

# Identificarea Sistemelor

## LABORATOR 2

Mărgăritescu Vlad - 342B3

### PROBLEMA 1

Pentru a rezolva punctele următoare, se va utiliza funcția NOISE.

A. Se sa varieze polii filtrului H2 din definitia (45) si sa se comenteze rezultatele obtinute cu ajutorul functiei NOISE.

Am selectat polinomul  $(b_0z+b_1)/(z^2+a_1z+a_2)$  si am variat polii corespunzator.

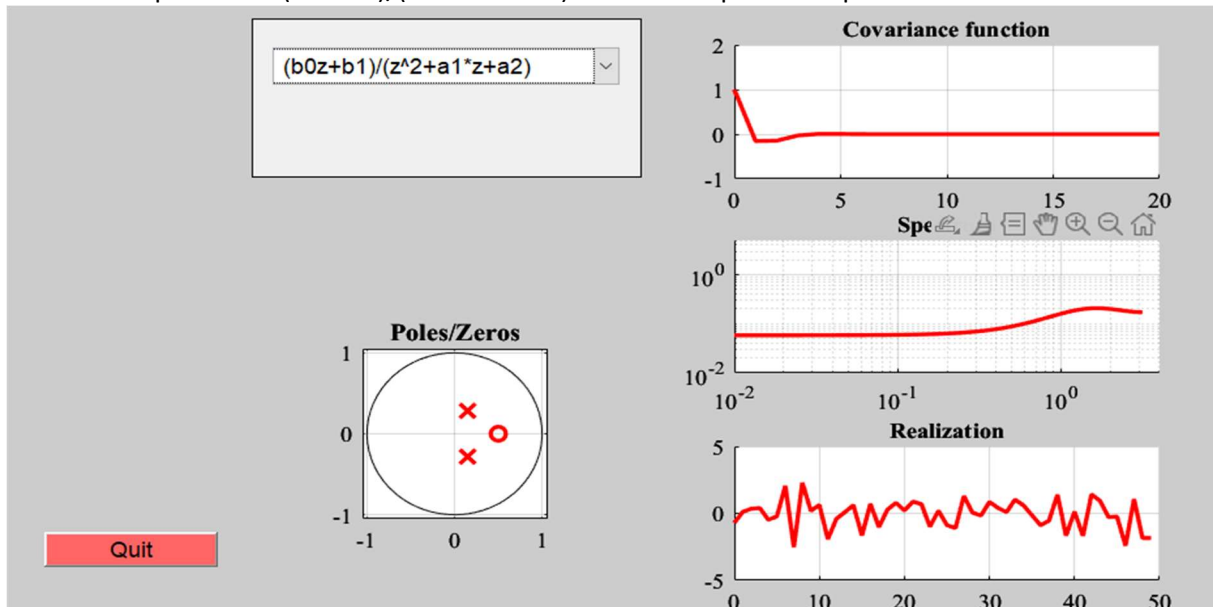


Fig. 1 – Polii la stanga zeroului

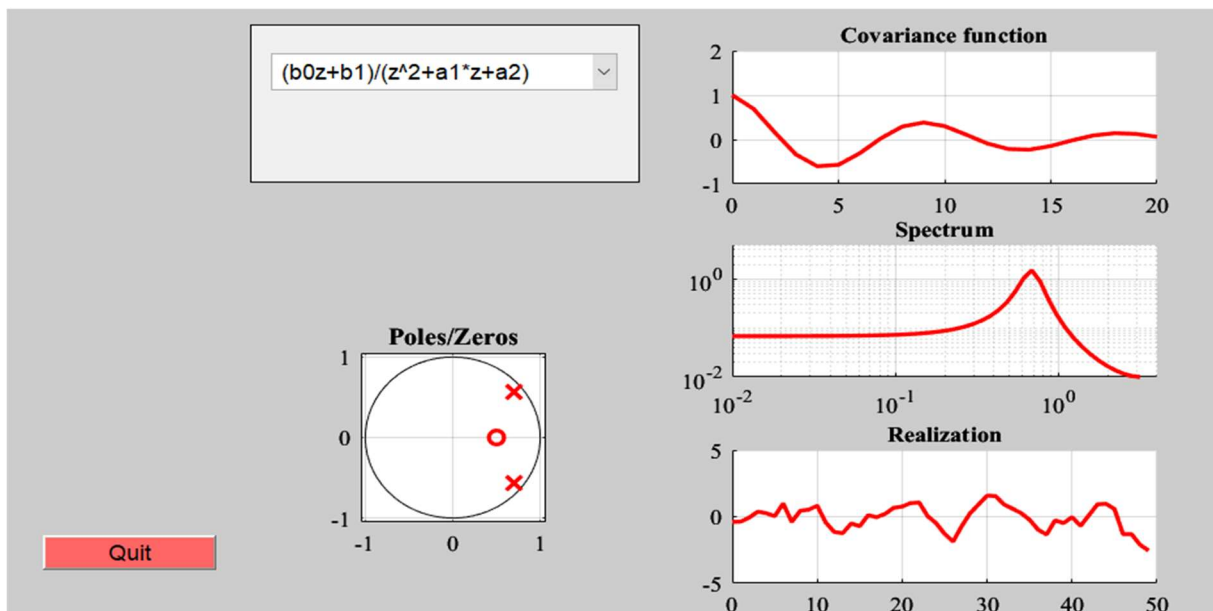


Fig. 2 – Polii la dreapta zeroului

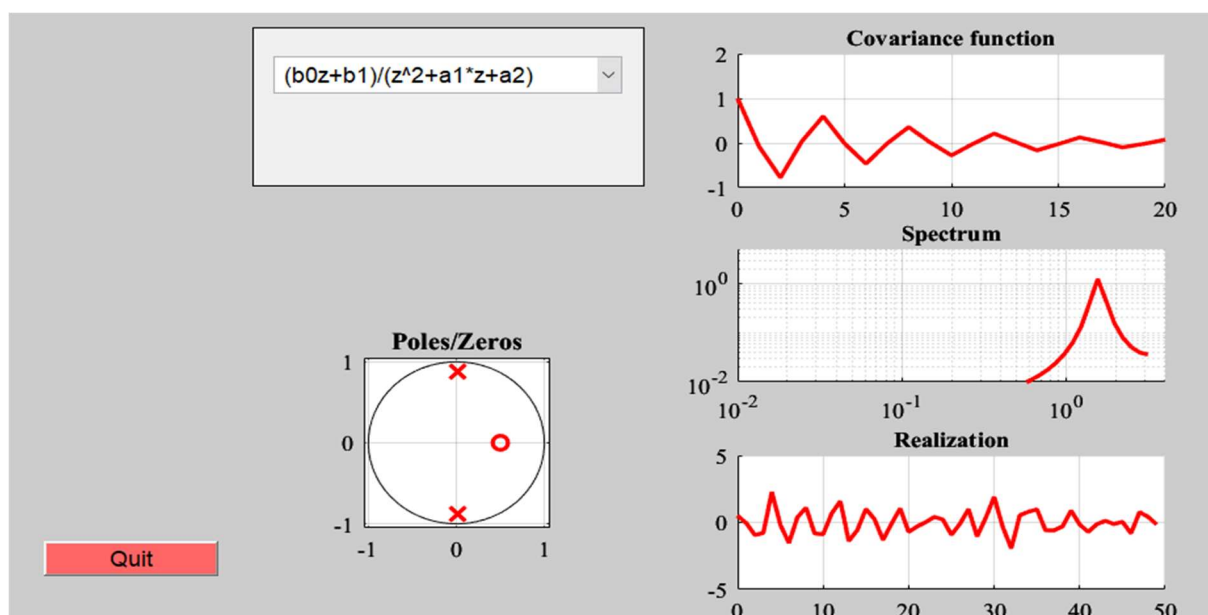


Fig. 3 – Polii foarte aproape de cercul unitate (la extreme)

