**Вопрос 1.**

42)(**А. Кабанов**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок **может добавить в кучу два камня**, **добавить в кучу три камня** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. Например, имея кучу из 15 камней, за один ход можно получить кучу из 17, 18 или 30 камней. У каждого игрока, чтобы делать ходы, есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится **не менее 30**. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший кучу, в которой будет 30 или больше камней.

В начальный момент в куче было S камней, 1 ≤ S ≤ 29.

**Задание 19.**

Найдите минимальное значение S, при котором Ваня выигрывает своим первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20.**

Сколько существует значений S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 21**

Найдите два наибольших значения S, при которых одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

Ответ: 13489

**Вопрос 2.**

60)Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить** в любую кучу **один камень**;

б) **увеличить** количество камней в любой куче **в четыре раза**.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 125, побеждает игрок, сделавший последний ход. **В начальный момент в первой куче было 7 камней**, а во второй – S камней, 1 ≤ S ≤ 117.

**Задание 19.**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Задание 20.**

Найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21**

Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 8122928

**Вопрос 3.**

70)Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить** в любую кучу **один камень**;

б) **добавить** в любую кучу **столько камней, сколько их в данный момент в другой куче**.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 62, побеждает игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 8 камней, а во второй – S камней, 1 ≤ S ≤ 53.

**Задание 19.**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Задание 20.**

Найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21**

Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 16152625

**Вопрос 4.**

69)Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить** в любую кучу **один камень**;

б) **добавить** в любую кучу **столько камней, сколько их в данный момент в другой куче**.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится **не менее 64**, побеждает игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 6 камней, а во второй – S камней, 1 ≤ S ≤ 57.

**Задание 19.**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Задание 20.**

Найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21**

Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 18172827

**Вопрос 5.**

63)(**А. Кабанов**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в любую кучу один камень** или **увеличить количество камней в первой куче в два раза** или **увеличить количество камней во второй куче в три раза**. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 30, побеждает игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было K≥1 камней, а во второй – S≥1 камней, K+S ≤ 29. Ответьте на следующие вопросы:

**Задание 19**. Сколько существует пар (K; S), таких что Ваня выигрывает первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20**. При S=7, найдите минимальное и максимальное значение K, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21**. При K=1 найдите такое значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 7478

**Вопрос 6.**

65)7(**А. Кабанов**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **убрать из кучи один камень** или **уменьшить количество камней в любой куче в два раза (если количество камней нечётно, то остаётся на один камень меньше, чем убирается)**. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не более 18, побеждает игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было K≥1 камней, а во второй – S≥1 камней, S+K ≥ 19.

Ответьте на следующие вопросы:

**Задание 19**. Известно, что из начальной позиции (M; M) Ваня выигрывает первым ходом при любой игре Пети. При каком значении M это возможно?

**Задание 20**. При K=13, найдите минимальное и максимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21**. При каком минимальном значении N для начальной пары (N;N) одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 13142714

**Вопрос 7.**

82)Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить** в кучу **один камень**;

б) **увеличить** количество камней в куче **в два раза**.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 50. Если при этом в куче оказалось не более 70 камней, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. Например, если **в куче было 40 камней** и Петя удвоит количество камней в куче, то игра закончится, и победителем будет Ваня. В начальный момент в куче было S камней, 1 ≤ S ≤ 49.

**Задание 19.**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Задание 20.**

Определите, два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 21**

Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 13244746

**Вопрос 8.**

86)(**Е. Джобс**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. У игроков есть табличка, на которой записана пара неотрицательных целых чисел. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может заменить любое число на сумму обоих чисел. Так, например, если перед ходом игрока была позиция (3, 5), то после его хода будет позиция (8, 5) или (3, 8). Игра завершается в тот момент, когда сумма чисел пары становится **не менее 45**, побеждает игрок, сделавший последний ход.

**Задание 19.**

Известно, что игра началась в позиции (7, S), при этом Ваня одержал победу после неудачного хода Пети. Укажите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Задание 20.**

Найдите значения S, при которых Петя при правильной игре гарантированно выигрывает своим вторым ходом из позиции (6, S). В качестве ответа укажите сначала минимальное, затем максимальное значение.

**Задание 21**

Известно, что при игре из позиции (S, S) Ваня гарантированно выигрывает своим вторым ходом при любой игре Пети. Найдите минимальное значение S, при котором это возможно.

Ответ: 117134

**Вопрос 9.**

89)(**И. Осипов**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат три кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в одну из куч (по своему выбору) **три камня** или **увеличить количество камней в куче в два раза**. Например, пусть в первой куче 10 камней, во второй 7, а в третьей 4 камня; такую позицию в игре будем обозначать (10, 7, 4). Тогда за один ход можно получить любую из шести позиций: (13, 7, 4), (20, 7, 4), (10, 10, 4), (10, 14, 4), (10, 7, 7), (10, 7, 8). Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не менее 71. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший такую позицию, что в кучах всего будет 71 или больше камней. В начальный момент в первой куче было **семь камней, во второй куче пять камней,** в третьей куче – S камней; 1 ≤ S ≤ 58.

**Задание 19.**

При некотором значении S Ваня одержал победу свои первым ходом после неудачного хода Пети. Укажите минимальное значение S, при котором это возможно.  
**Задание 20.**

Найдите минимальное и максимальное значение S, при которых Петя выигрывает вторым ходом при любом ходе Вани.  
**Задание 21**

Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 15142724

**Вопрос 10. (РЕШУ ЕГЭ)**

(Решу ЕГЭ([38597](https://inf-ege.sdamgia.ru/problem?id=38597)). ЕГЭ-2022). Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в кучу **один** камень или увеличить количество камней в куче в **два раза**. Для того чтобы делать ходы, у каждого игрока есть неограниченное количество камней.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится не менее 29. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, т. е. первым получивший кучу, в которой будет 29 или больше камней.

