

## 11 класс

1. Какое наибольшее число коней можно поставить на шахматную доску  $8 \times 8$  так, чтобы они не били друг друга?
2. Докажите, что для любого нечетного натурального числа  $m$  существует натуральное  $n$ , что  $2^n - 1$  делится на  $m$ .
3. Найти все трехзначные числа, сумма цифр которых уменьшается в три раза, если само число увеличить на 3.
4. Три равные окружности с центрами  $O_1, O_2, O_3$  пересекаются в одной точке.  $A_1, A_2, A_3$  — остальные точки пересечения. Доказать, что треугольники  $O_1O_2O_3$  и  $A_1A_2A_3$  равны.
5. Для любого натурального  $n$  доказать неравенство:

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3^4} + \frac{3}{3^9} + \dots + \frac{n}{3^{n^2}} < \frac{1}{2}$$