

10 класс

1. Найдите значение выражения $x - y$, если $x^3 - y^3 = 2022$, $xy(x - y) = 602$.
2. На острове 1000 деревень, в каждой из которых 96 жителей. Каждый житель острова — либо рыцарь, который всегда говорит правду, либо лжец, который всегда лжет. При этом известно, что на острове ровно 53 344 рыцаря. Однажды каждому жителю острова задали вопрос: «Кого в вашей деревне больше: рыцарей или лжецов?» Оказалось, что в каждой деревне на этот вопрос 64 человека ответило, что в деревне больше рыцарей, и 32 — что больше лжецов. Сколько на острове деревень, где рыцарей больше, чем лжецов.
3. Прямая пересекает график функции $y = x^2$ в точках с абсциссами $x_1 \neq 0$ и $x_2 \neq 0$, а ось абсцисс — в точке с абсциссой $x_3 \neq 0$. Докажите, что

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{x_3}$$

4. В выпуклом четырехугольнике $ABCD$ выполняются равенства $\angle CBD = \angle CAB$ и $\angle ACD = \angle ADB$. Докажите, что из отрезков BC , AD и AC можно сложить прямоугольный треугольник.
5. Сумма двух наибольших собственных делителей числа n равна 515. Найдите все такие n . (Собственным делителем числа называется любой натуральный делитель этого числа, отличный от 1 и самого числа.)