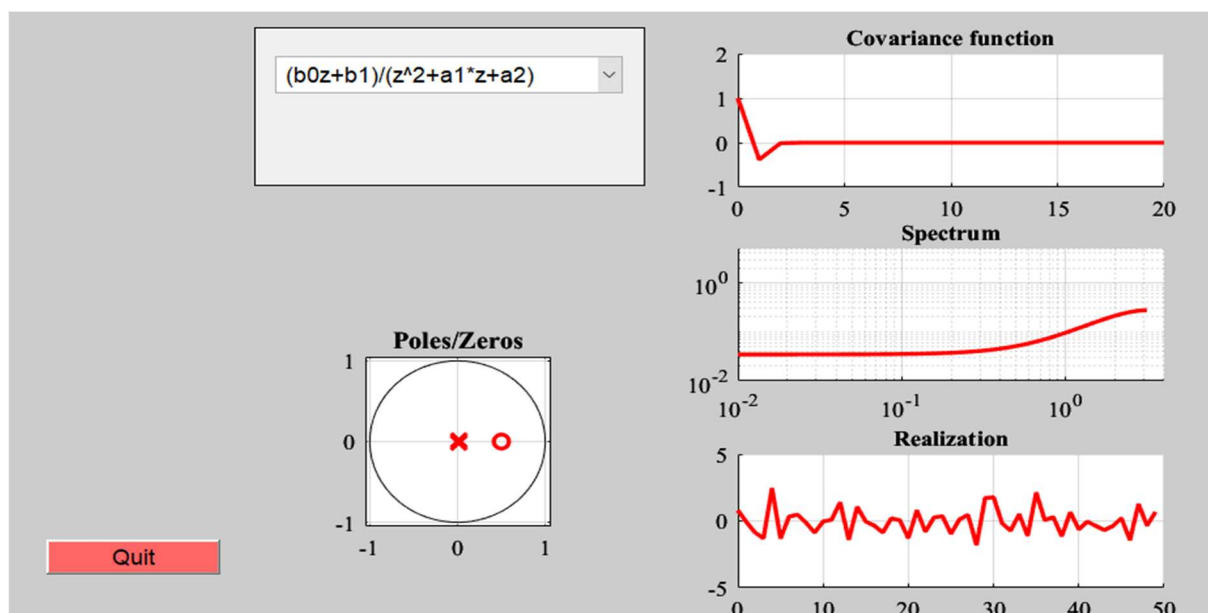


Fig. 4 – Polii in origine

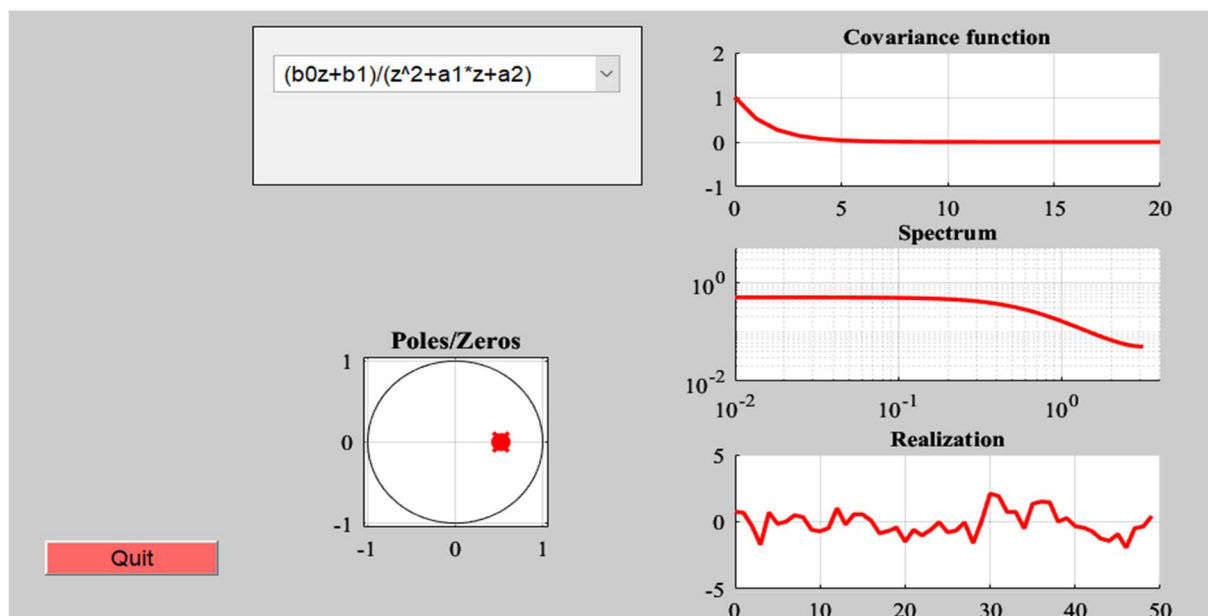


Fig. 5 – Suprapunerea polilor peste zerou

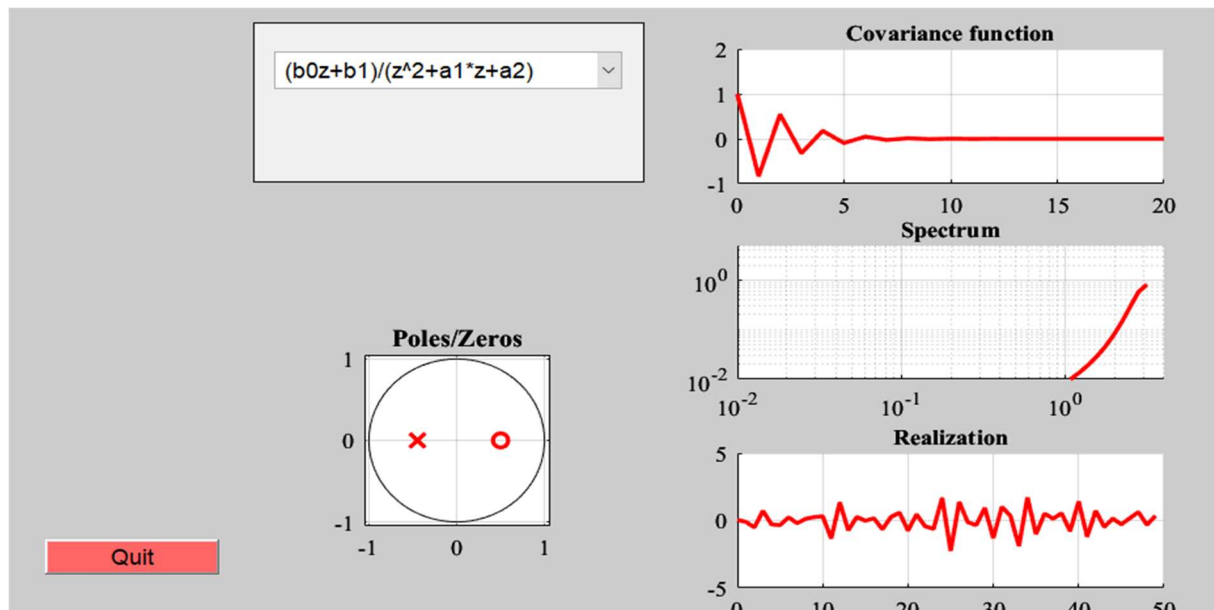


Fig. 6 – Polii sunt pe axa reala si sunt localizati simetric fata de zerou (folosind axa imaginara)

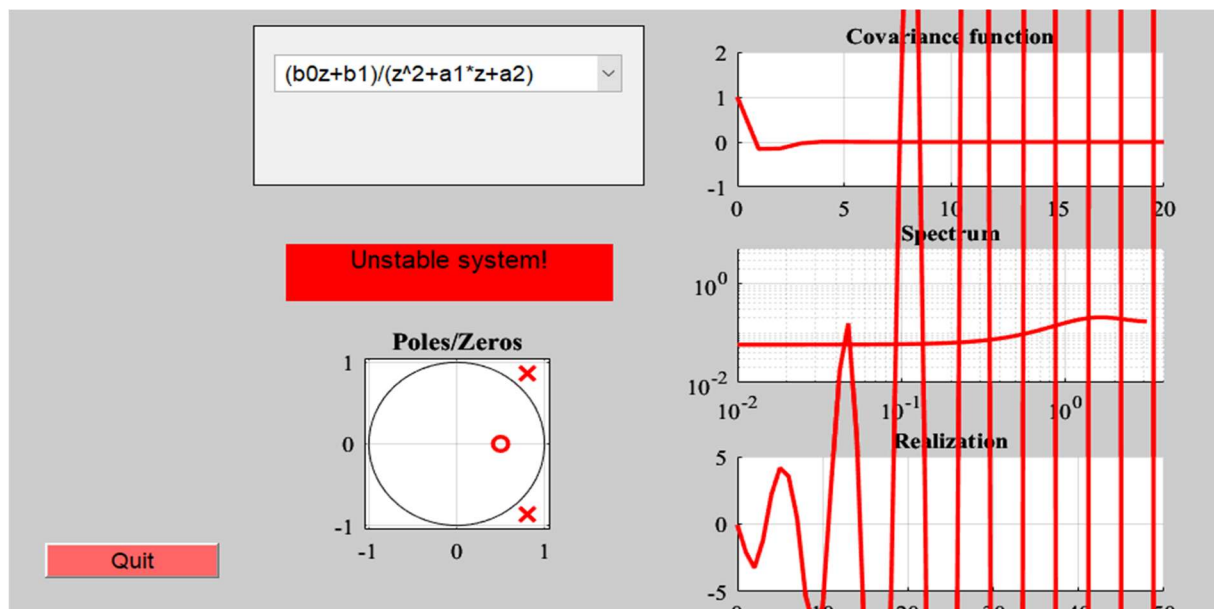


Fig. 7 – Polii sunt inafara cercului unitate, avem un sistem instabil

### Concluzii:

Daca polii sunt inafara cercului unitate sistemul este instabil;

Daca valoarea polilor creste => amplitudinea creste;

Daca valoarea zeroului scade => amplitudinea creste;

Cu cat polii se departeaza mai mult de axa reala, Filtrul devine mai rapid.

Cu cat polii sunt mai departe de 0, cu atat varful spectrului este mai pronuntat.

B. Unde trebuie amplasati polii filtrului H2 pentru a obtine un filtru trece jos?

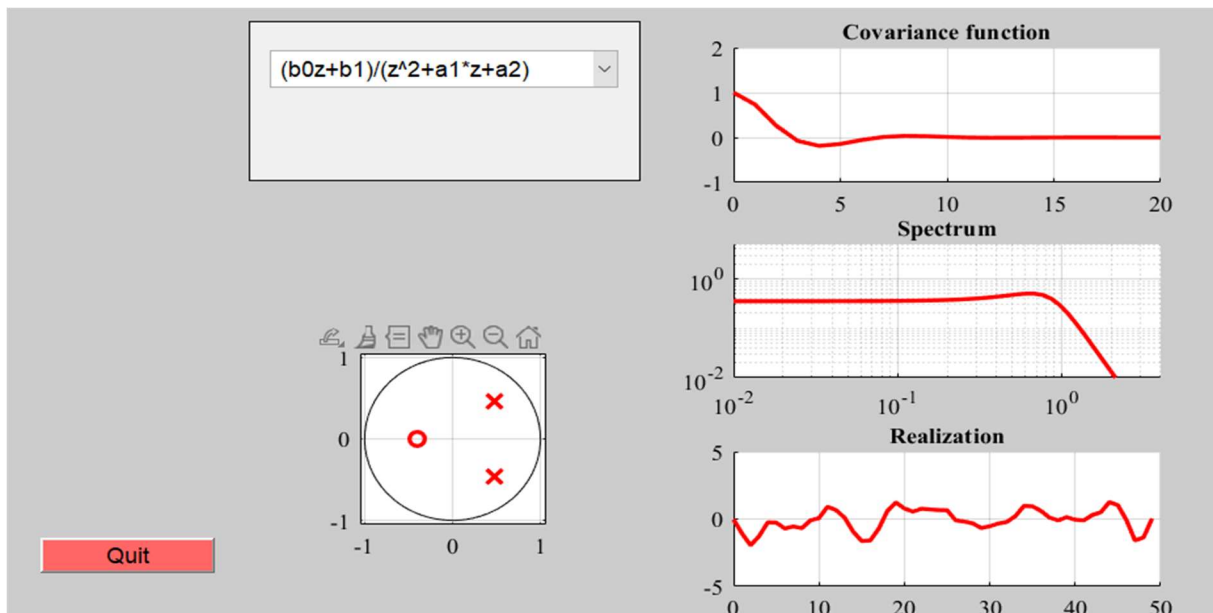


Fig. 8 – Filtru FTJ

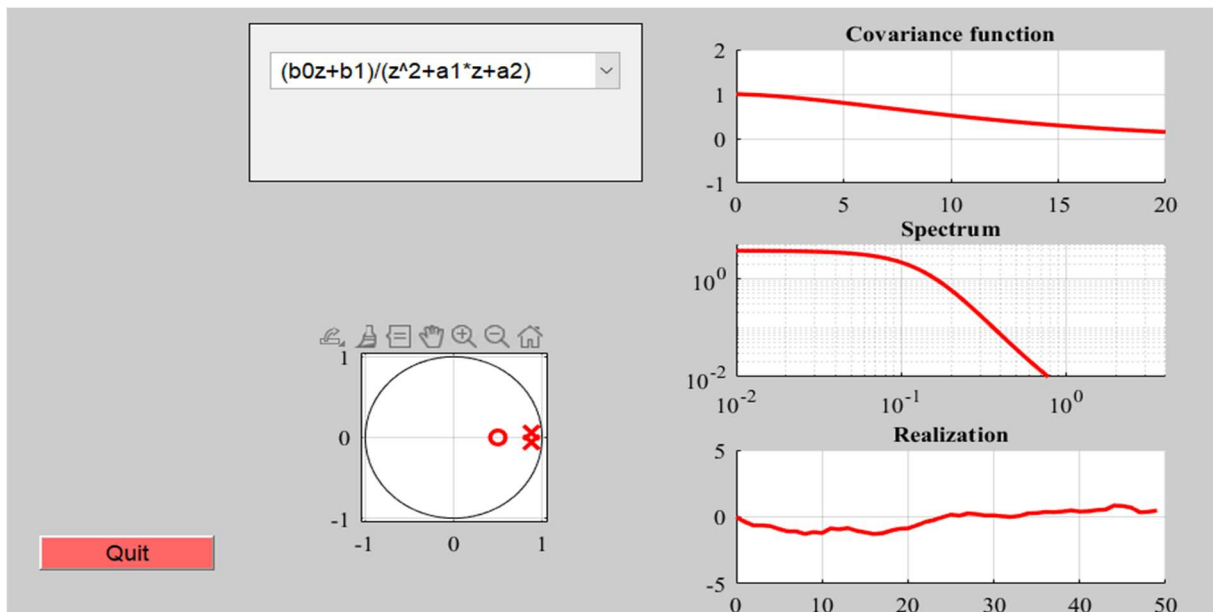


Fig. 9 – Filtru FTJ

### Concluzii:

Pentru a obtine un Filtru Trece Jos, polii lui H2 trebuie sa se afle la dreapta zeroului.

Cu cat distanta dintre poli si zerouri este mai mica, cu atat spectrul este mai bine definit.

De asemenea, pentru un comportament bun, polii trebuie sa fie cat mai aproape unul de altul, adica foarte aproape de axa OX (Fig. 8).

C. Unde trebuie plasati polii filtrului H2 pentru a obtine un varf de rezonanta la omega = 1? Ce se poate spune despre continutul in frecventa al semnalului analizand realizarile procesului?

