afectat de un zgomot colorat)

c. Se reprezintă grafic (în ferestre consecutive):

- suprafața dispersiei zgomotului în decibeli $\left(10\lg\left(\lambda_N^2\right)\right)$ şi optimul selectat folosind Testul F;
- suprafața funcției de potrivire ($\mathcal{E}_N$) pentru datele de identificare şi optimul selectat folosind tot Testul F, dar adaptat corespunzător;
- suprafața funcției de potrivire ($\mathcal{E}_N$) pentru datele de validare şi optimul selectat folosind Testul F adaptat;
- suprafața criteriului GAIC în versiunea Rissanen şi optimul indicat de aceasta.

d. Se solicită utilizatorului să aleagă indicii structurali pe care îi consideră optimi.

e. Pentru modelul ales, se afişează cele 2 ferestre grafice de la b. Modelul este returnat de către mini-simulator, în vederea unei utilizări ulterioare. Se recomandă returnarea şi a seturilor de date de identificare şi validare.

0.5p

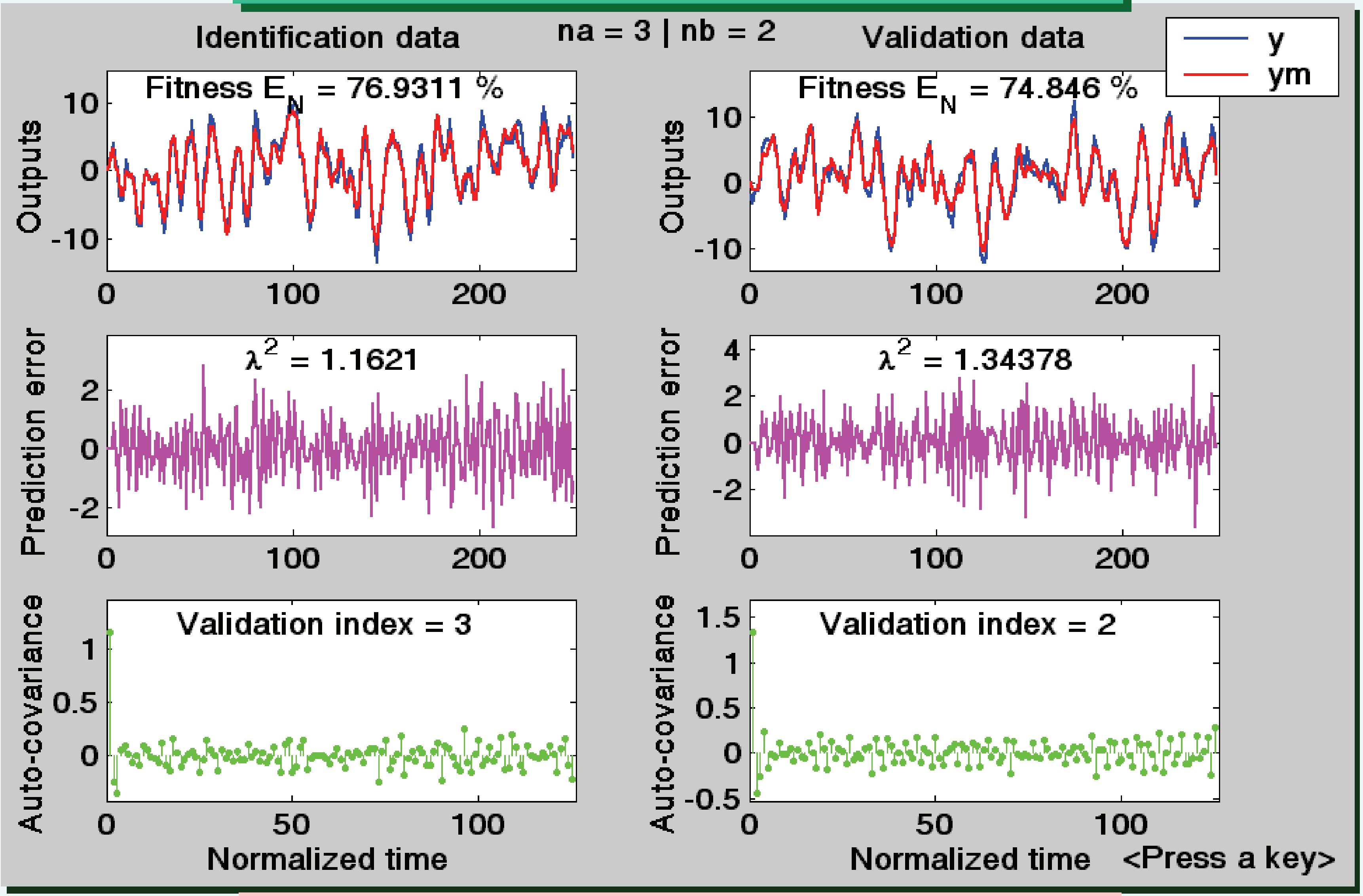
Pentru a testa funcționarea mini-simulatorului **ISLAB_5A**, se vor iniția cîteva rulări.