В начальный момент в куче было *S* камней**, 1 ≤ *S* ≤ 28.** (Задача очень легкая)

**Задание 19.**

Укажите такое значение S, при котором Петя не может выиграть за один ход, но при любом ходе Пети Ваня может выиграть своим первым ходом.

**Задание 20.**

Найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

— Петя не может выиграть за один ход;

— Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.  
 **Задание 21**

Для игры, описанной в задании 19, найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Если найдено несколько значений S, в ответе запишите минимальное из них.

Ответ: 1471312

**Вопрос 11.**

73)Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить** в любую кучу **один камень**;

б) **добавить** в любую кучу **столько камней, сколько их в данный момент в другой куче**.

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 73, побеждает игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 9 камней, а во второй – S камней, 1 ≤ S ≤ 63.

**Задание 19.**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Задание 20.**

Найдите два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21**

Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 19183130

**Вопрос 12. (РЕШУ ЕГЭ)**

Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежат две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **убрать из одной из куч один камень** или **уменьшить количество камней в куче в два раза** *(если количество камней в куче нечётно, остаётся на 1 камень меньше, чем убирается)*. Например, пусть в одной куче 6, а в другой 9 камней; такую позицию мы будем обозначать (6, 9). За один ход из позиции (6, 9) можно получить любую из четырёх позиций: (5, 9), (3, 9), (6, 8), (6, 4).

Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в кучах становится не более 20. Победителем считается игрок, сделавший последний ход, то есть первым получивший позицию, в которой в кучах будет 20 или меньше камней.

В начальный момент в первой куче **было 10 камней**, во второй куче — *S* камней, *S* > 10.

**Задание 19(**[27771](https://inf-ege.sdamgia.ru/problem?id=27771)**).**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после неудачного первого хода Пети. Укажите максимальное значение S, когда такая ситуация возможна.

**Задание 20**([27772](https://inf-ege.sdamgia.ru/problem?id=27772))

Найдите пять таких значений S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

— Петя не может выиграть за один ход;

— Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания без разделительных знаков.

**Задание 21(**[27773](https://inf-ege.sdamgia.ru/problem?id=27773)**)**

Найдите максимальное значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

— у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

— у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 43232432444525

**Вопрос 13.**

64)(**А. Кабанов**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может **добавить в любую кучу два камня** или **увеличить количество камней в любой куче в три раза**. Игра завершается в тот момент, когда суммарное количество камней в двух кучах становится не менее 45, побеждает игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было K≥1 камней, а во второй – S≥1 камней, K+S ≤ 43.

Ответьте на следующие вопросы:

**Задание 19.** Сколько существует пар (K; S), таких что Ваня выигрывает первым ходом при любой игре Пети?

**Задание 20.**При K=4, найдите минимальное и максимальное значение S, при котором у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

Найденные значения запишите в ответе в порядке возрастания.

**Задание 21.** При K=13 найдите такое значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 167111

**Вопрос 14.**

83)Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит куча камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может

а) **добавить** в кучу **один камень**;

б) **увеличить** количество камней в куче **в три раза**.

Игра завершается в тот момент, когда количество камней в куче становится *не менее 56*. Если при этом в куче **оказалось не более 80 камней**, то победителем считается игрок, сделавший последний ход. В противном случае победителем становится его противник. Например, если в куче было 45 камней и Петя удвоит количество камней в куче, то игра закончится, и победителем будет Ваня. В начальный момент в куче было S камней, 1 ≤ S ≤ 55.

**Задание 19.**

Известно, что Ваня выиграл своим первым ходом после первого хода Пети. Назовите минимальное значение S, при котором это возможно.

**Задание 20.**

Определите, два таких значения S, при которых у Пети есть выигрышная стратегия, причём одновременно выполняются два условия:

− Петя не может выиграть за один ход;

− Петя может выиграть своим вторым ходом независимо от того, как будет ходить Ваня.

**Задание 21**

Найдите значение S, при котором одновременно выполняются два условия:

– у Вани есть выигрышная стратегия, позволяющая ему выиграть первым или вторым ходом при любой игре Пети;

– у Вани нет стратегии, которая позволит ему гарантированно выиграть первым ходом.

Ответ: 7185352

**Вопрос 15.**

88)(**А. Богданов**) Два игрока, Петя и Ваня, играют в следующую игру. Перед игроками лежит две кучи камней. Игроки ходят по очереди, первый ход делает Петя. За один ход игрок может добавить в **одну из куч 1 или 2 камня**. Игра завершается в тот момент, когда в сумме в кучах будет 13 камней. Победителем считается игрок, сделавший последний ход. В начальный момент в первой куче было 3 камня, во второй – S камней, 1 ≤ S ≤ 9.

**Задание 19.**

Петя мог выиграть первым ходом, но сделал неудачный ход, и Ваня выиграл. При каком минимальном значении S это возможно?

**Задание 20.**

Найдите минимальное и максимальное значения S, при которых Петя выигрывает вторым ходом при любом ходе Вани.

**Задание 21**

Найдите значение S, при котором Ваня выигрывает вторым ходом при любых ходах Пети.

Ответ: 8564