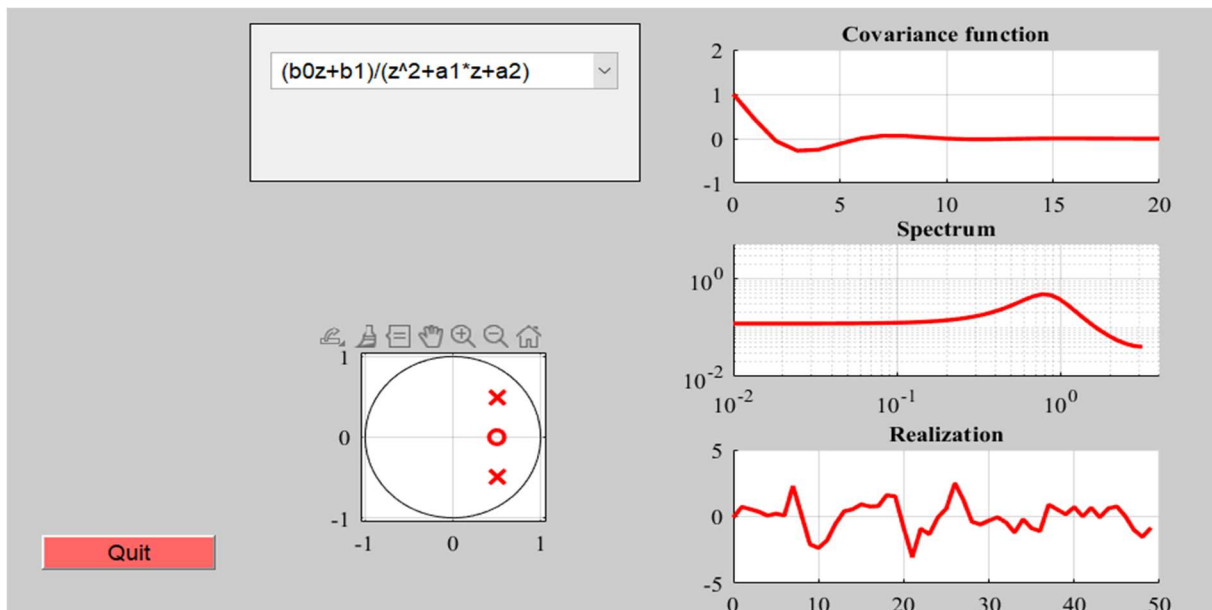


Fig. 10 – Rezonanta la omega = 1 cu zeroul in semiplanul drept

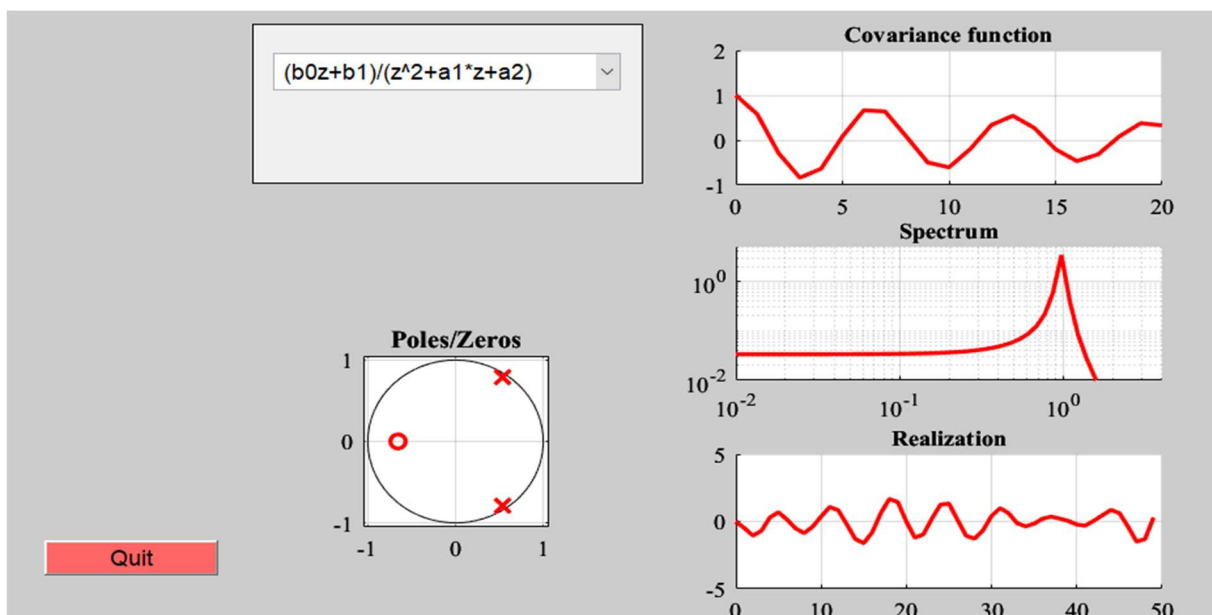


Fig. 11 – Rezonanta la omega = 1 cu zeroul in semiplanul stang

### Concluzii:

Se observa cum pozitia zeroului nu este relevanta pentru aparitia rezonantei la omega impus.

Polii trebuie pozitionati in semiplanul drept, aproape de cercul unitate.

Coordonatele de (0.5; 0.5), (0.5; -0.5) pentru poli, asigura la limita, o rezonanta in jurul lui omega = 1.

Pentru a obtine o rezonanta considerabila, polii trebuie sa fie la coordonate de 0.5 pe OX si cat mai aproape de cercul unitate pe axa OY.

D. Ce efect observati atunci cand filtrul H2 are zeroul in vecinatatea cercului unitate?

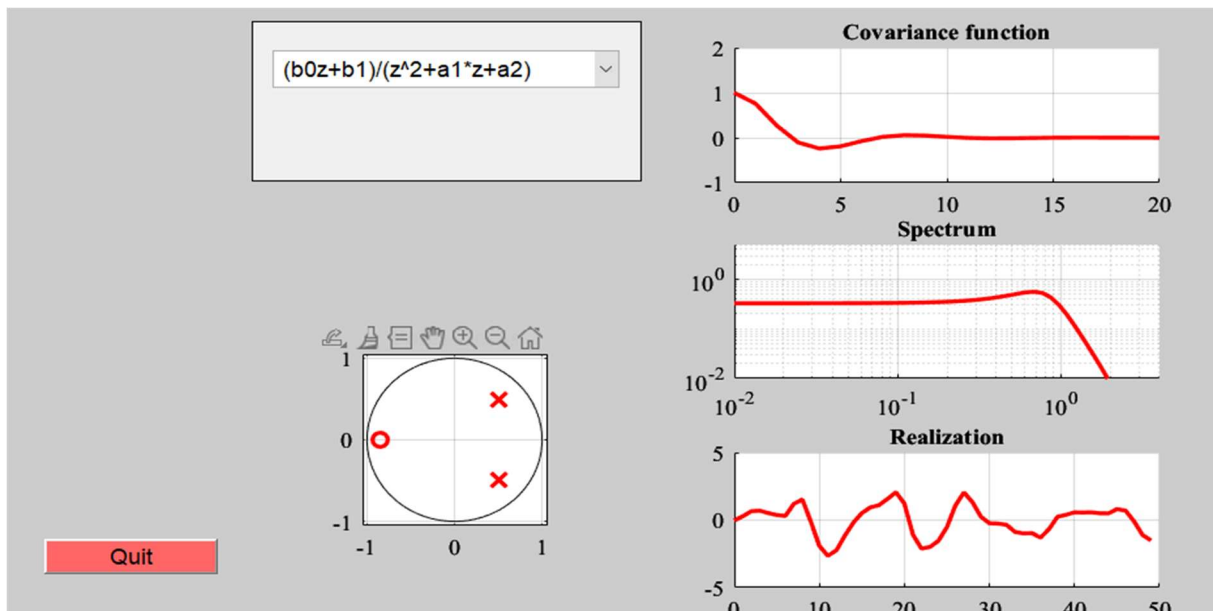


Fig. 12 – Zeroul in planul stang, in interiorul cercului unitate

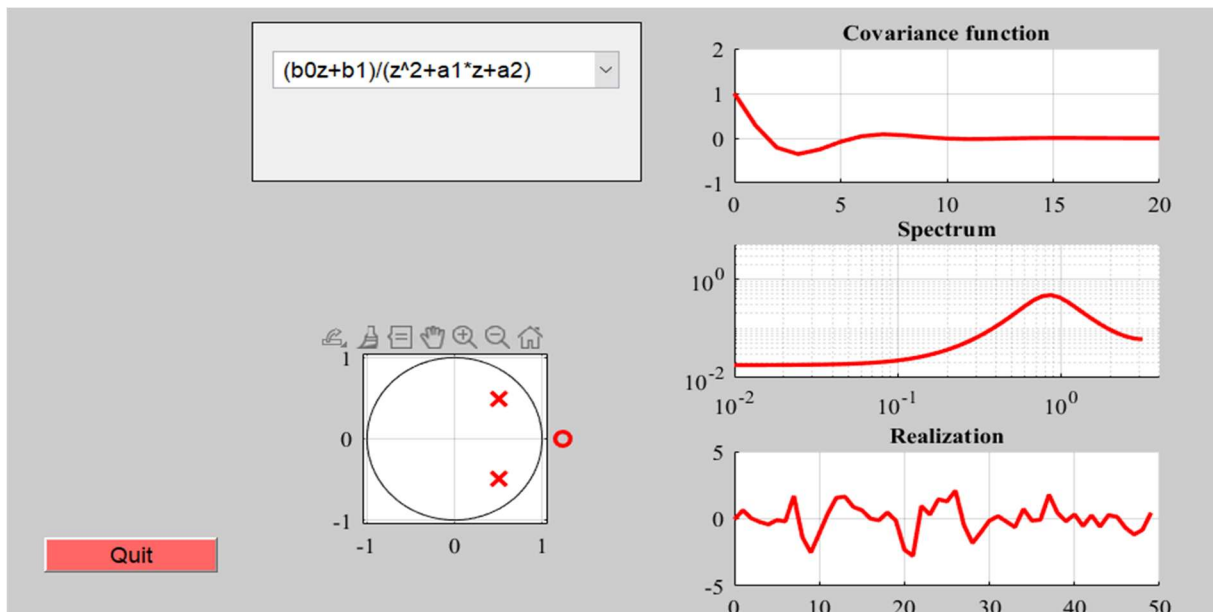


Fig. 13 – Zeroul in planul drept, inafara cercului unitate

#### Concluzii:

Pozitia zeroului nu afecteaza stabilitatea sistemului.

Chiar daca am scos zeroul inafara cercului unitate (Fig. 12), sistemul este tot stabil.

## PROBLEMA 2

Să se utilizeze modulul de simulare ISLAB \_ 2A pentru a simula un proces stocastic de model ARMA[1,1].

A. Să se analizeze maniera în care estimațiile funcțiilor de covarianță variază cu  $N$  (numărul de eșantioane) și  $\tau_{\max}$  (pivotalul maximal al secvenței de auto-covarianță) pentru diferite locații ale polilor.

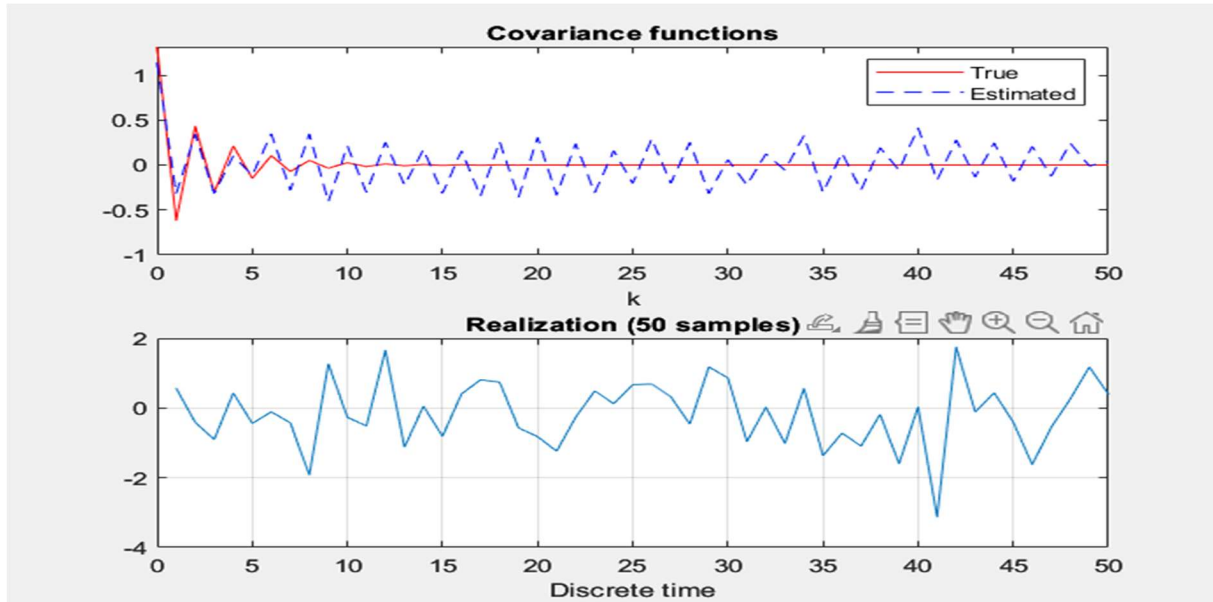


Fig. 14 –  $N = 100$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $nr\_realizari = 1$ , ARMA[1, 1], zeroul = 0.3, polul = 0.7

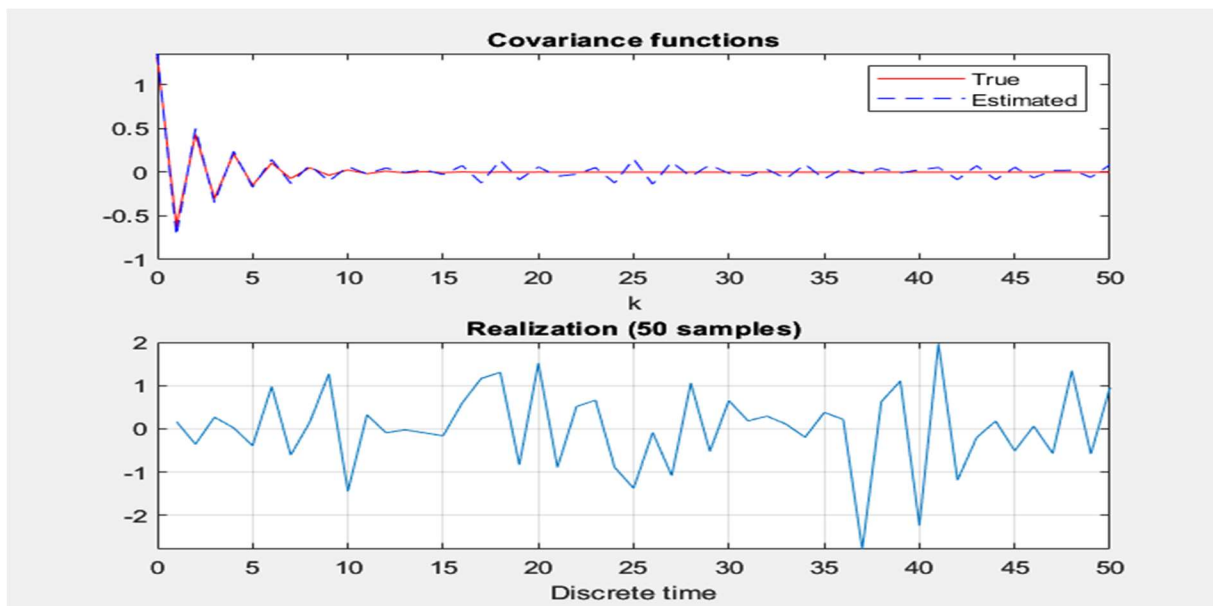


Fig. 15 –  $N = 1000$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $nr\_realizari = 1$ , ARMA[1, 1], zeroul = 0.3, polul = 0.7



