

## 11 класс

1. В первый день Маша собрала в  $\frac{17}{7}$  раз больше орехов, чем Вася, а во второй — на 88% меньше, чем Вася. За два дня Маша собрала орехов на 50% больше, чем Вася. Какое наименьшее количество орехов они могли собрать вместе?

2. Решить в целых числах уравнение

$$x^2 + 759 = 2^y$$

3. В треугольнике  $ABC$  точка  $I$  — центр вписанной окружности, точки  $I_A$ ,  $I_C$  — центры невписанных окружностей, касающихся сторон  $BC$  и  $AB$  соответственно. Точка  $O$  — центр описанной окружности треугольника  $II_AC$ . Докажите, что  $OI \perp AC$ .

4. Пусть  $a$ ,  $b$  и  $c$  — длины сторон некоторого треугольника. Докажите неравенство

$$a^3 + b^3 + 3abc > c^3$$

5. В клетках квадратной таблицы  $n \times n$  ( $n > 1$ ) записаны действительные числа. Разрешается вместо любых двух чисел записать в обе клетки их среднее арифметическое. Найдите все натуральные  $n$ , при которых для любой начальной расстановки чисел в таблице такими операциями можно добиться того, чтобы во всех клетках были записаны одинаковые числа.