

10 класс

1. Стороны треугольника равны 10, 17 и 21. Найдите высоту, проведенную к большей стороне.
2. Из доски 2016×2016 вырезали две противоположные по диагонали угловые клетки. Докажите, что оставшуюся фигуру нельзя разрезать на прямоугольники 1×2 или 2×1 .
3. В районной олимпиаде по математике участвовали 100 учеников, по физике — 50, по информатике — 48. Когда учеников спросили, в скольких олимпиадах они участвовали, ответ «в двух» дали вдвое меньше человек, чем ответ «в одной», а ответ «в трех» — втрое меньше, чем ответ «в одной». Сколько всего учеников участвовало в этих олимпиадах.
4. вещественные числа x_1, x_2, \dots, x_{101} таковы, что

$$x_1^3 + x_2 = x_2^3 + x_3 = \dots = x_{100}^3 + x_{101} = x_{101}^3 + x_1$$

Докажите, что все эти числа равны между собой.

5. У Васи есть $45(k^2 + 1)$ цифр (k — целое неотрицательное число): $(k^2 + 1)$ цифр «1», $2(k^2 + 1)$ цифр «2», $3(k^2 + 1)$ цифр «3» и т.д., $9(k^2 + 1)$ цифр «9». Из этих цифр он записывает некоторое $45(k^2 + 1)$ -значное число. При каких k это число может быть полным квадратом?