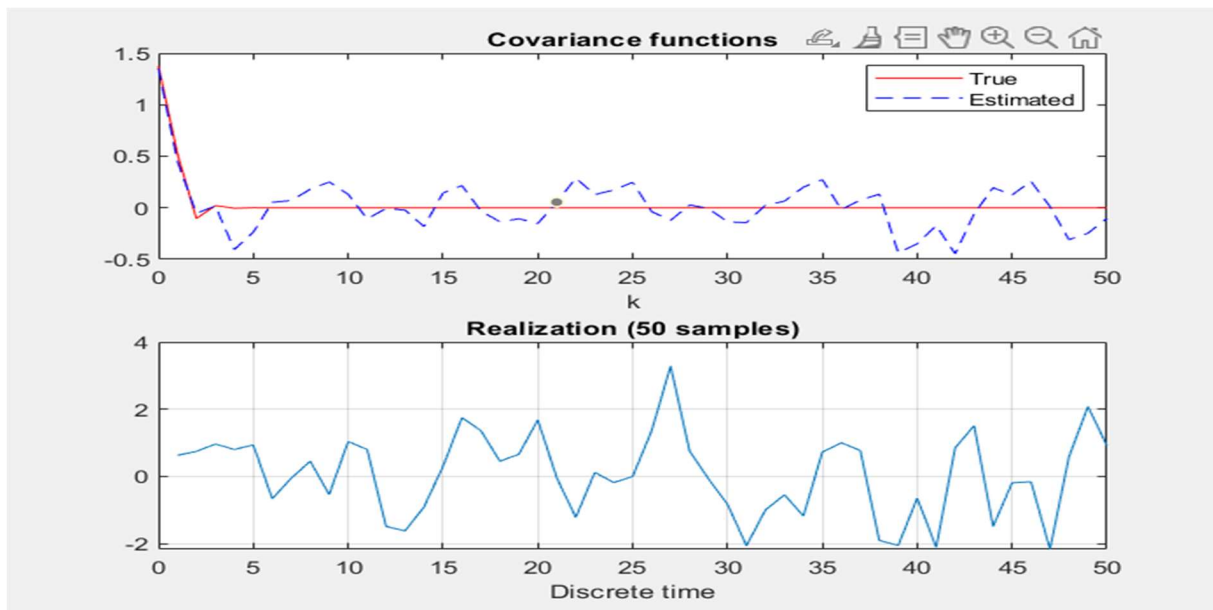


Fig. 16 –  $N = 100$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ ,  $\text{ARMA}[1, 1]$ ,  $\text{zeroul} = 0.8$ ,  $\text{polul} = 0.2$

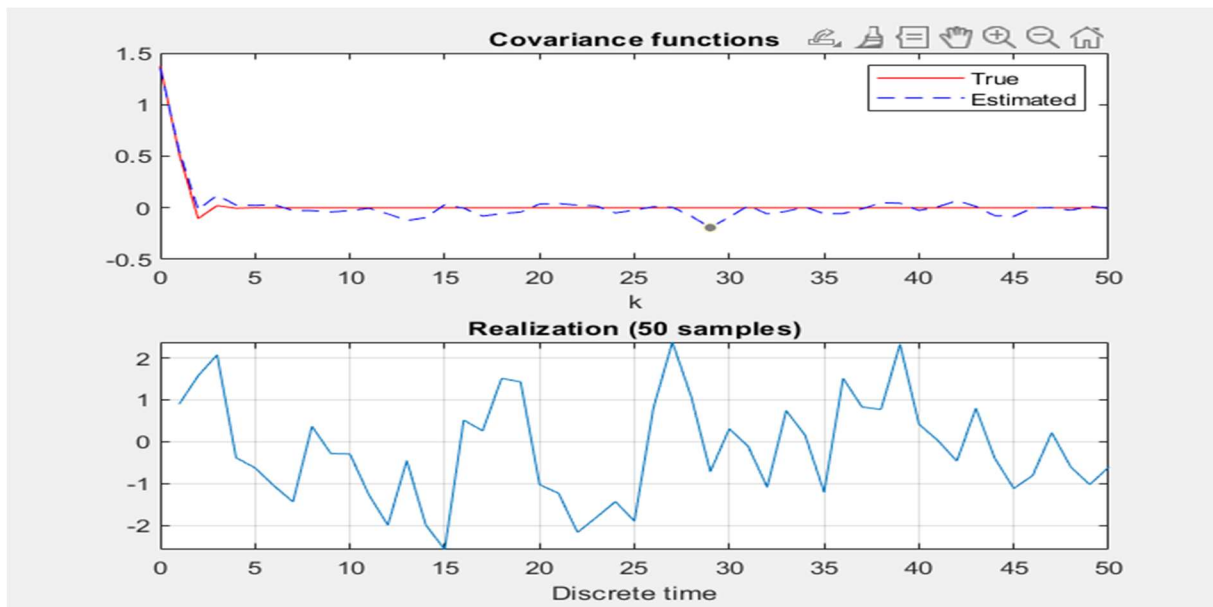


Fig. 17 –  $N = 1000$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ ,  $\text{ARMA}[1, 1]$ ,  $\text{zeroul} = 0.8$ ,  $\text{polul} = 0.2$

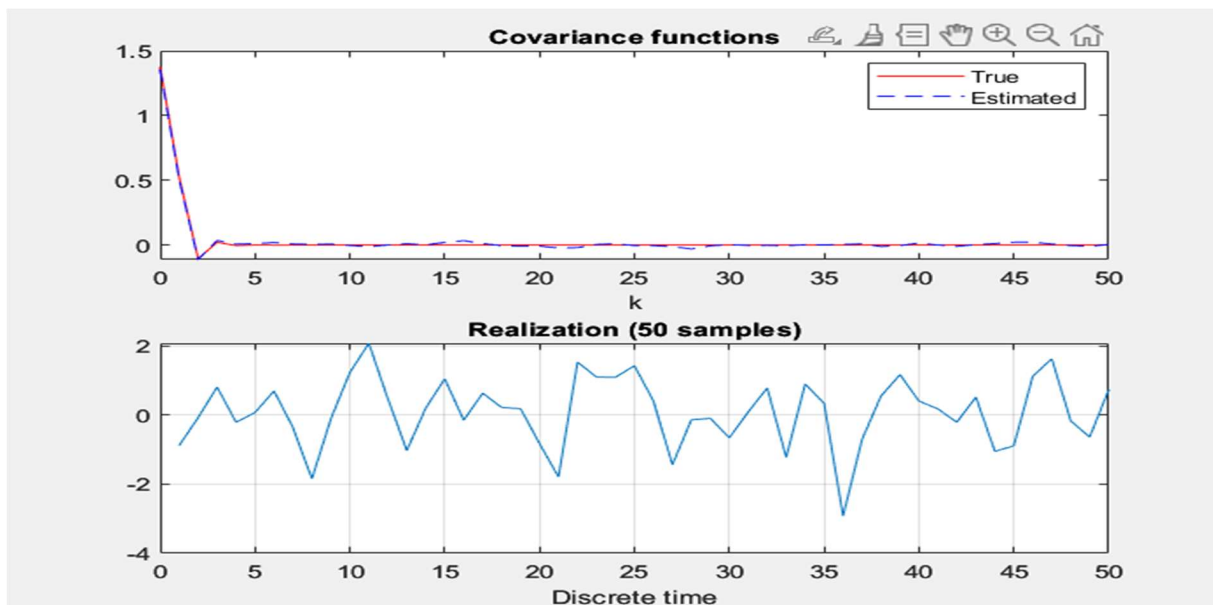


Fig. 18 –  $N = 10000$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ ,  $\text{ARMA}[1, 1]$ ,  $\text{zeroul} = 0.8$ ,  $\text{polul} = 0.2$



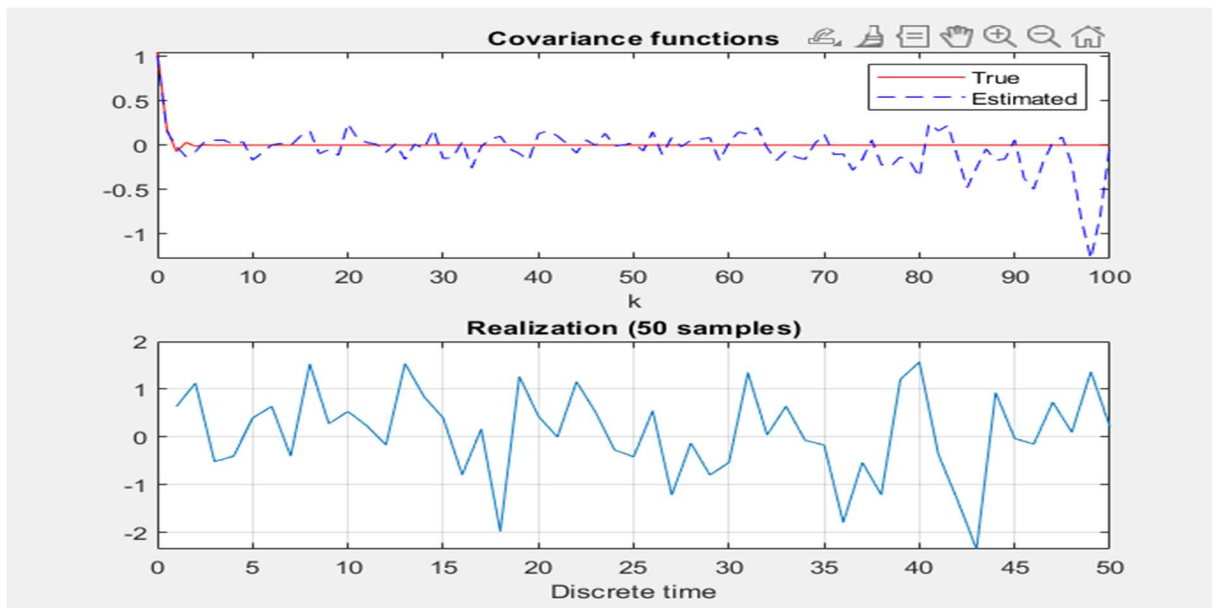


Fig. 19 –  $N = 100$ ,  $\tau_{\max} = 100$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ ,  $\text{ARMA}[1, 1]$ ,  $\text{zeroul} = 0.6$ ,  $\text{polul} = 0.4$

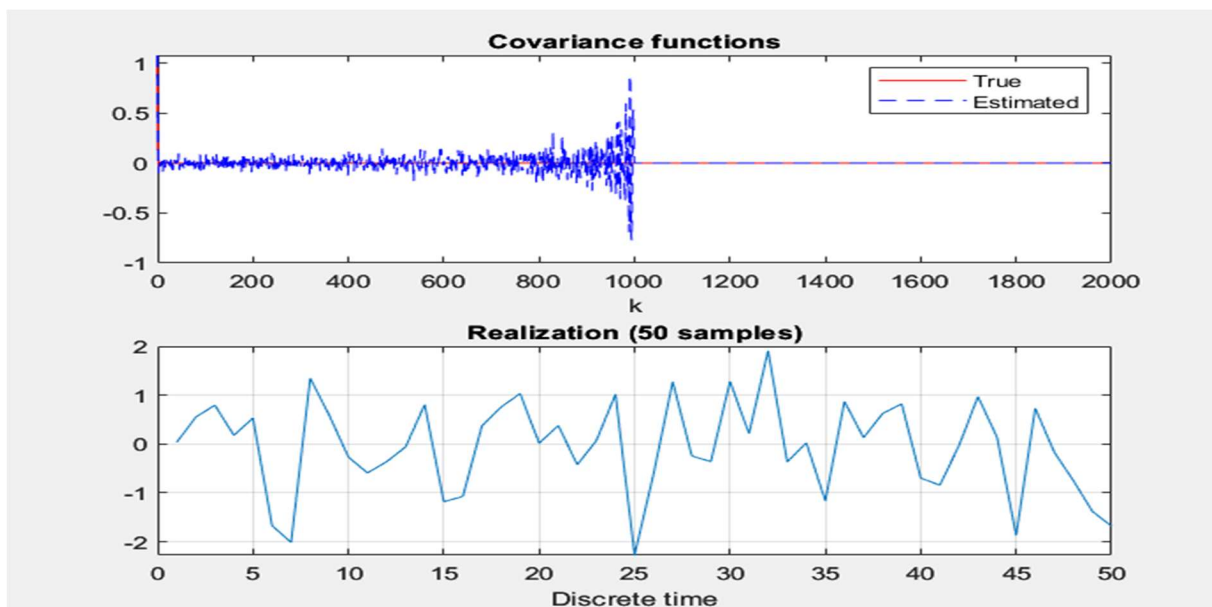


Fig. 20 –  $N = 1000$ ,  $\tau_{\max} = 2000$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ ,  $\text{ARMA}[1, 1]$ ,  $\text{zeroul} = 0.6$ ,  $\text{polul} = 0.4$

### Concluzii:

Dupa cum se poate vedea, cu cat  $N$  este mai mare, cu atat precizia graficului este mai buna.

