

# ПИТАННЯ НА ЕКЗАМЕН З БАГАТОВИМІРНОГО АНАЛІЗУ

(1 семестр 2 курсу)

Лектор – доц. Чайковський А.В.

**Вміти формулювати наведені твердження.**

**Вміти наводити приклади до наведених понять та теорем.**

1. Означення метрики та метричного простору.
2. Означення границі послідовності елементів метричного простору.
3. Теореми про збіжність в просторах  $(\mathbb{R}^m, \rho)$  та  $(C([a, b]), \rho)$ .
4. Означення відкритої кулі, замкненої кулі та сфери.
5. Означення внутрішньої точки. Означення відкритої множини.
6. Означення граничної точки. Означення замкненої множини.
7. Означення границі функції багатьох змінних в точці за Коші (кратної границі).
8. Означення повторних границь.  
Теорема про зв'язок між подвійною та повторними границями.
9. Означення неперервної функції багатьох змінних.  
Теорема про характеристику неперервності.
10. Означення компактної множини. Властивості компактних множин. Критерій компактності в  $(\mathbb{R}^m, \rho)$ . Узагальнена теорема Вейєрштрасса.
11. Означення частинних похідних. Означення похідної (вектора-градієнта).
12. Означення диференційовної функції та диференціала.
13. Означення похідної за напрямком.
14. Теорема про вигляд диференціала та похідної за напрямком.
15. Теорема про зв'язок диференційовності та неперервності.
16. Теорема про достатню умову диференційовності.
17. Означення похідних старших порядків. Теорема про змішані похідні.
18. Теорема про формулу Тейлора.
19. Означення локальних екстремумів для функцій багатьох змінних.  
Теорема про необхідну умову локального екстремума.
20. Теорема про достатні умови локального екстремума. Наслідок.

21. Означення матриці Якобі та якобіана.
  22. Означення локальних умовних екстремумів. Теорема про необхідну умову локального умовного екстремума.
  23. Теорема про достатню умову локального умовного екстремума.
  24. Теореми про неперервність, диференційовність, інтегровність для власних інтегралів з параметром.
  25. Означення рівномірної збіжності невластного інтеграла.
  26. Ознаки Вейерштрасса, Діріхле та Абеля рівномірної збіжності невластних інтегралів.
  27. Теореми про неперервність, диференційовність, інтегровність для невластних інтегралів з параметром.
  28. Означення гамма-функції та її основні властивості.
  29. Означення та основні властивості бета-функції.
  30. Теореми про інтеграли Діріхле, Ейлера-Пуассона та Фруллані.
  31. Означення перетворення Фур'є. Теорема про обернення перетворення Фур'є. Властивості перетворення Фур'є. <sup>8</sup>
  32. Означення розбиття простору, множин  $A_{(n),A(n)}$ . Означення зовнішньої та внутрішньої міри, міри Жордана та вимірної множини. <sup>9</sup>
  33. Властивості міри Жордана. <sup>9</sup>
  34. Означення інтегральних сум. Означення кратного інтеграла. Властивості кратного інтеграла. <sup>10</sup>
  35. Теорема про інтегровність неперервної функції. <sup>~10</sup>
  36. Означення циліндричної множини. Теорема про формулу для кратного інтеграла по циліндричній множині. <sup>10</sup>
  37. Маса плоскої фігури. Площа фігури. Маса тіла. Об'єм тіла. Центр мас фігури та тіла. <sup>11</sup>
  38. Теорема про заміну змінної в кратному інтегралі. <sup>10 11</sup>
  39. Означення вичерпної послідовності та кратного інтеграла по необмеженій множині та від необмеженої функції. <sup>11</sup>
  40. Теорема про збіжність невластного кратного інтеграла від невід'ємної функції (для інтегралів по необмеженій множині). <sup>11.theorem 4</sup>
  41. Означення диференціальної форми першого порядку та криволінійного інтегралу другого роду. <sup>12</sup>
- Фізична інтерпретація.

45. Означення криволінійного інтеграла першого роду. 12  
Маса та довжина кривої. Центр мас кривої.
42. Означення диференціальної форми другого порядку та поверхневого інтеграла другого роду. 13  
Фізична інтерпретація.
43. Означення поверхневого інтеграла першого роду. Маса та площа поверхні. Центр мас поверхні. 13
44. Теорема про формулу Ньютона-Лейбніца. 12
45. Теорема про формулу Гріна. Наслідок про площу. 12
46. Теорема про формулу Остроградського-Гаусса. Наслідок про об'єм. 13
47. Теорема про формулу Стокса. 13
48. Означення скалярного та векторного поля. Означення градієнта. 14
49. Означення циркуляції та ротора. Їх зв'язок. 14
50. Означення потоку та дивергенції. Їх зв'язок. 14
51. Означення потенціального поля. Означення соленоїдального поля. 14