Rezultă mereu aceiaşi indici structurali optimi sau ei diferă de la o rulare la alta? Justificați răspunsul. Observați simplificarea polilor şi zerourilor apropiate din diagrama poli-zerouri, pentru indici structurali mari. Care dintre criteriile de determinare a structurii optime are tendința de a sub-parametriza modelul şi care – de a supra-parametriza modelul?

Program existent **ISLAB_5A**

❹ Identificare parametrică prin MVI

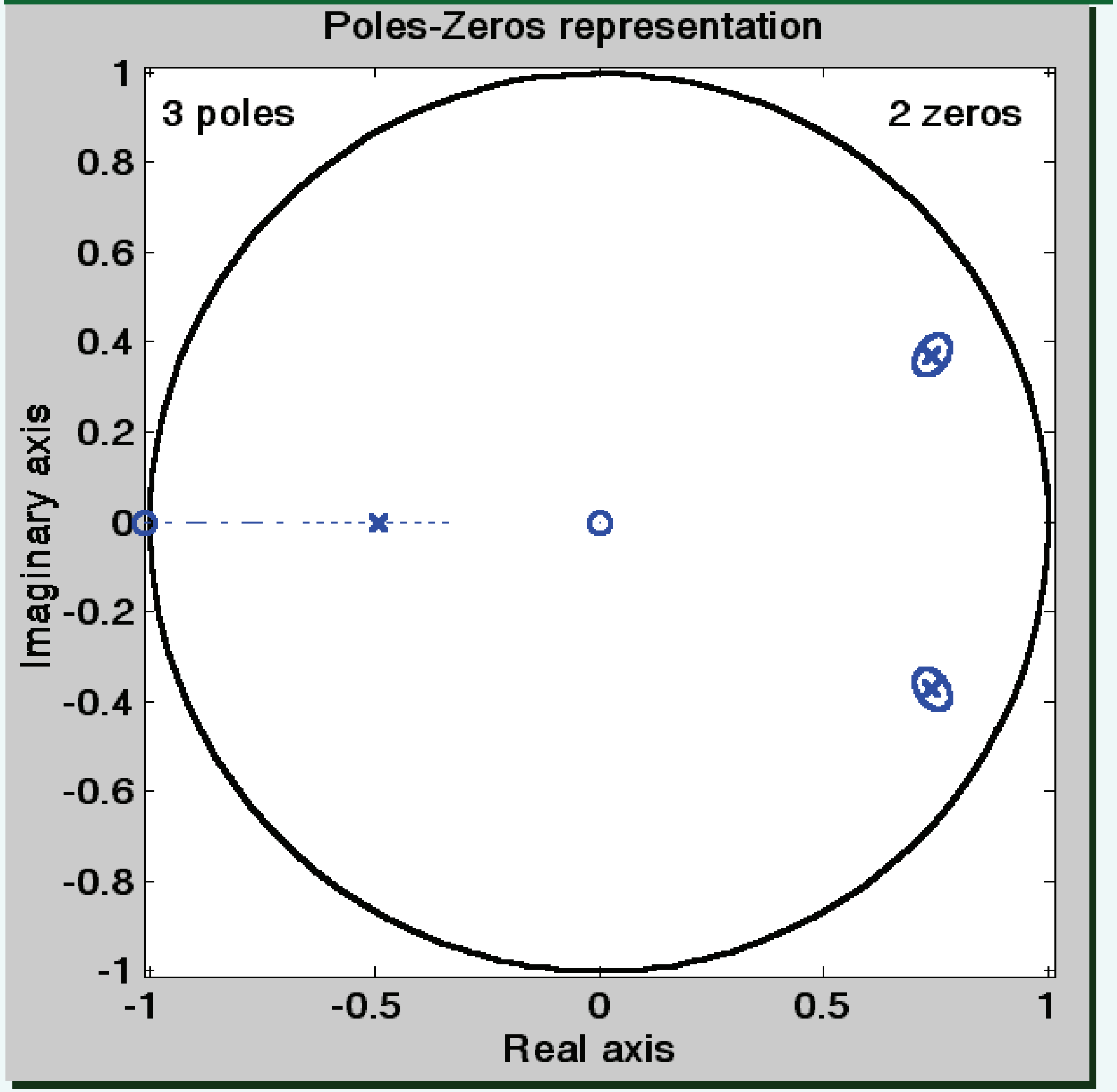
Ce afişează mini-simulatorul **ISLAB_5A** [●○○○○○]