Parametrul  $\tau_{\max}$  indica intervalul pe care este calculata covarianta.

Nu este indicat sa avem  $N < \tau_{\max}$ .

B. Să se verifice faptul că estimațiile funcțiilor de covarianță tind către valorile adevărate pentru procese de tip AR[1] și MA[1], pe măsură ce N tinde către infinit.

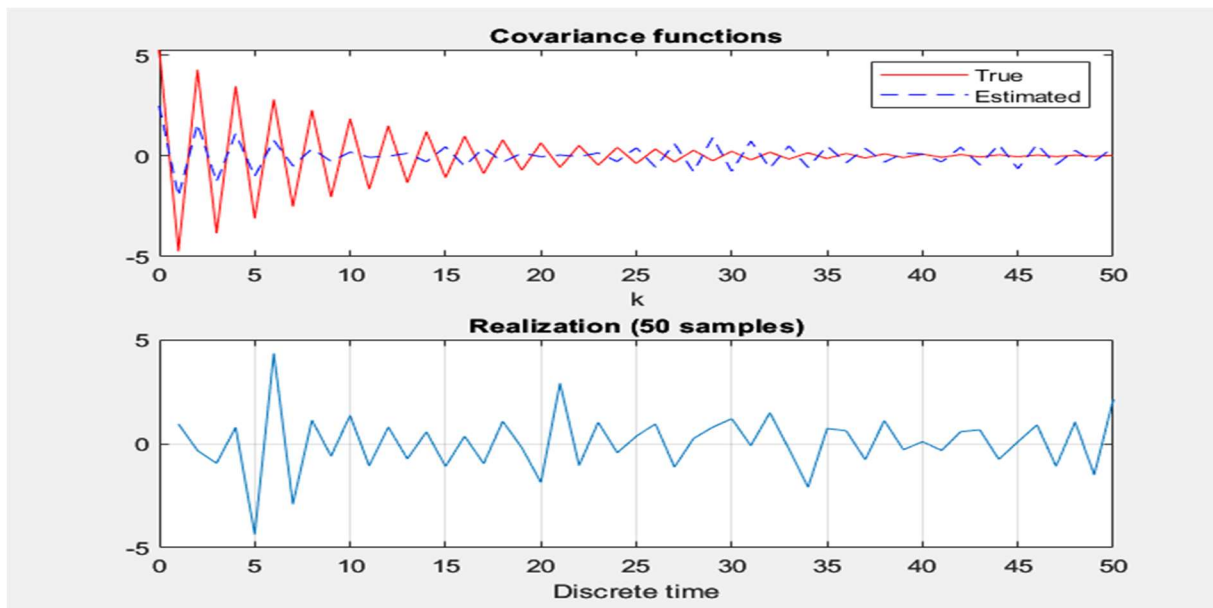


Fig. 21 –  $N = 100$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ , AR[1], polul in -0.9

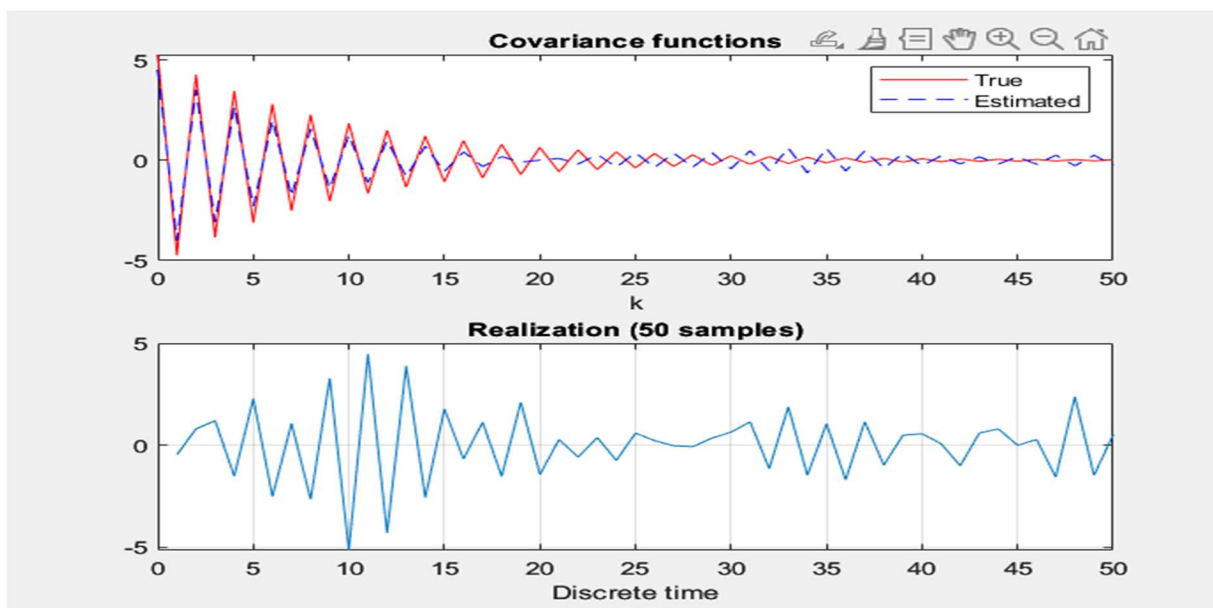


Fig. 22 –  $N = 1000$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ , AR[1], polul in -0.9

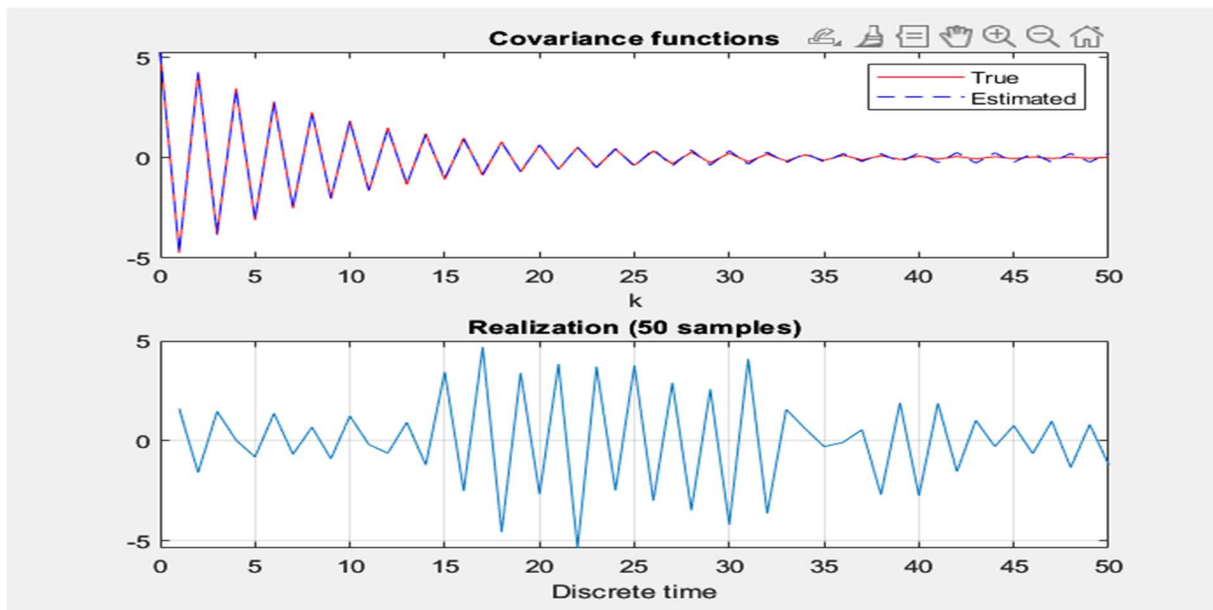


Fig. 23 –  $N = 10000$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ ,  $\text{AR}[1]$ , polul in -0.9

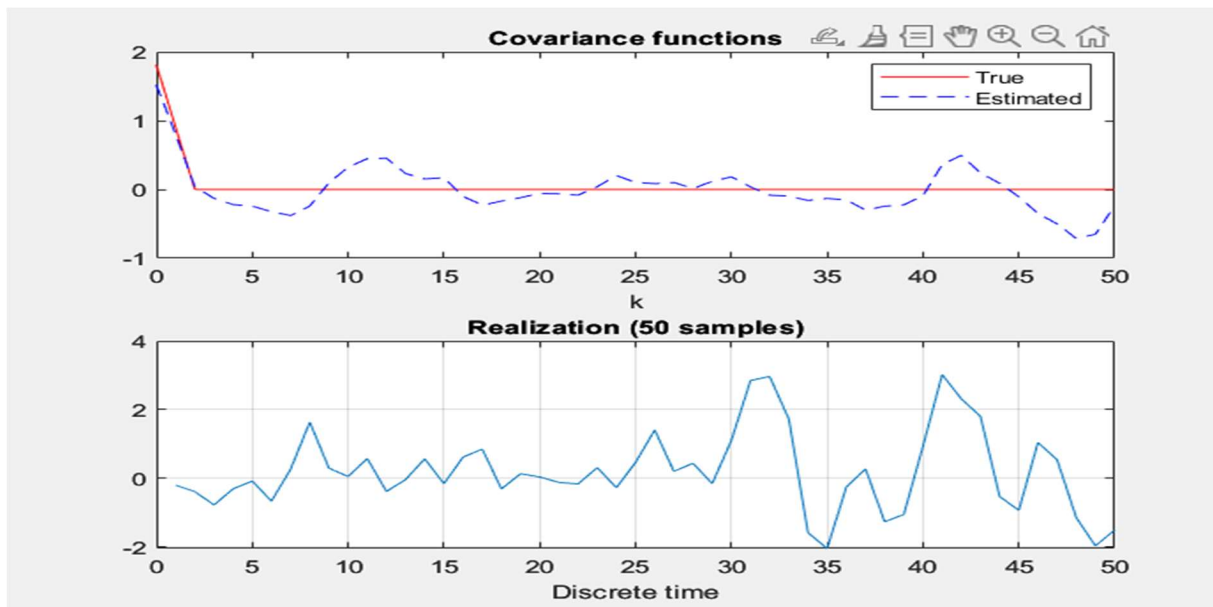


Fig. 24 –  $N = 100$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ ,  $\text{MA}[1]$ , zeroul in -0.9

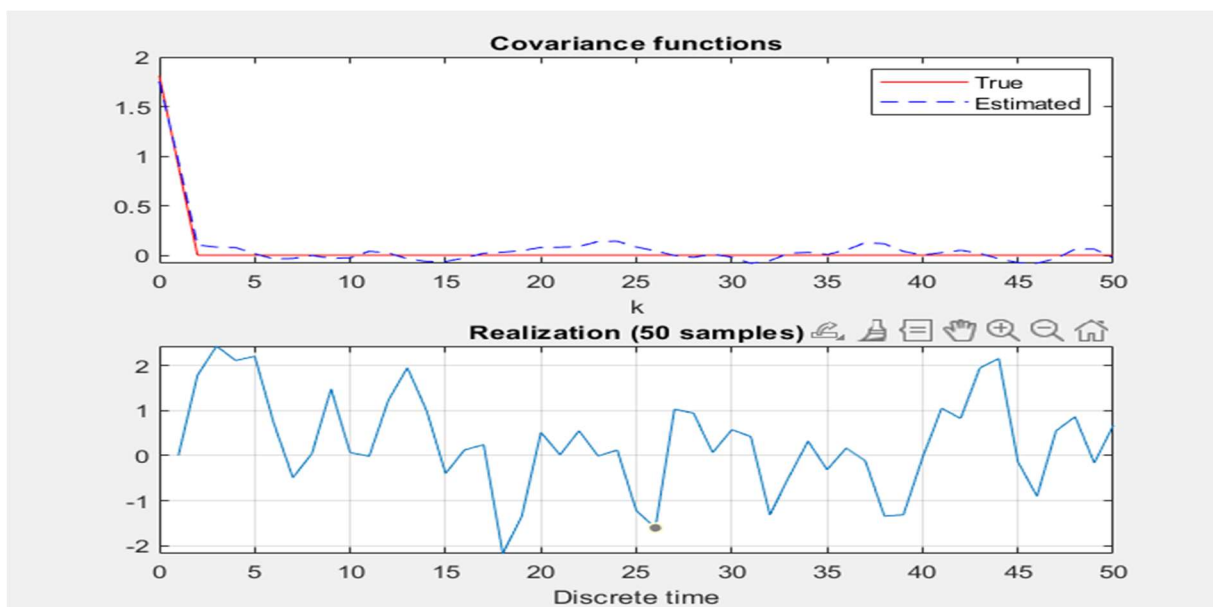


Fig. 25 –  $N = 1000$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ ,  $\text{MA}[1]$ , zeroul in -0.9

