

8 класс

Первый день

- 8.1. Действительные числа x , y и z удовлетворяют двойному равенству

$$(x - 3)(y + 3) = (y - 3)(z + 3) = -12$$

Найдите все возможные значения выражения $(x - 1)(z + 1)$.


- 8.2. На боковых сторонах AB и CD трапеции $ABCD$ отметили точки K и L соответственно так, что $KL \parallel BC$. При этом оказалось, что $DK \parallel LB$. Известны длины оснований трапеции: $AD = 49$ и $BC = 9$. Найдите длину отрезка KL .
- 8.3. В каждой чёрной клетке шахматной доски сидит жук. Через каждую секунду каждый жук переползает в соседнюю по вершине (но не по стороне) клетку. В одной клетке могут находиться несколько жуков. Какое наибольшее число жуков может через некоторое время оказаться в одной клетке?
- 8.4. На столе лежат 2020 фишек. За один ход разрешается выбрать две или три группы с одинаковым количеством фишек в них и объединить выбранные группы в одну (вначале есть 2020 групп по одной фишке). Какое наименьшее количество групп можно получить, сделав несколько ходов?

8 класс

Второй день

8.5. Решите уравнение в натуральных числах k и n

$$4k! + 1 = (2n! + 1)^2$$

8.6. На клетчатую доску размера 8×8 выкладывают без наложений уголки вида , образованные тремя клетками (уголок можно поворачивать на угол, кратный 90° , границы уголков идут по линиям сетки). Какое наименьшее количество уголков необходимо разместить на доске, чтобы больше ни одного уголка выложить было невозможно?

8.7. В параллелограмме $ABCD$ угол ADC тупой. Из точки A опустили перпендикуляр AH на прямую CD , а из точки C опустили перпендикуляр CE на прямую AD . Прямые AH и CE пересекаются в точке K . Докажите, что прямые HE и BK перпендикулярны.

8.8. Назовём разбиение множества чисел $1, 2, \dots, 3n$ на тройки $(a_1, b_1, c_1), (a_2, b_2, c_2), (a_3, b_3, c_3), \dots, (a_n, b_n, c_n)$ хорошим, если справедливы равенства

$$a_1 = b_1 + 2c_1 - 1, \quad a_2 = b_2 + 2c_2 - 1, \quad \dots, \quad a_n = b_n + 2c_n - 1.$$

Найдите все хорошие разбиения, считая разбиения, которые отличаются лишь порядком следования троек, одинаковыми.