

9 класс

Первый день

- 9.1. Действительные числа a , b и c удовлетворяют системе уравнений

$$\begin{cases} a(b - c) = a^2bc + 1, \\ b(c - a) = ab^2c + 1. \end{cases}$$

Найдите все возможные значения величины abc^2 .

- 9.2. На гипотенузе AB прямоугольного треугольника ABC построен квадрат $ABDE$ (точки E и C лежат в разных полуплоскостях относительно прямой AB). Точка I — центр вписанной окружности треугольника ABC . Найдите величину угла EID .
- 9.3. Стороны AB , BC и CA треугольника ABC равны 7, 5 и 3, соответственно. На отрезке AB отмечены такие точки K , D и L , что CK — биссектриса угла ACD , а CL — биссектриса угла DCB . Найдите длину отрезка CD , если $CK = CL$.
- 9.4. В комнате находилось 19 человек (лжецов и правдивых). 10 человек по очереди покинули комнату. Каждый из них при выходе из комнаты делал заявление: «В комнате лжецов осталось больше, чем правдивых». Сколько лжецов могло быть в комнате первоначально?

9 класс

Второй день

- 9.5. Найдите все действительные числа a , для которых при всех натуральных значениях n верно неравенство

$$(1 + a)^n \geq 2(n - 1)a$$

- 9.6. Решите уравнение $p^8 - p^4 = q^5 - q$ в простых числах p и q .
- 9.7. В неравнобедренном треугольнике ABC отмечен ортоцентр H . Прямая AH пересекает описанную окружность треугольника в точках A и D . Касательная к описанной окружности в точке D пересекает прямую BC в точке K . Точка H_1 симметрична точке H относительно середины отрезка BC . Докажите, что $AH_1 \perp KH$.
- 9.8. Дан равносторонний треугольник со стороной 2018. Прямыми, параллельными его сторонам, он разбит на равносторонние треугольники со стороной 1 (единичные треугольники). Все единичные отрезки полученной треугольной сетки покрашены в три цвета (один из которых красный), так, что у каждого единичного треугольника все три стороны имеют разные цвета. Какое число единичных отрезков красного цвета может быть на периметре данного треугольника со стороной 2018? (Найдите все возможные значения.)