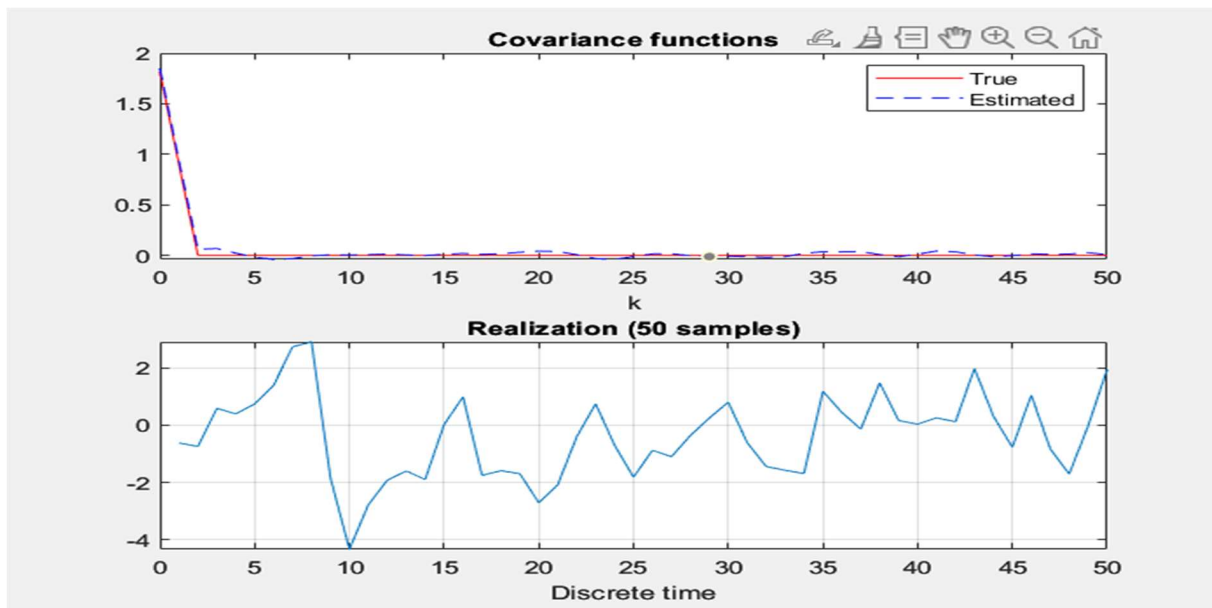


Fig. 26 –  $N = 10000$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ , **MA[1]**, zeroul in -0.9

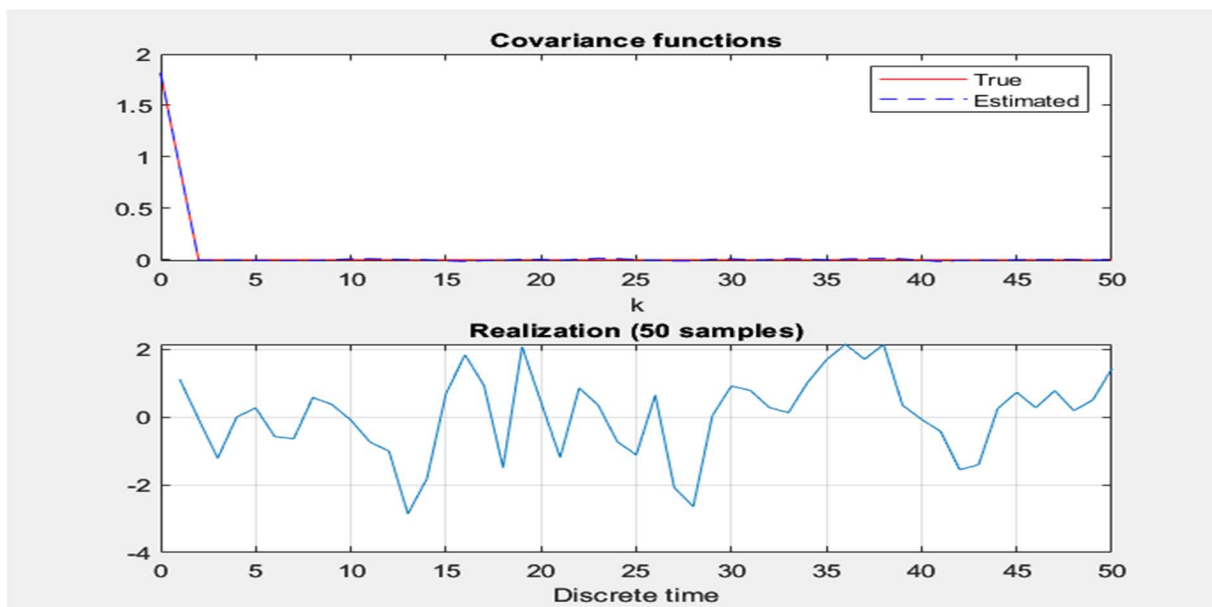


Fig. 27 –  $N = 100000$ ,  $\tau_{\max} = 50$ ,  $\text{nr\_realizari} = 1$ , **MA[1]**, zeroul in -0.9

### Concluzii:

Estimatiile functiilor de covarianta tind catre valorile adevarate pe masura ce  $N$  creste.

Afirmatia este valabila atat pentru AR[1], cat si pentru MA[1].

Exista insa o diferenta in modul in care functiile tind spre cele adevarate.

In cazul AR[1] valoarea de true oscileaza foarte mult.

In cazul MA[1] valoarea de true este o linie dreapta.

### PROBLEMA 3

Se consideră un proces stocastic asociat unui model AR[2] cu două surse de zgomot (ca în contextul Exercițiului 2.4), pe care dorim să îl echivalăm cu un proces descris de un model ARMA[2,2], avînd o singură sursă de zgomot. Pentru simulările care urmează, se va utiliza modulul ISLAB \_ 2B.

A. Să se analizeze maniera în care variază polii și zerourile modelului ARMA atunci cînd variază SNR. În acest context, SNR este definit prin raportul dintre varianța semnalului util  $x$  și varianța zgomotului aditiv  $v$  (cu notațiile din Exercițiul 2.4)

$x$  = partea reală a polilor modelului AR (implicit: 0.5);

$y$  = partea imaginară a polilor modelului AR (implicit: 0.5);

SNR = raportul semnal-zgomot (implicit: 3).

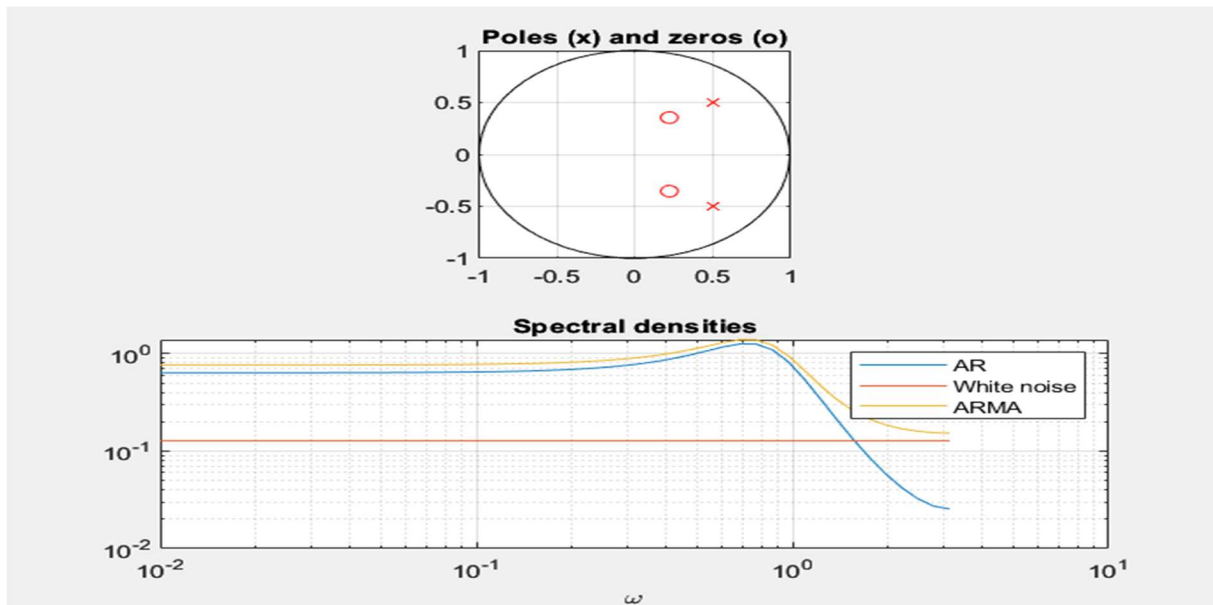


Fig. 28 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5, 3) – SNR = 3 (implicit)

