

8 класс

Первый день

- 8.1. Пусть x и y — произвольные числа. Какое наименьшее значение может принять выражение

$$\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}y^4 - x^2y - xy^2 + x^2 + y^2 - x - y$$

- 8.2. Найдите все пары натуральных x и y таких, что

$$x^4 + 1511 = 8x^2 + 16y^2.$$

- 8.3. В треугольнике ABC отметили середины A_1 , B_1 и C_1 сторон BC , CA и AB соответственно. Точки K и L — середины отрезков A_1C и KC соответственно. Докажите, что середины отрезков AC_1 , B_1K и LC лежат на одной прямой.

- 8.4. В городе P чемпионат по теннису проходит по своеобразной олимпийской системе. В каждом туре участники делятся на пары и играют на выбывание: победитель проходит в следующий тур, а проигравший выбывает из турнира. Если количество участников тура нечётно, то, ещё до разбиения на пары, жюри случайным образом выбирает счастливчика, который проходит в следующий тур без игры. В 2020 году в чемпионате было сыграно 195 игр, после чего остался только один участник — победитель турнира. Найдите все возможные значения количества участников чемпионата.

8 класс

Второй день

8.5. Агрохозяйство имеет два засеянных пшеницей поля одинаковой площади. В агрохозяйстве есть комбайны двух классов: A и B . У всех комбайнов одного класса производительность одинаковая. Одновременно 5 комбайнов класса A приступили к уборке урожая с первого поля, а 5 комбайнов класса B — со второго поля. Когда была убрана четверть первого поля, с него 2 комбайна класса A были переброшены на уборку второго поля. А когда было убрано три четверти второго поля, с него 3 комбайна класса B были переброшены на уборку первого поля. В результате, уборка урожая с этих полей закончилась одновременно. Как относятся производительности комбайнов класса A и класса B ?

8.6. Найдите все целые числа m и n , удовлетворяющие системе уравнений

$$m^2 - 5n + mn = 101 \quad \text{и} \quad n^2 + m + mn = 79$$

8.7. На сторонах AB и CD квадрата $ABCD$ во внутреннюю сторону построены равносторонние треугольники ABF и DEC . Отрезки AF и DE пересекаются в точке X , а BF и CE пересекаются в точке Y .

а) Докажите, что описанная окружность треугольника XFY касается сторон треугольника DEC в точках X и Y .

б) Докажите, что окружность с центром F и радиусом FX касается описанной окружности треугольника DEC .

8.8. Каждая клетка таблицы 8×9 покрашена в один из двух цветов — красный или зелёный. При этом во всех восьми строках таблицы количества красных клеток различны, а во всех девяти столбцах количества зелёных клеток одинаковы. Возможна ли такая раскраска? Если да, то найдите все возможные значения количества зелёных клеток в таблице.