Решение начально-краевой задачи для параболического уравнения

Написать программу для решения начально-краевой задачи для параболического уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x,t), \quad x \in (0;1), \quad t \in [0;1]$$

с краевыми условиями $u(0,t) = \psi_0(t), \quad u(1,t) = \psi_1(t)$

и начальным условием $u(x,0) = \varphi(x)$.

1. Для решения задачи использовать:

– явную разностную схему;

– разностную схему с весами.

2. Для решения трехточечных разностных уравнений использовать метод прогонки.
3. Шаги сетки по x и t для каждого метода определить в ходе вычислительных экспериментов с использованием теоретических оценок и практических способов оценки погрешности.
4. Для контроля точности решение каждым методом проводить на двух сетках.
5. Сравнить полученные численные решения; использовать нормы векторов $\|\cdot\|_1$, $\|\cdot\|_2$ и $\|\cdot\|_\infty$, результаты для удобства анализа оформить в виде одной таблицы.
6. Визуализировать полученные численные решения; формы визуального представления результатов разработать самостоятельно.

1. $f(x,t) = t\sin\pi x, \quad \psi_0(t) = t, \quad \psi_1(t) = t, \quad \varphi(x) = -\sin\pi x;$

2. $f(x,t) = t^2\sin\pi x, \quad \psi_0(t) = t^2, \quad \psi_1(t) = t^2, \quad \varphi(x) = -\sin\pi x;$

3. $f(x,t) = (1-t^2)\sin\pi x, \quad \psi_0(t) = 1-t^2, \quad \psi_1(t) = t^2-1, \quad \varphi(x) = \cos\pi x;$

4. $f(x,t) = (1-t)\sin\pi x, \quad \psi_0(t) = t^2-1, \quad \psi_1(t) = 1-t^2, \quad \varphi(x) = -\cos\pi x;$

5. $f(x,t) = t^3\sin\pi x, \quad \psi_0(t) = t^2, \quad \psi_1(t) = \ln 2 - t, \quad \varphi(x) = \ln(x+1);$

6. $f(x,t) = t\cos\pi x, \quad \psi_0(t) = t^2, \quad \psi_1(t) = 1-t, \quad \varphi(x) = x;$

7. $f(x,t) = t^2\cos\pi x, \quad \psi_0(t) = t, \quad \psi_1(t) = 1-t^2, \quad \varphi(x) = x^2;$

8. $f(x,t) = t^3\cos\pi x, \quad \psi_0(t) = t^2, \quad \psi_1(t) = 1-t, \quad \varphi(x) = x^3;$

9. $f(x,t) = t\cos\pi x, \quad \psi_0(t) = 1-t, \quad \psi_1(t) = t^2, \quad \varphi(x) = 1-x^3;$

10. $f(x,t) = t\sqrt{x}, \quad \psi_0(t) = 1-t, \quad \psi_1(t) = t^3, \quad \varphi(x) = 1-x^2;$

11. $f(x,t) = t^2\sqrt{x}, \quad \psi_0(t) = 1-t^3, \quad \psi_1(t) = t, \quad \varphi(x) = 1-x;$

12. $f(x,t) = t^3\sqrt{x}, \quad \psi_0(t) = 1-t^3, \quad \psi_1(t) = 1-t, \quad \varphi(x) = 1-\sin\pi x;$

13. $f(x,t) = (1-t^3)x^2, \quad \psi_0(t) = 1-t, \quad \psi_1(t) = 1-t^3, \quad \varphi(x) = 1-\sin\pi x;$

14. $f(x,t) = (1-t^2)x^3, \quad \psi_0(t) = 1-t^2, \quad \psi_1(t) = -t^2, \quad \varphi(x) = \cos\pi x + x;$

15. $f(x,t) = (1-t^2)x, \quad \psi_0(t) = 1-t, \quad \psi_1(t) = -t^2, \quad \varphi(x) = \cos\pi x + x;$

16. $f(x,t) = \ln(1+t)x, \quad \psi_0(t) = 1-\sqrt{t}, \quad \psi_1(t) = 1-t, \quad \varphi(x) = 4(x-0,5)^2;$

17. $f(x,t) = \ln(1+t^2)x, \quad \psi_0(t) = 1+\sqrt{t}, \quad \psi_1(t) = 1-\sqrt{t}, \quad \varphi(x) = 4(x-0,5)^2;$

18. $f(x,t) = \ln(1+t^2)x^2, \quad \psi_0(t) = \sin\pi t, \quad \psi_1(t) = 1-\cos\pi t, \quad \varphi(x) = 4(x-0,5)^2-1;$

19. $f(x,t) = \ln(1+t)x^3, \quad \psi_0(t) = 1-\cos\pi t, \quad \psi_1(t) = 2\sin\pi t, \quad \varphi(x) = 4(x-0,5)^2-1;$

20. $f(x,t) = \ln(1+t^2)x^2, \quad \psi_0(t) = 0,5-\cos\pi t, \quad \psi_1(t) = \sin\pi t - 0,5, \quad \varphi(x) = (x-0,5)^2-1;$