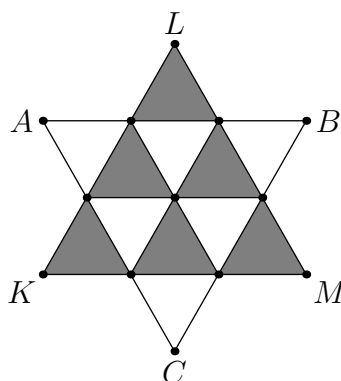


## 10 класс

### Первый день

- 10.1.** На положительной ветви гиперболы  $y = \frac{1}{x}$  отмечены точки  $A$  и  $B$  так, что в треугольнике  $OAB$  ( $O$  — начало координат) угол  $OAB$  прямой. Найдите площадь треугольника  $OAB$ , если длина его катета  $AB$  равна  $\sqrt{15}$ .
- 10.2.** Пусть  $f(n) = n^2 + 2016n + a$ , где  $a$  — некоторое целое число. Известно, что для некоторого целого числа  $n$  число  $f(n)$  делится на 3.
- Верно ли, что тогда для любого такого числа  $a$  существует целое число  $m$ , при котором  $f(m)$  делится на 9?
  - Верно ли, что тогда для любого такого числа  $a$ , не делящегося на 3, существует целое число  $m$ , при котором  $f(m)$  делится на 9?
- 10.3.** В треугольнике  $ABC$  четыре различные точки — центр описанной окружности, ортоцентр (точка пересечения высот), а также вершины  $A$  и  $B$  — лежат на одной окружности. Найдите все возможные значения угла  $ACB$ .
- 10.4.** Диаграмма на рисунке снизу состоит из чёрных и белых треугольников. В вершины всех треугольников вписали по одному числу — 0, 1 или 2 — так, что у каждого чёрного треугольника сумма чисел в его вершинах делится на 3, а у каждого белого — не делится на 3.
- Могут ли все три числа в вершинах  $A$ ,  $B$  и  $C$  оказаться различными?
  - Могут ли какие-то два из чисел в вершинах  $K$ ,  $L$  и  $M$  оказаться различными?



## 10 класс

### Второй день

- 10.5.** Пусть  $x_1, x_2$  – корни квадратного трёхчлена  $f(x) = x^2 - 3x + 1$ , а  $x_3, x_4$  – корни квадратного трёхчлена  $g(x) = x^2 - 4x + 1$ . Найдите все возможные значения выражения

$$(g(x_1))^2 f(x_3) + (g(x_2))^2 f(x_4).$$

- 10.6.** В треугольнике  $ABC$  проведена биссектриса  $CL$ , которая разбивает сторону  $AB$  на отрезки  $AL = 10$  и  $BL = 6$ . Найдите радиус окружности, проходящей через точки  $C$  и  $L$ , центр которой лежит на прямой  $AB$ .

- 10.7.** Найдите все функции  $f$ , определённые на множестве всех действительных чисел и принимающие значения в этом же множестве, такие, что для всех действительных  $x$  и  $y$  выполняется равенство

$$f(x + f(y)) = xf(y).$$

- 10.8.** Даны пять попарно различных натуральных чисел. Известно, что какие-то четыре из десяти сумм этих чисел по три равны 15, 20, 25 и 30. Найдите, какое

а) наименьшее,

б) наибольшее

значение может принимать сумма этих пяти чисел.