

8 класс

1. На конференцию по магии приехали чародеи, колдуны и волшебники. Чародеи всегда врут колдунам, колдуны — волшебникам, а волшебники — чародеям. Во всех остальных случаях участники конференции говорят правду. На банкете часть участников села за круглый стол и в процессе беседы каждый сказал своему соседу справа: «Я — чародей». Сколько колдунов могло сидеть за круглым столом?

2. Найдите значение выражения

$$\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b},$$

если известно, что $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = 2$ и $a+b+c = 1013$.

3. В трамвае есть одноместные и двухместные сидения. Двухместное сидение — это одно сидение, на котором может сидеть один или два пассажира. Утром в трамвае сидело 15 человек, при этом полностью свободных сидений было тоже 15. Вечером в трамвае сидело уже 13 человек, а полностью свободных сидений было 10. Сколько всего сидений в трамвае?
4. Внутри треугольника ABC отметили точку O такую, что выполнено неравенство $AC + BO < BC$. Докажите, что $\angle AOB + \angle OAC > 180^\circ$.
5. Петя и Вася играют в следующую игру. Начинает Петя и ребята по очереди на доску записывают четырёхзначные числа, у которых в десятичной записи нет цифры 0, а сумма цифр делится на 9. При этом каждое следующее число должно начинаться с той же цифры, на которую заканчивается предыдущее, например: 1233, 3726, 6984 и т.д. Повторно записывать число на доску запрещено. Проигрывает тот, кто не может записать очередное число. Кто из игроков выигрывает в данной игре независимо от ходов другого?