Performanţele modelului ARX identificat cu MCMMP

❹ Identificare parametrică prin MVI

Ce afişează mini-simulatorul **ISLAB_5A** [●●○○○○]

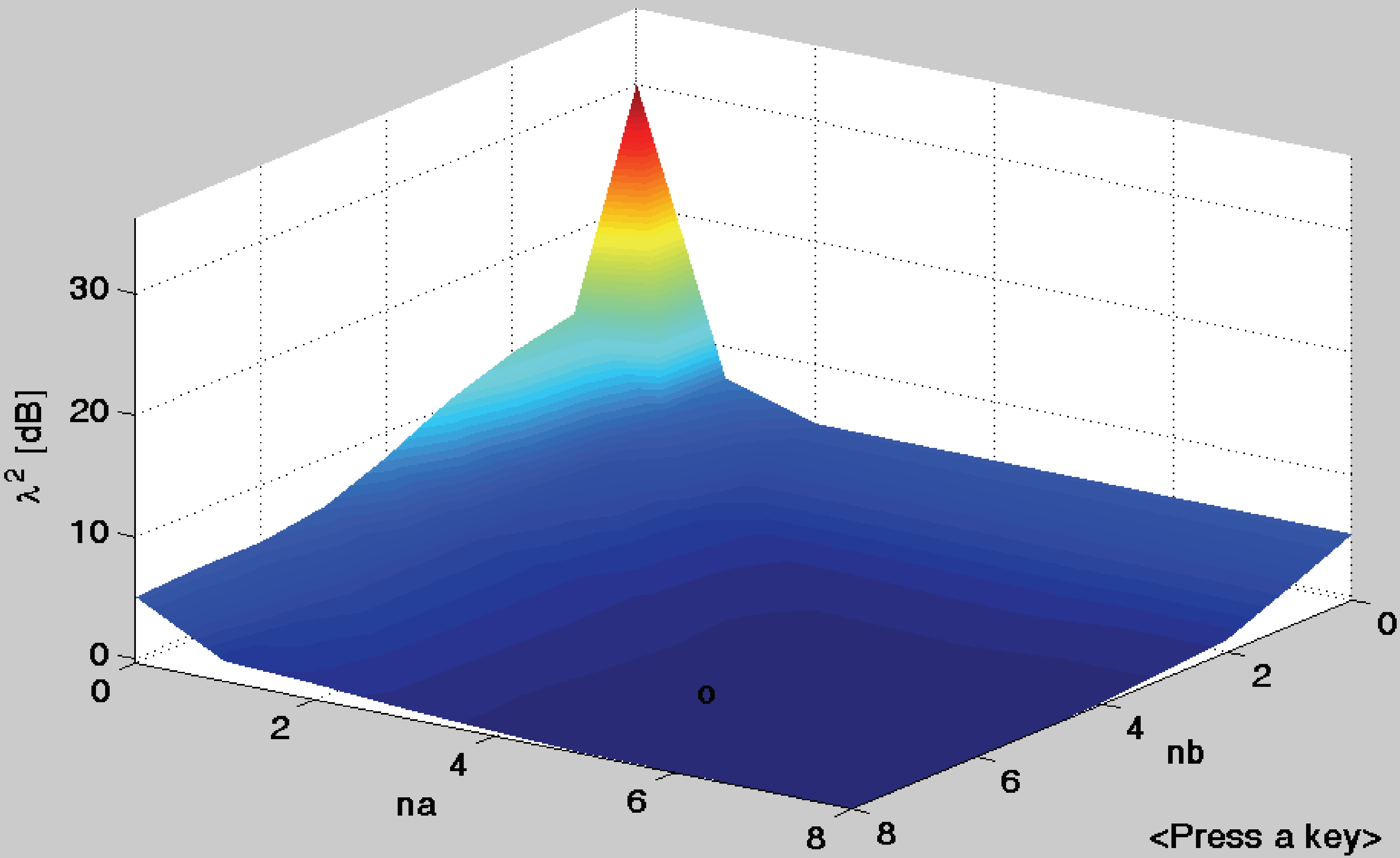


Reprezentarea poli-zerouri a modelului ARX identificat cu MCMMP

