





$$\delta) (\neg x_1 \vee \neg x_2) \leftrightarrow \neg(x_1 \wedge x_2)$$

$x_1$	$x_2$	$\neg x_1$	$\neg x_2$	$\neg x_1 \vee \neg x_2$	$x_1 \wedge x_2$	$\neg(x_1 \wedge x_2)$	① ↔ ②
0	0	1	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	1	1
1	1	0	0	0	1	0	1

$$\textcircled{14} \text{ a) } ((x_1 \rightarrow x_2) \wedge (x_3 \rightarrow x_4)) \rightarrow ((x_1 \wedge x_3) \rightarrow (x_2 \wedge x_4))$$

	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_1 \wedge x_3$	$x_2 \wedge x_4$	① ↔ ②
- ①	1	1	1	0	1	0	0
- ②	1	0	1	1	1	0	0
- ③	1	0	1	0	1	0	0

Отже буде тавтологією

$$\delta) (((x_1 \wedge x_2) \rightarrow x_3) \wedge ((x_1 \vee x_2) \rightarrow (\neg x_3))) \rightarrow (x_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$$

$x_1$	$x_2$	$x_3$	$(x_1 \wedge x_2) \rightarrow x_3$	$(x_1 \vee x_2) \rightarrow (\neg x_3)$	$(x_1 \wedge x_2 \wedge x_3)$
0	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	0	1

Потрібно щоб хоча б один з  $x_1, x_2, x_3$  був 0.

Розглянемо випадки коли  $x_1, x_2, x_3$  всі будуть 0.

Отже не буде тавтологією.

$$\textcircled{5} F_n(x) = (\dots ((x \leftrightarrow x) \leftrightarrow x) \leftrightarrow \dots) \leftrightarrow x$$

$$n=1 \quad F_1 = x \leftrightarrow x$$

тавт.

$$n=2 \quad F_2 = (x \leftrightarrow x) \leftrightarrow x$$

не тавтологія якщо  $x=0$

$$n=3 \quad F_3 = ((x \leftrightarrow x) \leftrightarrow x) \leftrightarrow x$$

тавт.

$$\begin{cases} n=2k+1 & F_n(0)=1 & F_n(1)=1 \\ n=2k & F_n(0)=0 & F_n(1)=1 \end{cases}$$



$$(7) \quad \neg A \rightarrow^{(2)} B \quad \neg C \rightarrow^{(3)} \neg B$$

$$A \vee C \quad (1)$$

Розглянемо всі можливі випадки які може приймати  $A \vee C$ .

- ① Якщо  $A$  істинна,  $C$  хибна, то доведено
- ② Якщо  $C$  істинна,  $A$  хибна то доведено
- ③ Якщо  $A \vee C$  істинні, то доведено

Розглянемо випадок коли  $A \vee C$  односторонньо хибні.

Нехай  $A$  хибне, тоді  $C$  має бути хибним.

Якщо  $A$  хибне, то  $B$  повинно бути істинним з (2).

За нашими припущеннями  $C$  хибне, тоді  $\neg C$  істинне.

Тоді з (3)  $\neg B$  повинно бути істинним, отже  $B$  має бути хибним. Проте ми вже показали що  $B$  істинне, отже суперечність!

(1) доведено.