Алгебра	Модульна контрольна робота №2	Листопад 2021
max = 12 балів	Тривалість: 90 хв.	Варіант $\boxed{\text{F}}$

Група	Прізвище	Ім'я	Дата

Результати	1	2	3	4	5	6	$\sum$

1.$^{2\text{ б.}}$ З'ясуйте, чи є елементи a та b групи G спряженими, якщо
(a) $G = \mathcal{S}_7$, $a = (13)(27)(456)$, $b = (12)(34)(567)$;
(b) $G = GL_2(\mathbb{C})$, $a = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$, $b = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$.
Відповідь обґрунтуйте.

2.$^{2\text{ б.}}$ Опишіть елементи факторгрупи $7\mathbb{Z}/28\mathbb{Z}$ та побудуйте для неї таблицю Келі. Доведіть, що ця факторгрупа є циклічною. Вкажіть всі твірні цієї факторгрупи.

3.$^{3\text{ б.}}$ Нехай $\sigma = (123)(46)$. Циклічна підгрупа $H = \langle \sigma \rangle$ групи $\mathcal{S}_8$ діє природно на множині $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$. Знайдіть орбіту та стабілізатор точки 5 у підгрупі H відносно цієї дії. Знайдіть нерухомі точки для підстановки σ^2.

4.$^{3\text{ б.}}$ Доведіть, що відображення

$$f : \mathbb{C}^* \to \mathbb{C}^*, \quad f(z) = \frac{\overline{z}}{z}$$

є гомоморфізмом. Знайдіть його ядро та образ. Чи є це відображення мономорфізмом? епіморфізмом? Відповідь обґрунтуйте.

5.$^{2\text{ б.}}$ Нехай абелева група A діє на множині M. Доведіть, що коли елемент $a \in A$ лишає нерухомою якусь точку m орбіти, то a лишає нерухомими всі точки цієї орбіти.

6.$^{2\text{ б.}}$ Група називається періодичною, якщо всі її елементи мають скінченний порядок. Доведіть, що факторгрупа $\mathbb{Q}/\mathbb{Z}$ є періодичною.

Наснаги та творчих успіхів!