❹ Identificare parametrică prin MVI

Ce afişează mini-simulatorul **ISLAB_5A** [●●●○○○]

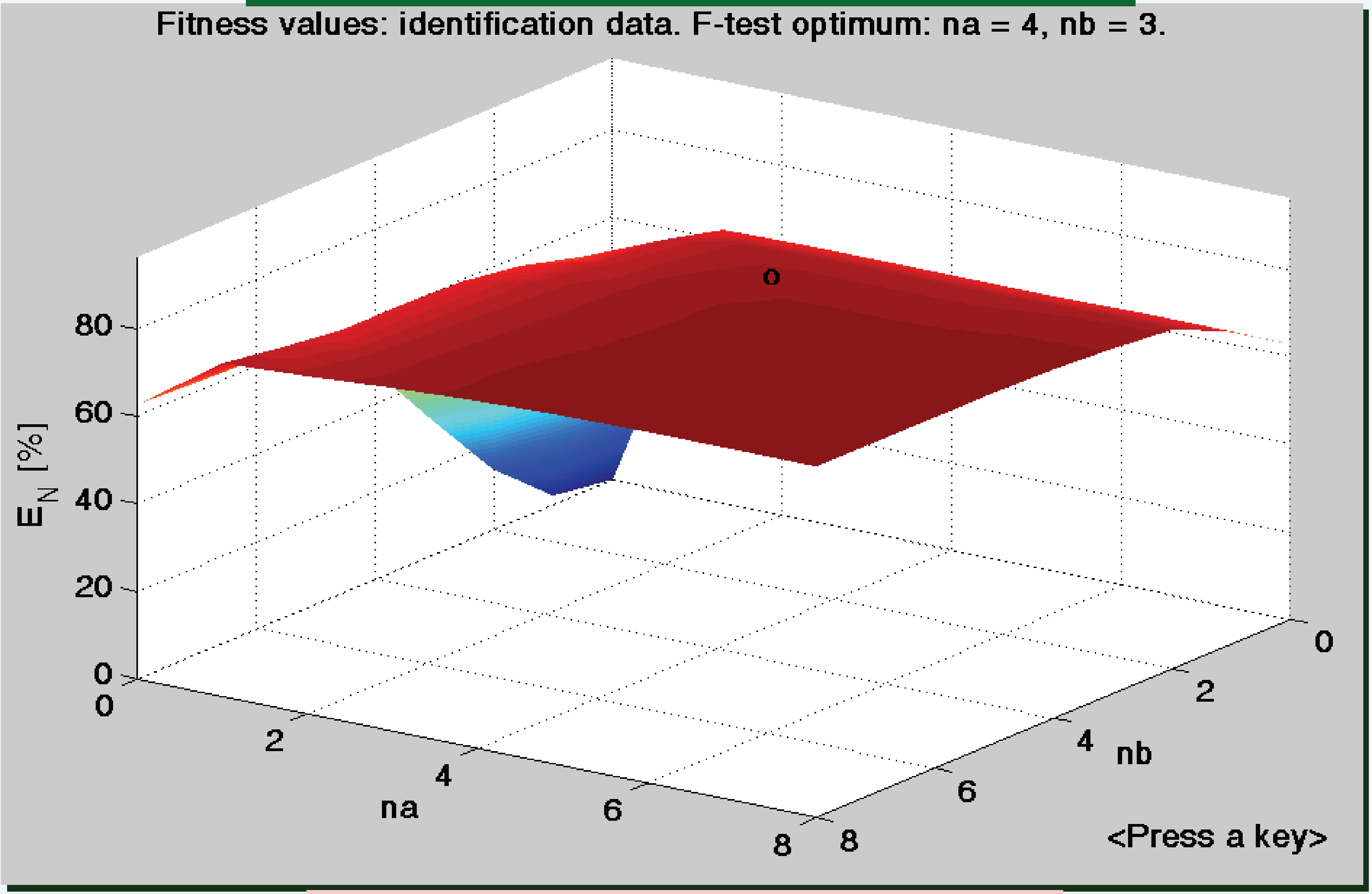
Estimated noise variance surface. F-test optimum: na = 5, nb = 6.



