

9 класс

1. Представьте числовое выражение $2 \cdot 2022^2 + 2 \cdot 2023^2$ в виде суммы квадратов двух натуральных чисел.
2. На доске написано несколько последовательных натуральных чисел. Ровно 50,4% из них четные. Сколько чисел написано на доске?
3. На столе лежит 2022 конфеты. Вася и Петя играют в игру: по очереди берут себе конфеты. На своем ходу Вася берет одну или четыре конфеты, а Петя — одну или пять. Вася ходит первым. Проигрывает тот, кто не может сделать ход. Кто из ребят может гарантированно победить, как бы не играл соперник?
4. Один из углов треугольника на 120° градусов больше другого. Докажите, что биссектриса треугольника, проведенная из вершины третьего угла, вдвое длиннее, чем высота, проведенная из той же вершины.
5. Знайка нарисовал на доске таблицу 3×90 . Затем Винтик задумал некоторые 90 последовательных натуральных чисел, нашел их суммы цифр и записал эти суммы в клетки первой строки таблицы в некотором порядке (в каждую клетку ровно по одному числу). После этого Шпунтик задумал еще какие-то 90 последовательных натуральных чисел, нашел их суммы цифр и записал эти суммы в клетки второй строки таблицы в некотором порядке. Наконец, Незнайка в каждую клетку третьей строки записал произведение чисел, записанных над ней (т. е. в том же столбце). Когда Знайка посмотрел на заполненную таблицу, он обнаружил, что в третьей строке оказались 90 последовательных натуральных чисел. Докажите, что в своих вычислениях Незнайка где-то ошибся.