

## 10 класс

1. Существуют ли четыре идущие подряд члена последовательности

$$a_n = 1^n + 2^n + 3^n + 4^n,$$

делящиеся на 5?

2. Модуль разности корней квадратного трехчлена  $ax^2 + bx + c$  не меньше 27. Докажите, что модуль разности корней квадратного трехчлена  $ax^2 + 2bx + 3c$  больше  $\sqrt{2015}$ .

3. Найдите все функции  $f(x)$ , определенные при всех действительных ненулевых  $x$ , такие что

$$f(x) + 3f\left(\frac{1}{x}\right) = 4x.$$

4. Таблица  $5 \times 5$  заполнена нулями и единицами. Известно, что в левом верхнем и правом нижнем углах стоят единицы, а в двух других углах стоят нули. Докажите, что в таблице можно выбрать два разных квадрата  $2 \times 2$  (возможно, пересекающихся) с одинаковой расстановкой чисел.

5. Через точку  $M$ , взятую на продолжении диагонали  $AC$  трапеции  $ABCD$  ( $AD > BC$ ), и середину каждого основания проведены две прямые, пересекающие боковые стороны в точках  $H$  и  $K$ . Докажите, что отрезок  $HK$  параллелен основаниям трапеции.