Criteriul aplatizării şi Testul F

❹ Identificare parametrică prin MVI

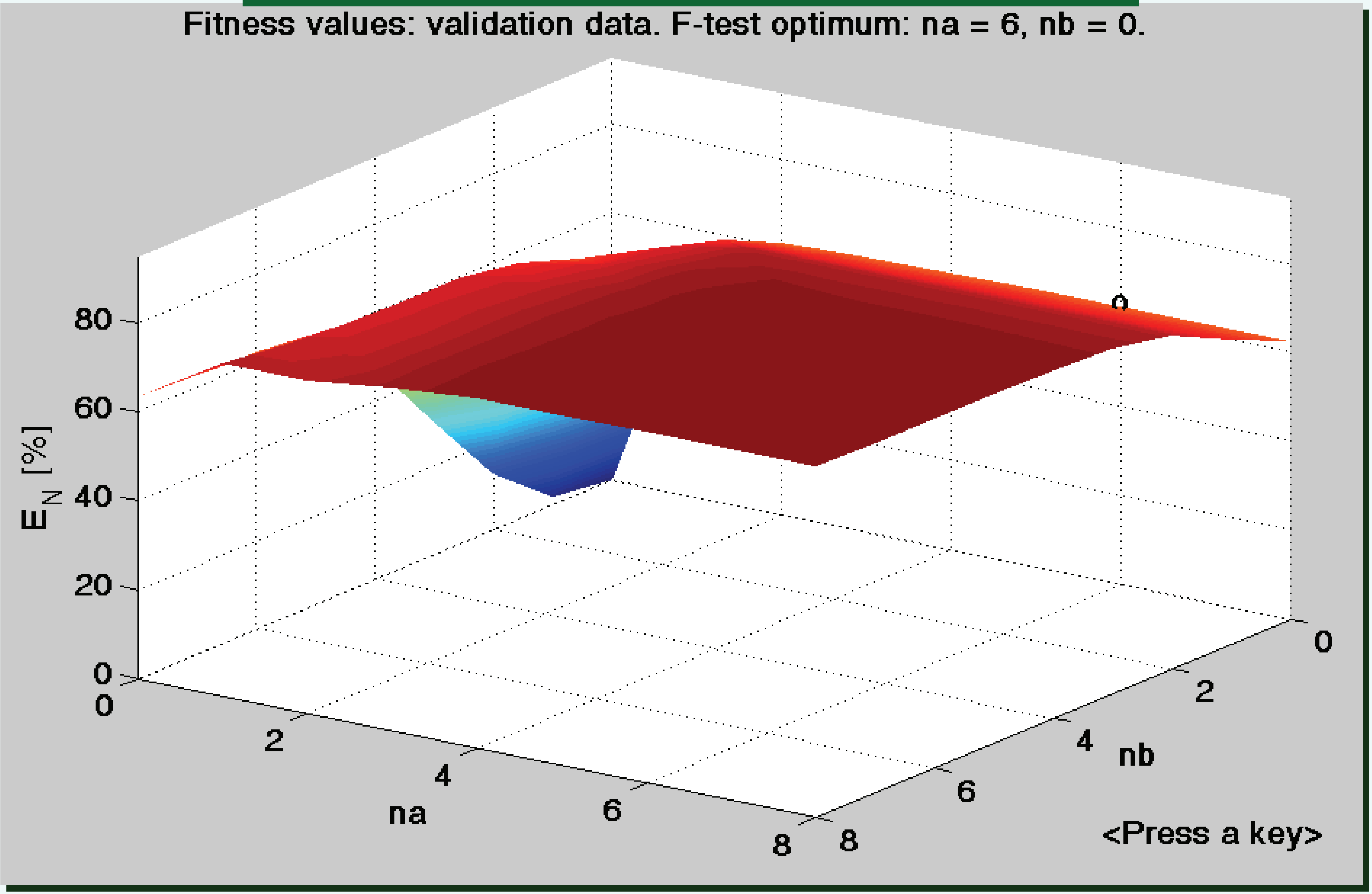
Ce afişează mini-simulatorul **ISLAB_5A** [●●●●○○]



