

9 класс

1. На высоте $АН$ треугольника ABC взята точка M . Найдите $MB^2 - MC^2$, если $AB = \sqrt{2017}$ и $AC = \sqrt{2016}$.
2. В каждой клетке доски 11×11 сидит жук. В некоторый момент все жуки переползают на соседние (по стороне) клетки. Доказать, что после этого останется по меньшей мере одна пустая клетка.
3. На районную олимпиаду по математике приехали мальчики и девочки (мальчиков было больше). Каждый мальчик взял с собой 4 ручки и ни одного карандаша, а каждая девочка взяла только 2 ручки, но зато 6 карандашей. Оказалось, что общее количество ручек на столько же превосходит количество карандашей, на сколько процент мальчиков больше, чем девочек. Сколько ребят принимало участие в районной олимпиаде?
4. Пять вершин правильного 110-угольника покрасили в красный цвет, а 11 его вершин – в синий цвет так, что красные точки оказались вершинами правильного пятиугольника, а синие – вершинами правильного 11-угольника (при этом каждую вершину красили не более одного раза). Докажите, что у 110-угольника есть сторона, концы которой окрашены в красный и синий цвета.
5. У Васи есть 45 цифр: одна цифра «1», две цифры «2», три цифры «3» и т.д., девять цифр «9». Из этих цифр он записывает некоторое 45-значное число. Может ли это число быть точным квадратом?