

## 8 класс

### Первый день

- 8.1. Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выехал велосипедист, а ещё через 15 минут вслед за ним выехал второй велосипедист. Через 27 минут после выезда второго велосипедиста из пункта  $B$  в пункт  $A$  выехал мотоциклист. Все трое участников движения встретились ровно посередине между пунктами  $A$  и  $B$ . Мотоциклист, доехав до  $A$ , и второй велосипедист, доехав до  $B$ , развернулись, поехали в обратном направлении и снова одновременно встретились с первым велосипедистом. За сколько минут мотоциклист проехал расстояние от  $B$  до  $A$ ?
- 8.2. Шестизначное число  $\overline{abcdef}$  делится на 3367. Докажите, что сумма чисел  $\overline{bcdefa} + \overline{fabcde}$  также делится на 3367.  
(Как обычно, запись  $\overline{xy...z}$  означает число, десятичная запись которого состоит из цифр  $x, y, \dots, z$  в указанном порядке; например,  $\overline{136} = 136$ .)
- 8.3. Через вершину  $D$  прямоугольника  $ABCD$  проведена прямая  $\ell$ , не имеющая с прямоугольником  $ABCD$  никаких других общих точек, кроме точки  $D$ . На прямой  $\ell$  отмечена точка  $M$  так, что площадь треугольника  $MBD$  в два раза больше площади треугольника  $MAD$ . Найдите все возможные значения отношения площадей треугольников  $MCD$  и  $MAD$ .
- 8.4. Забор состоит из менее 40 дощечек (штакетинок), расположенных через равные промежутки. На некоторых из них сидит по воробью, всего 10 воробьёв.
- Докажите, что среди попарных расстояний между воробьями найдутся два равных.
  - Докажите, что это утверждение останется в силе даже, если один из воробьёв улетит.

## 8 класс

### Второй день

8.5. Натуральные числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  удовлетворяют равенству

$$\frac{a^2 - a - c}{b} + \frac{b^2 - b - c}{a} = a + b + 2.$$

Докажите, что их сумма  $a + b + c$  является квадратом натурального числа.

8.6. В параллелограмме  $ABCD$  угол  $ADC$  равен  $40^\circ$ . Точка  $K$  такова, что отрезок  $AK$  пересекает сторону  $BC$ ,  $AK = BC$  и  $\angle BAK = 80^\circ$ . А точка  $L$  такова, что отрезок  $CL$  пересекает сторону  $AD$ ,  $CL = AB$  и  $\angle BCL = 80^\circ$ . Найдите углы треугольника  $BKL$ .

8.7. Окружности  $\omega_1$  и  $\omega_2$  с центрами  $O_1$  и  $O_2$  соответственно пересекаются в точке  $X$ . Прямая  $XO_1$  пересекает  $\omega_1$  в точках  $X$  и  $A$ , а прямая  $XO_2$  пересекает  $\omega_2$  в точках  $X$  и  $B$ . Точка  $M$  — середина отрезка  $AB$ . Луч  $MO_1$  пересекает  $\omega_1$  в точке  $D$ , а луч  $MO_2$  пересекает  $\omega_2$  в точке  $C$ .

а) Докажите, что треугольник  $MDC$  равнобедренный;

б) Докажите, что прямая  $DC$  проходит через точку  $X$ .

8.8. В каждой клетке таблицы  $3 \times 3$  расположено по некоторому числу фишек (количества фишек указаны на рисунке). За один ход можно переместить одну фишку из любой клетки в соседнюю с ней по стороне клетку. За какое наименьшее число ходов можно уравнять количества фишек во всех клетках?

1	2	3
4	5	6
7	8	9