Potrivirea cu datele de identificare şi Testul F

❹ Identificare parametrică prin MVI

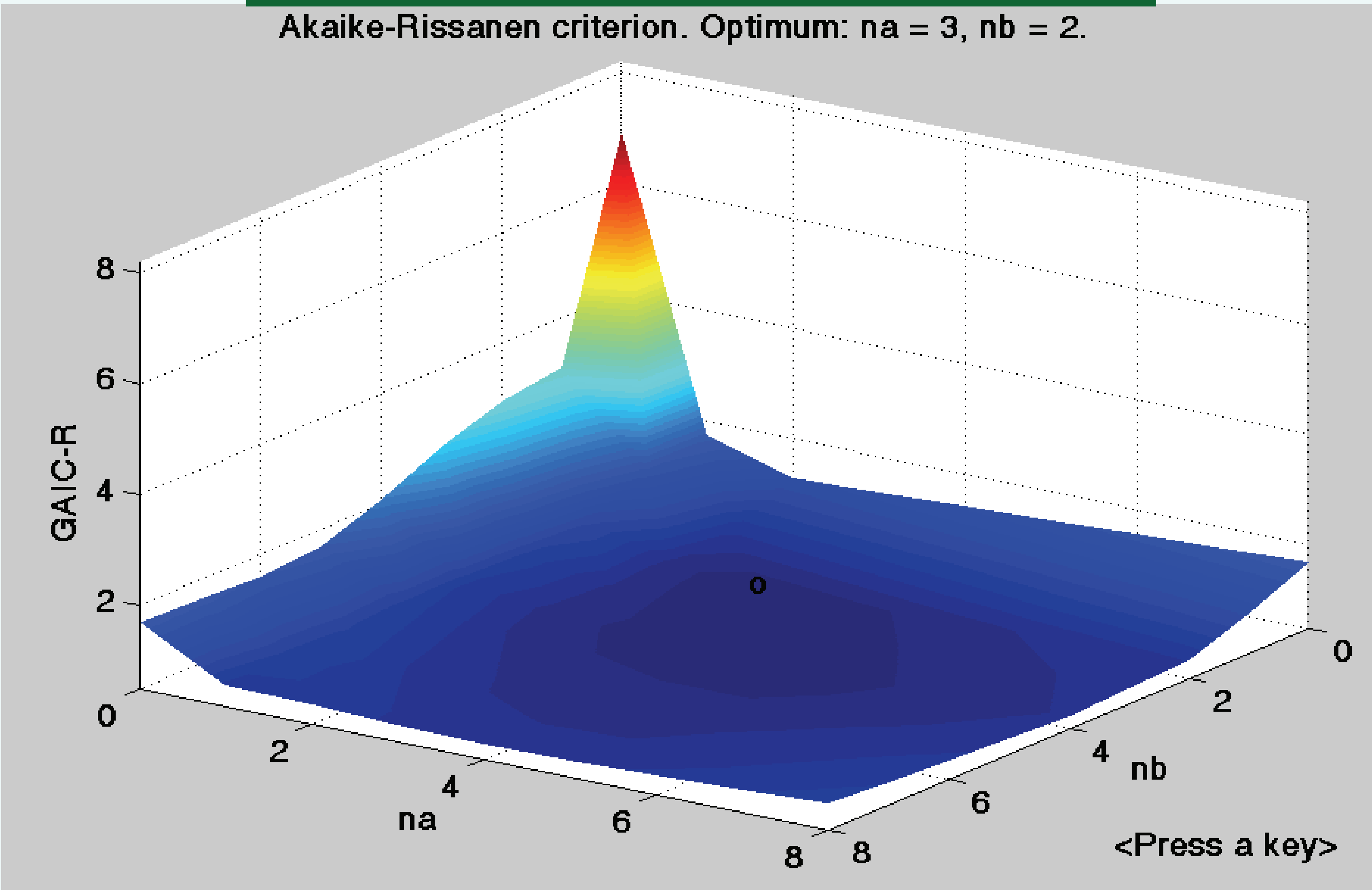
Ce afişează mini-simulatorul **ISLAB_5A** [●●●●●○]