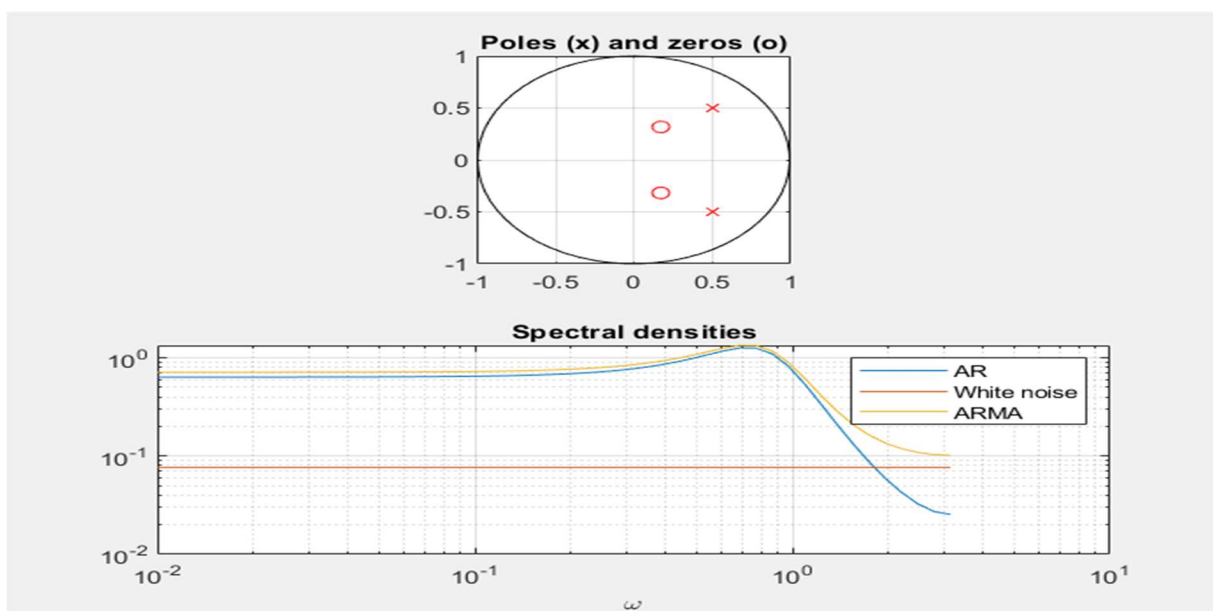


Fig. 29 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5, 5) – SNR = 5

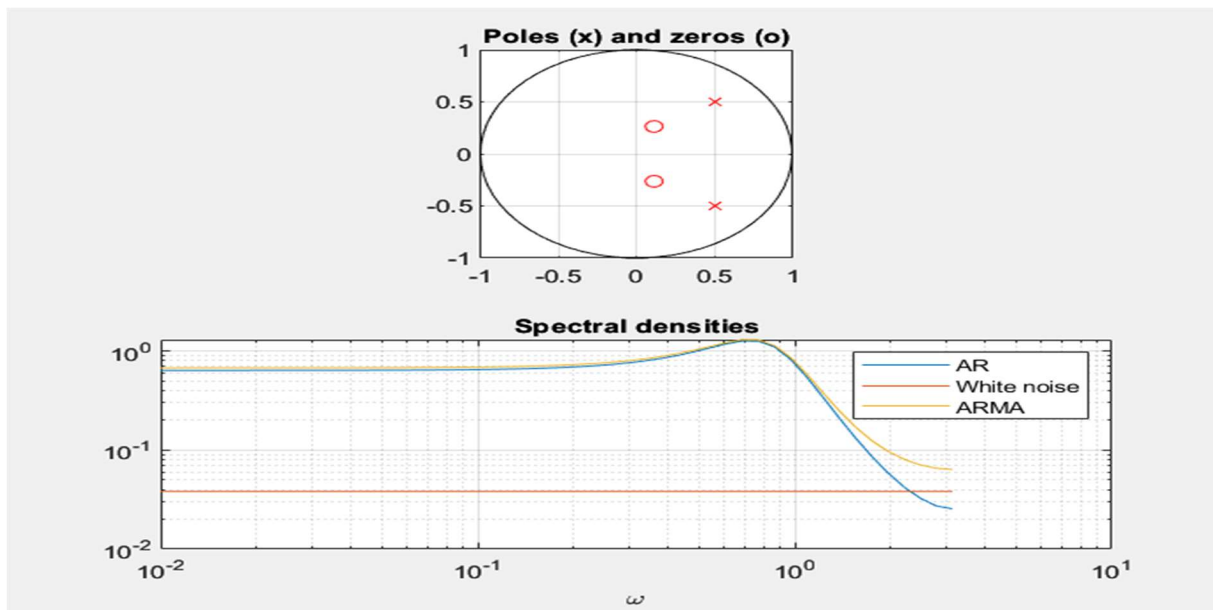


Fig. 30 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5, 10) – SNR = 10

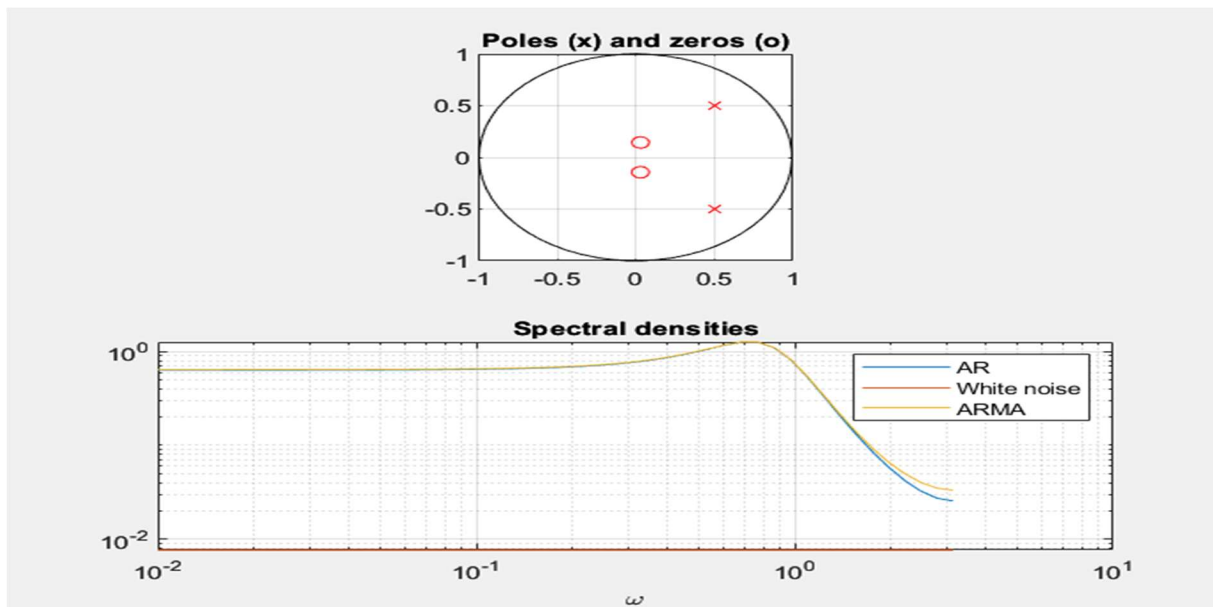


Fig. 31 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5, 50) – SNR = 50

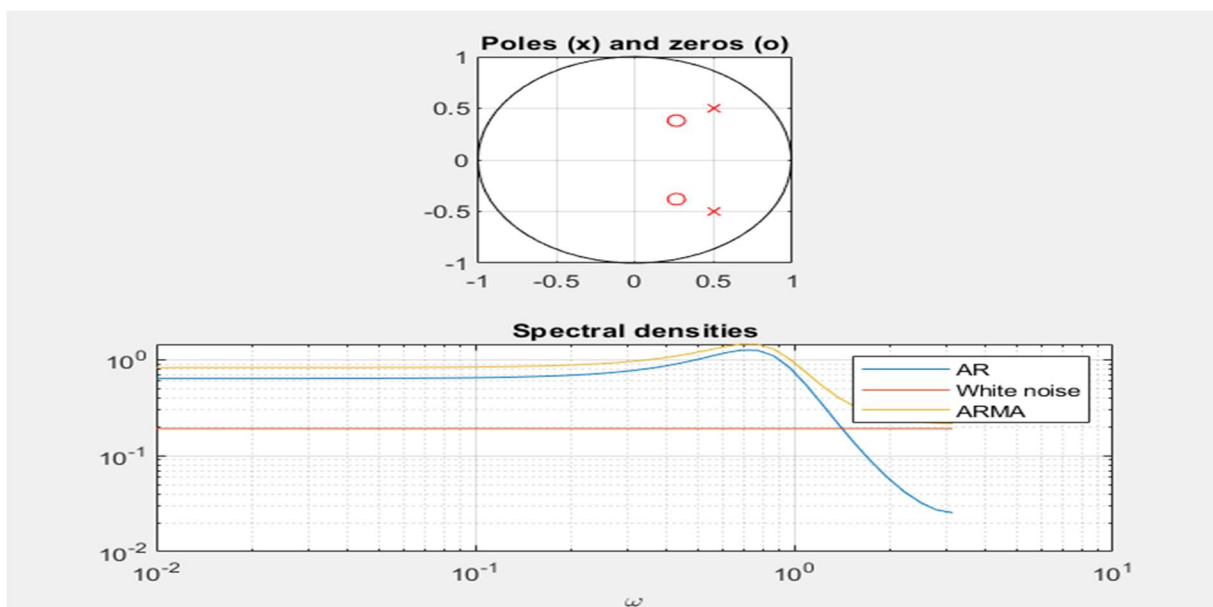


Fig. 32 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5, 2) – SNR = 2

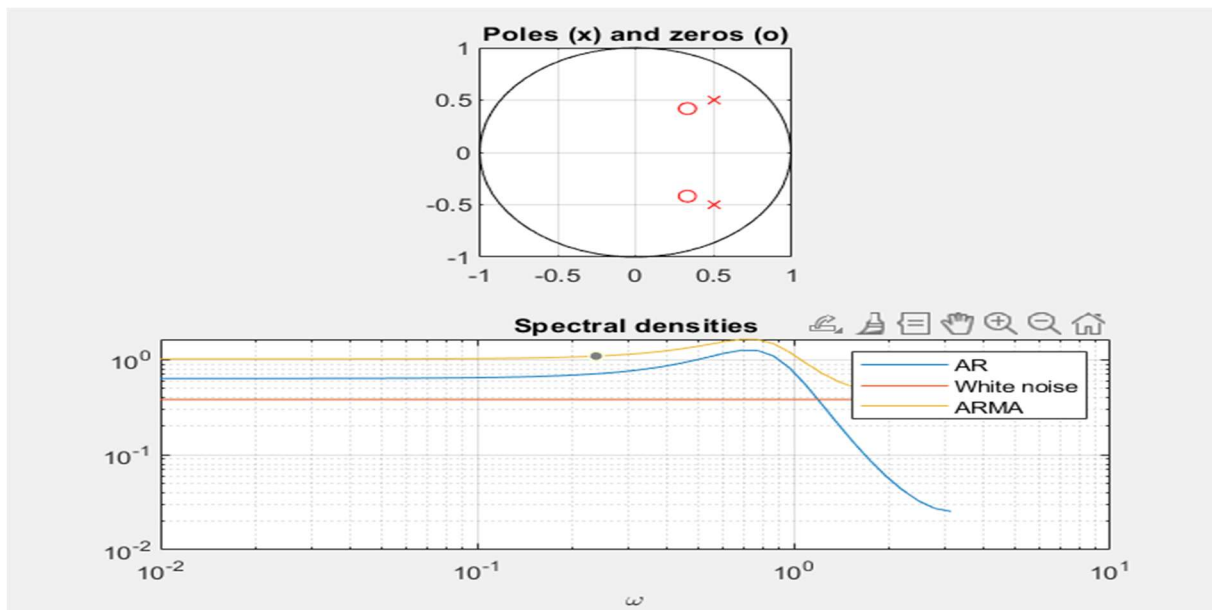


Fig. 33 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5, 1) – SNR = 1

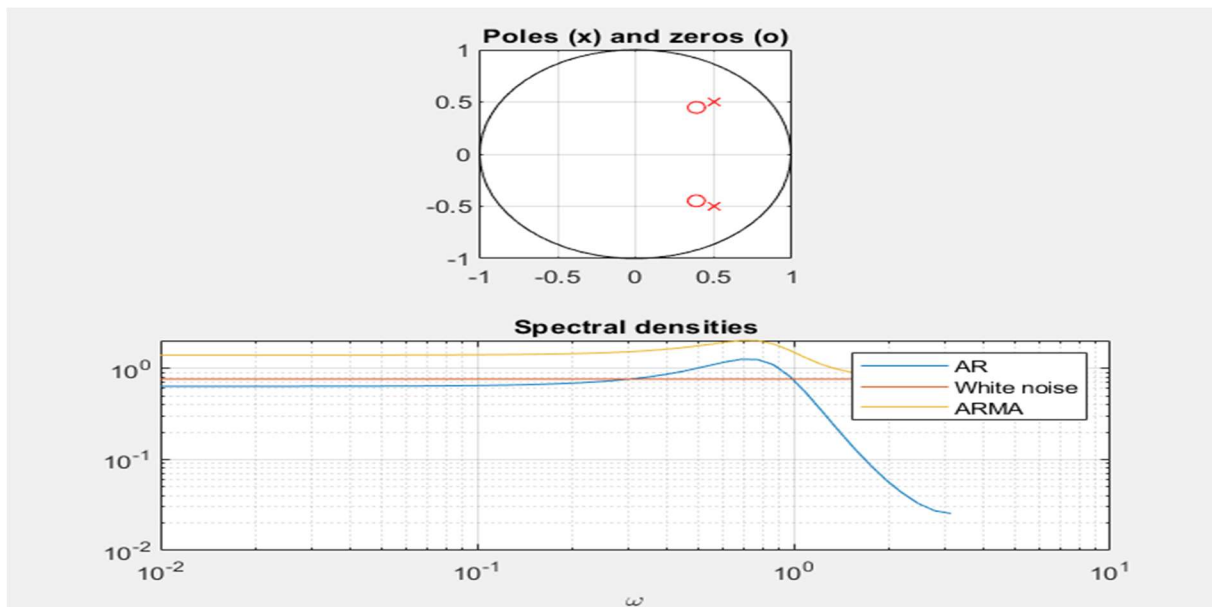


Fig. 34 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5, 0.5) – SNR = 0.5

### Concluzii:

Indiferent de valorile date pentru SNR se observa ca polii raman in aceeasi pozitie.

Cu cat **SNR creste**, cu atat zerourile se apropie de centrul cerului unitate si White noise scade.

Cu cat **SNR scade**, cu atat zerourile se apropie de cercul unitate si White noise creste.



B. Să se studieze cazurile în care SNR tinde la infinit (semnalul domină zgomotul) și SNR tinde la zero (zgomotul domină semnalul). Să se comenteze modificările înregistrate de densitățile spectrale.

Cazul în care SNR tinde spre infinit ( $10^2$ ,  $10^5$ ,  $10^{10}$ )

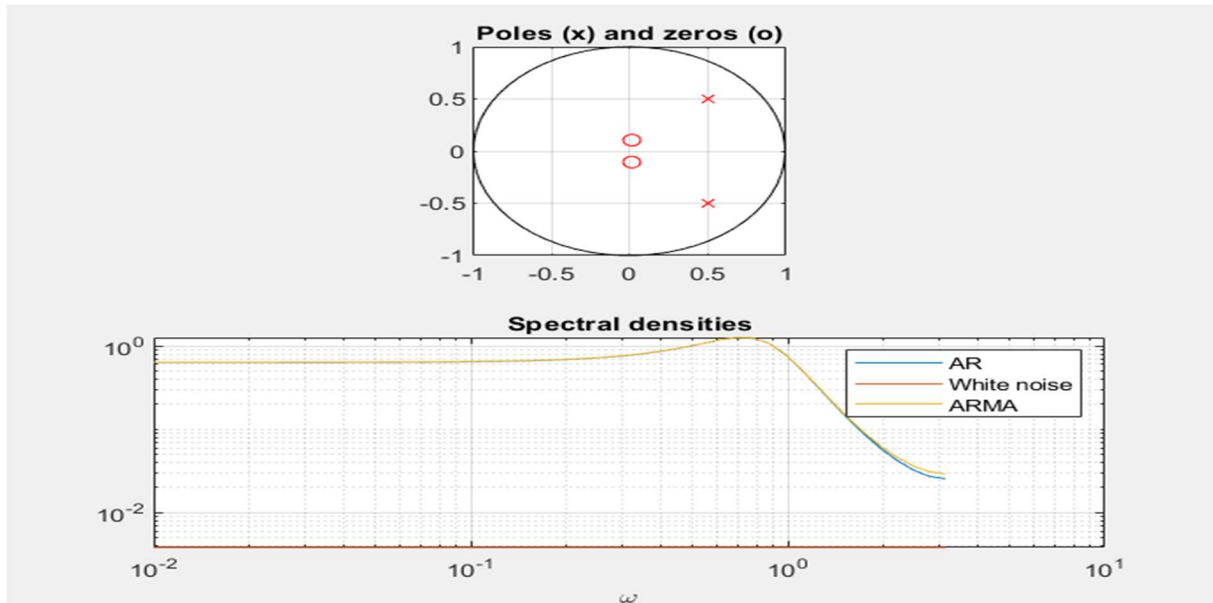


Fig. 35 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5,  $10^2$ ) – SNR =  $10^2$

