

11 класс

1. Две стороны треугольника равны 25 и 30, а высота, проведенная к третьей, равна 24. Найдите третью сторону.
2. В классе 30 школьников. Каждый из них посещает хотя бы один факультатив: по математике, физике или информатике. Известно, что факультатив по математике не посещают 11 учеников, по физике — 21, по информатике — 16. Также известно, что двое учеников посещают все три факультатива. Сколько учеников посещают ровно два факультатива?

3. Вещественные числа a, b, c, x, y, z таковы, что выполнены равенства:

$$x = by + cz, \quad y = cz + ax, \quad z = ax + by,$$

причем, хотя бы одно из чисел x, y или z не равно нулю. Докажите, что

$$2abc + ab + bc + ac = 1$$

4. Из листа клетчатой бумаги размером 11×11 клеточек вырезали 15 квадратиков 2×2 (режут по линиям). Доказать, что из оставшейся части листа можно вырезать еще хотя бы один такой же квадратик.
5. Вася записал многочлен $Q(x)$ степени $45(k^2 + 1) - 1$ (k — целое неотрицательное число). Известно, что каждый коэффициент данного многочлена равен одному из 9 чисел: 1, 2, ..., 9, причем количество коэффициентов, равных 1, равно $(k^2 + 1)$, равных 2 — $2(k^2 + 1)$, равных 3 — $3(k^2 + 1)$ и т. д., равных 9 — $9(k^2 + 1)$. При каких k значение $Q(28)$ может быть полным квадратом?