Potrivirea cu datele de validare şi Testul F

❹ Identificare parametrică prin MVI

Ce afişează mini-simulatorul **ISLAB_5A** [●●●●●●●]



Criteriul Akaike-Rissanen GAIC

❹ Identificare parametrică prin MVI

☞ Probleme de simulare

Problema 5.2 (MVI pentru modelelul ARX afectat de un zgomot colorat)

Problema anterioară, **5.1**, se va relua pentru cazul MVI cu instrumentele nefiltrate. Mini-simulatorul rezultat va fi denumit **`ISLAB_5B`**. În acest scop, se pot utiliza majoritatea funcțiilor mini-simulatorului **`ISLAB_5A`**. Excepție face, de exemplu, testul de validare, care trebuie schimbat (se va proiecta rutina **`valid_IV`**). Comparați rezultatele de estimare obținute cu perfomanțele estimației evaluate folosind MCMMP.

Program ce trebuie proiectat: **`ISLAB_5B`** — 1p

Rutină ce trebuie proiectată: **`VALID_IV`** — 1.5p

Comentarii — 1p

Nu utilizați IVX decît dacă se poate!

Problema 5.3 (generalizare)

Generalizați mini-simulatoarele anterioare astfel încît utilizatorului să i se permită să își aleagă metoda de identificare (MCMMP sau MVI) şi instrumentele în cazul MVI. Tipul de model identificat rămîne acelaşi: ARX. Denumiți noul mini-simulator prin **`ISLAB_5C`**. Testați mini-simulatorul cu datele de intrare ale mini-simulatoarelor precedente. Rulați apoi mini-simulatorul cu opțiunile: MVI şi instrumentele parțial filtrate & MVI şi instrumentele total filtrate, unde, în prealabil, trebuie produs un model estimat folosind MCMMP. Comparați performanțele estimațiilor obținute cu MVI pentru cele 2 tipuri de instrumente. Arătați avantajele şi dezavantajele fiecărei strategii de estimare.

Program ce trebuie proiectat: **`ISLAB_5C`** — 5.5p

Comentarii — 1p