

8 класс

Первый день

- 8.1. Действительные числа a, b, c таковы, что выполнено неравенство

$$\frac{a + 2b - c}{a + b} + \frac{b + 2c - a}{b + c} + \frac{c + 2a - b}{c + a} \geq 6.$$

Докажите, что среди чисел a, b, c хотя бы одно отрицательно.

- 8.2. Про натуральное число n известно, что количество всех его натуральных делителей равно 3, а количество всех натуральных делителей числа $n - 1$ равно 2. Найдите количество всех натуральных делителей числа $n^2 - 1$.

(К натуральным делителям натурального числа причисляются 1 и само число.)

- 8.3. Для равнобедренного прямоугольного треугольника ABC с прямым углом при вершине B . Пусть M и N — середины его сторон AC и BC соответственно. На продолжении отрезка MB за точку B отмечена точка X такая, что угол ANX равен 90° . Найдите углы треугольника ANX .

- 8.4. На стене в ряд висят n лампочек, вначале они все выключены. Возле каждой лампочки есть переключатель, при нажатии на который переключается эта лампочка и все, расположенные правее неё. Маша и Серёжа играют в игру: они по очереди выбирают переключатель и нажимают на него; проигрывает тот, после хода которого состояние лампочек повторится, т.е. станет таким, каким оно уже когда-либо было до этого (включая и начальное состояние лампочек). Кто выиграет при правильной игре, если первой начинает Маша?

8 класс

Второй день

8.5. По дороге М1, вдоль которой стоят километровые столбы с числами, показывающими расстояние до Бреста, с постоянной скоростью движется автомобиль. В некоторый момент времени водитель заметил и запомнил трёхзначное число на километровом столбе, возле которого он проехал (все цифры этого числа различны). Ровно через 3 часа автомобиль поравнялся с километровым столбом, на котором было число, записанное теми же цифрами, но все цифры поменяли свои позиции в записи этого числа. Ещё через 3 часа автомобиль снова поравнялся с километровым столбом, на котором было число, записанное теми же цифрами, что и раньше, но в записи этого числа снова все цифры поменяли свои позиции. Какой может быть скорость этого автомобиля?

8.6. Найдите все пары натуральных чисел (a, b) , $a \geq b$, удовлетворяющих равенству

$$ab = 20 \cdot \text{НОД}(a, b) + 17 \cdot \text{НОК}(a, b).$$

8.7. Дан параллелограмм $ABCD$. Рассмотрим всевозможные параллелограммы $BCEF$ такие, что:

1) $AB = CE$,

2) параллелограммы $ABCD$ и $BCEF$ лежат в разных полуплоскостях относительно прямой BC .

Докажите, что всевозможные точки пересечения отрезков AE и DF лежат на одной окружности.

8.8. Какое наибольшее число прямоугольников 1×8 можно вырезать из прямоугольной таблицы 75×85 ? (Разрезы должны проходить по границам клеток таблицы).