ПИТАННЯ НА КОЛОКВІУМ З БАГАТОВИМІРНОГО АНАЛІЗУ
(1 семестр 2 курсу)
Лектор – доц. Чайковський А.В.

Вміти формулювати наведені твердження.
Вміти наводити приклади до наведених понять та теорем та розуміти зв'язки між ними.

1. Означення метрики та метричного простору. 1

2. Означення границі послідовності елементів метричного простору. 1.6

3. Теореми про збіжність в просторах $(\mathbb{R}^m, \rho)$ та $(C([a, b]), \rho)$. 1.7

4. Означення відкритої кулі, замкненої кулі та сфери. 1.8

5. Означення внутрішньої точки. Означення відкритої множини. 1.9

6. Означення граничної точки. Означення замкненої множини. 1.11

7. Означення границі функції багатьох змінних в точці за Коші (кратної границі).

8. Означення повторних границь. 3.7 3.8
Теорема про зв'язок між подвійною та повторними границями.

9. Означення неперервної функції багатьох змінних. 3.10 3.12
Теорема про характеризацію неперервності.

10. Означення компактної множини. Властивості компактних множин. Критерій компактності в $(\mathbb{R}^m, \rho)$. Узагальнена теорема Вейєрштрасса. 3.13 - 3.16

11. Означення частинних похідних. Означення похідної (вектора-градієнта). 4.1 4.2

12. Означення диференційовної функції та диференціала. 4.4

13. Означення похідної за напрямком. 4.5

14. Теорема про вигляд диференціала та похідної за напрямком. 4

15. Теорема про зв'язок диференційовності та неперервності. 4.6

16. Теорема про достатню умову диференційовності. 4.7

17. Означення похідних старших порядків. Теорема про змішані похідні. 5

18. Теорема про формулу Тейлора. 5.4

19. Означення локальних екстремумів для функцій багатьох змінних. Теорема про необхідну умову локального екстремума. 5.6 5.7

20. Теорема про достатні умови локального екстремума. Наслідок. 5.9

21. Означення матриці Якобі та якобіана. 6.7

22. Означення локальних умовних екстремумів. Теорема про необхідну умову локального умовного екстремума. 7.5 7.6

23. Теорема про достатню умову локального умовного екстремума. 7

24. Теореми про неперервність, диференційовність, інтегровність для власних інтегралів з параметром. 8.2 - 8.4

25. Означення рівномірної збіжності невласного інтеграла. 8.5

26. Ознаки Вейєрштрасса, Діріхле та Абеля рівномірної збіжності невласних інтегралів. 8

27. Теореми про неперервність, диференційовність, інтегровність для невласних інтегралів з параметром. 8

28. Означення гамма-функції та її основні властивості. 9

29. Означення та основні властивості бета-функції. 9.8

30. Теореми про інтеграли Діріхле, Ейлера-Пуассона та Фруллані. 8

Приклади запитань на розуміння:

1. Навести приклад неперервної функції 2-х змінних, що не є диференційовною в деякій точці.

2. Чи можна довести рівномірну збіжність інтеграла $\int\limits_{0}^{+\infty} \frac{1+\alpha}{x} dx$ на множині $\alpha \in [1, 2]$ за ознакою Вейєрштрасса?

3. Навести приклад функції двох змінних, що має один локальний максимум і жодного локального мінімума.

4. Навести приклад незамкненої та необмеженої множини в $(\mathbb{R}^3, \rho)$.