

8 класс

Первый день

- 8.1. Обозначим через \overline{abc} трехзначное число, составленное из цифр a, b, c . Найдите всевозможные числа \overline{abc} такие, что $\overline{abc} = -a + b^c$.
- 8.2. В четырехугольнике $ABCD$ диагонали AC и BD пересекаются в точке O , причем $AO = OC = AB$, $OD = 2 \cdot OB$. Найдите длину стороны CD , если известно, что длина стороны BC равна 1.

- 8.3. Сколько решений в целых неотрицательных числах имеет уравнение

$$x + 2y + 4z = 1000$$

- 8.4. Из пункта A в пункт B выехал велосипедист. Весь путь разбит на три участка. Известно, что длина первого в 8 раз больше длины второго. Определите среднюю скорость движения велосипедиста на всем пути, если известно, что она равна скорости движения на третьем участке, на 4 км меньше скорости движения на первом участке и на 26 км больше половины скорости движения на втором участке.

8 класс

Второй день

- 8.5. Пусть на плоскости даны 26 различных точек с целыми координатами. Докажите, что существует отрезок, соединяющий какие-то две данные точки, и на котором лежит не менее пяти точек с целыми координатами (с учетом концевых точек; при этом все эти пять точек не обязательно входят в число заданных).
- 8.6. Демонологу для призыва демона требуется найти такое наибольшее простое число p , что простым окажется и число $20023p^2 - 99124$. Помогите ему это сделать.
- 8.7. а) $ABCD$ — трапеция ($AD \parallel BC$, $AD > BC$). M — середина стороны AB . Обозначим площадь треугольника AMD через S_1 , а площадь четырёхугольника $MBCD$ — через S_2 . Докажите, что $1 < \frac{S_2}{S_1} < 3$.
- б) $ABCD$ — трапеция ($AD \parallel BC$, $AD > BC$). M — точка на луче BA такая, что $AB : AM = n$. Обозначим площадь треугольника AMD через S_1 , а площадь четырёхугольника $MBCD$ — через S_2 . Определите все возможные значения, которые может принимать отношение площадей $\frac{S_2}{S_1}$.
- 8.8. Про высший совет магов известно два факта:
- 1) каждый член высшего совета дружит ровно с девятью другими членами высшего совета;
 - 2) для любых девяти членов высшего совета найдется десятый, который дружит с каждым из этих девяти.

Какое максимальное число магов может быть в высшем совете магов?