

8 класс

Первый день

- 8.1. При всех допустимых значениях действительных чисел a, b, c найдите все возможные значения выражения

$$\frac{(a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3}{a^3 + b^3 + c^3},$$

если $\frac{a+b}{c} = \frac{b+c}{a} = \frac{c+a}{b}.$

- 8.2. На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $CD = AB$. Точки M и N – середины отрезков AD и BC соответственно. Найдите величину угла BAC , если $\angle NMC = 23^\circ$.

- 8.3. Можно ли подобрать 100 целых чисел и расставить их по кругу так, чтобы были выполнены следующие два условия:

- 1) сумма любых трёх подряд идущих чисел делится на 5;
- 2) сумма любых пяти подряд идущих чисел не делится на 5?

- 8.4. Бумажный треугольник прямолинейным разрезом разрезали на два многоугольника (получились либо два треугольника, либо треугольник и четырёхугольник). Затем один из двух получившихся многоугольников прямолинейным разрезом разрезали на два многоугольника. После этого снова один из имеющихся многоугольников прямолинейным разрезом разрезали на два многоугольника и т. д.: всякий раз один из имеющихся многоугольников прямолинейным разрезом разрезают на два многоугольника. Прodelав указанную операцию несколько раз, в результате получили три треугольника, четыре четырёхугольника и какое-то число пятиугольников (многоугольников с числом сторон, большим пяти, получено не было). Какое наибольшее число пятиугольников могло при этом получиться?

8 класс

Второй день

- 8.5. Найдите все (не обязательно несократимые) дроби, числитель и знаменатель которых — натуральные числа, обладающие следующим свойством: если числитель дроби увеличить на 2, а знаменатель уменьшить на 2, то дробь увеличится в 2 раза.
- 8.6. Три велогонщика курсируют с постоянными скоростями между пунктами A и B . Каждый из гонщиков, доехав до крайнего пункта, разворачивается и движется в обратном направлении до другого крайнего пункта, где снова разворачивается и продолжает движение в обратную сторону, и т.д. Гонщики начали движение одновременно, причём первый и второй выехали из пункта A , а третий — из пункта B . Первыми встретились первый и третий гонщики на расстоянии 5 км от B , затем встретились второй и третий гонщики на расстоянии 4 км от A , третья встреча произошла между первым и вторым гонщиками на расстоянии 2 км от B . На каком расстоянии от A произошла четвёртая встреча?
- 8.7. Медиана AM треугольника ABC перпендикулярна его биссектрисе BD . Найдите углы треугольника ABC , если величина угла ABC в два раза больше величины угла ACB .
- 8.8. В клетки таблицы 3×3 вписаны попарно различные натуральные числа (в каждую клетку — одно число). Вася подсчитал суммы чисел во всех строчках таблицы и суммы чисел во всех её столбцах. Оказалось, что все шесть полученных им сумм являются попарно различными составными числами. Какое наименьшее значение может иметь сумма всех девяти чисел такой таблицы?