

## 11 класс

1. Пятеро друзей скинулись на покупку. Могло ли оказаться так, что каждые два из них внесли менее одной трети общей стоимости?
2. Докажите, что для любого натурального  $n$  сумма всех делителей числа  $n^2$  нечетна.
3. Около остроугольного треугольника  $ABC$  описана окружность. Касательные к окружности, проведенные в точках  $A$  и  $C$ , пересекают касательную, проведенную в точке  $B$ , соответственно в точках  $M$  и  $N$ . В треугольнике  $ABC$  проведена высота  $BP$ . Докажите, что  $BP$  — биссектриса угла  $MPN$ .
4. В прямоугольной таблице произведение суммы чисел любого столбца на сумму чисел любой строки равно числу, стоящему на их пересечении. Доказать, что сумма всех чисел в таблице равна единице или все числа равны нулю.
5. Квадрат разбит прямыми на 25 квадратиков-клеток. В некоторых клетках нарисована одна из диагоналей так, что никакие две диагонали не имеют общей точки (даже общего конца). Каково наибольшее возможное число нарисованных диагоналей?