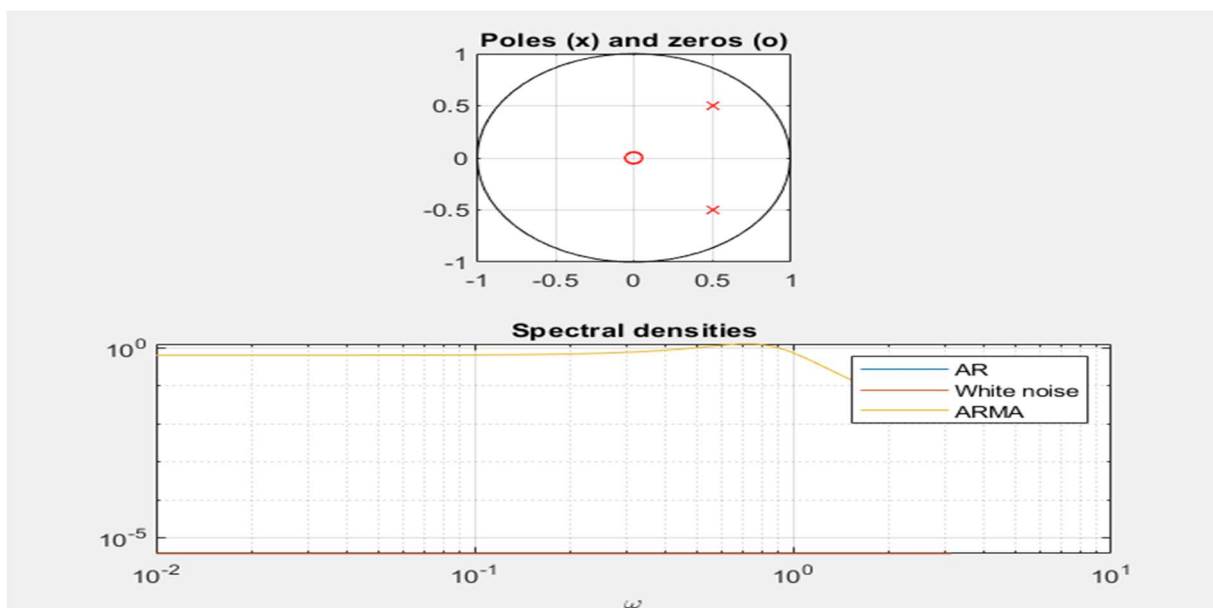


Fig. 36 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5,  $10^5$ ) – SNR =  $10^5$

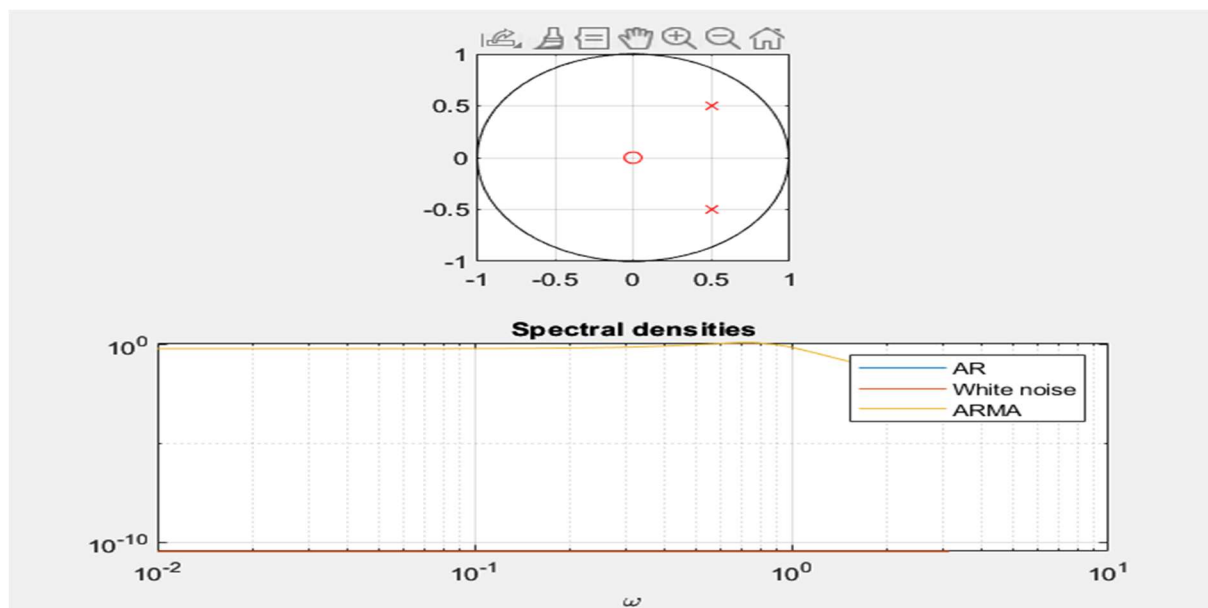


Fig. 37 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5,  $10^5$ ) –  $\text{SNR} = 10^{10}$

Cazul in care SNR tinde spre zero ( $10^{-1}$ ,  $10^{-5}$ ,  $10^{-9}$ )

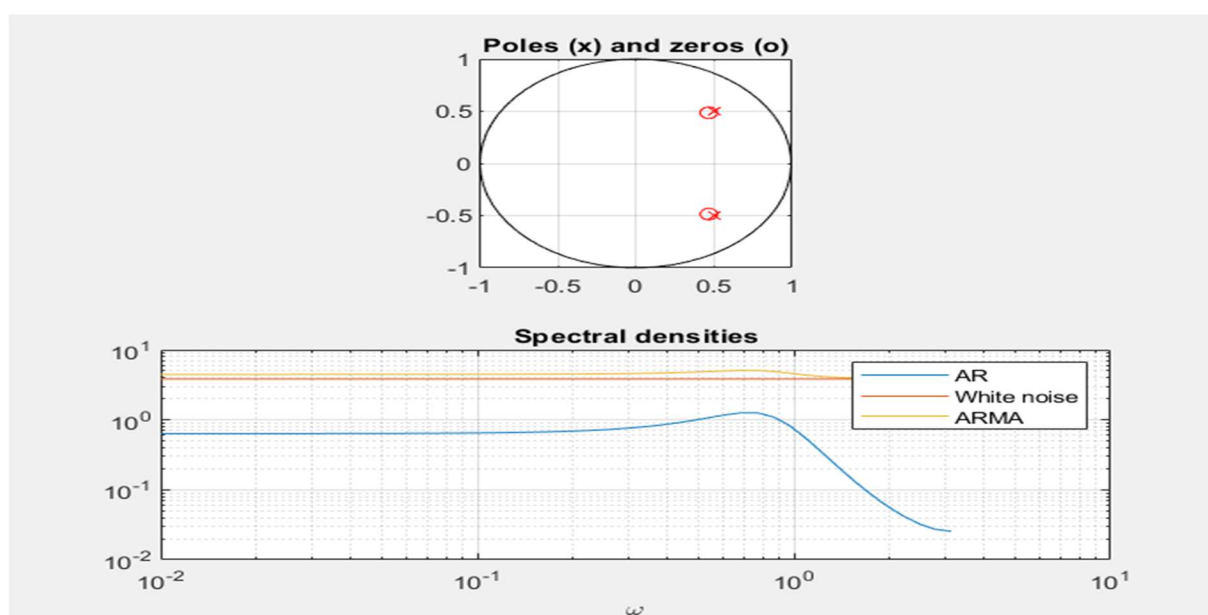


Fig. 38 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5,  $10^{-1}$ ) –  $\text{SNR} = 10^{-1}$

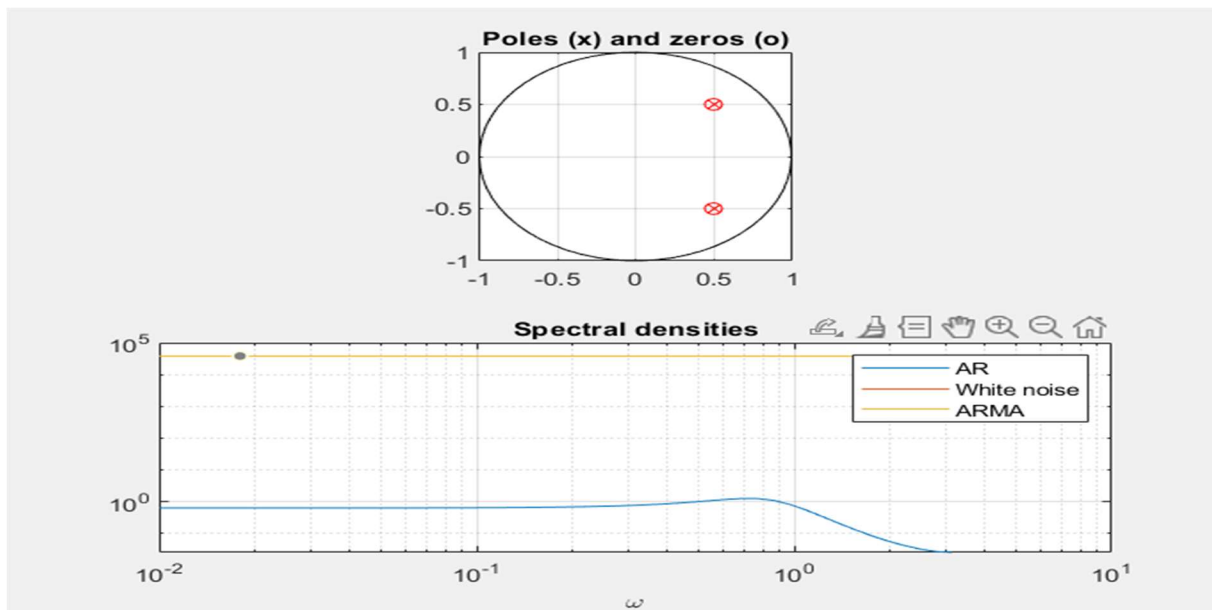


Fig. 39– ISLAB\_2B(0.5, 0.5,  $10^{-5}$ ) – SNR =  $10^{-5}$

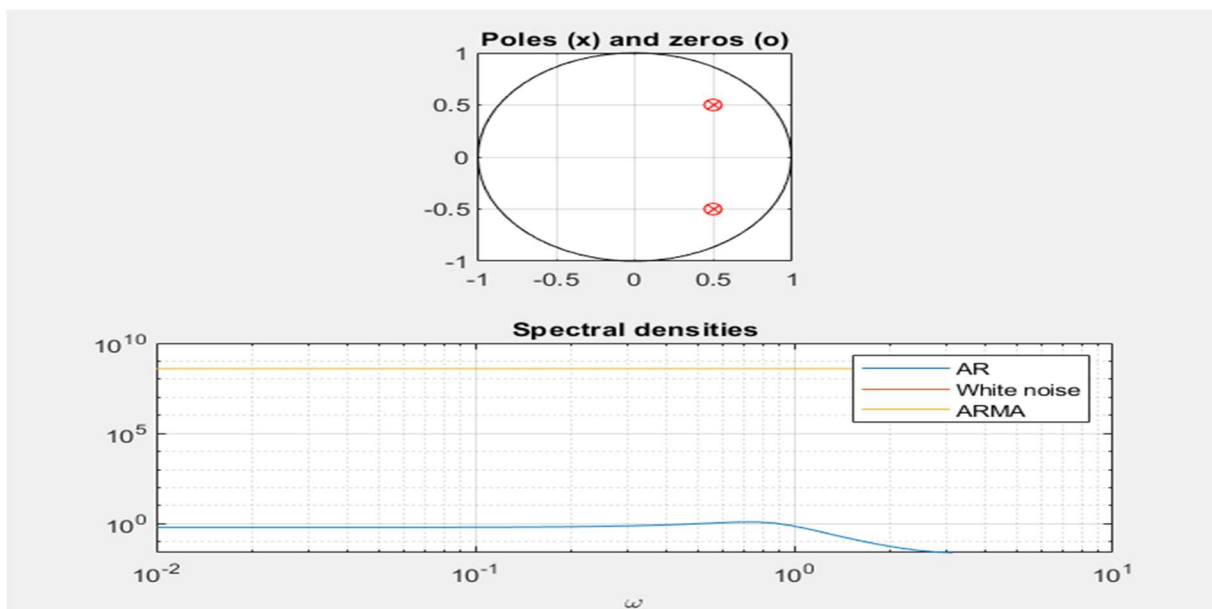


Fig. 40 – ISLAB\_2B(0.5, 0.5,  $10^{-9}$ ) – SNR =  $10^{-9}$  (Voiam  $10^{-10}$ , dar nu suporta rutina)

### Concluzii:

Evident, SNR nu afecteaza nici acum pozitia polilor.

Cu cat SNR este mai aproape de infinit, cu atat zerourile se apropie de originea cercului unitate.

Cu cat SNR este mai aproape de 0, cu atat zerourile se apropie de poli.