

## 9 класс

### Первый день

9.1. Найдите все возможные значения выражения

$$\frac{(a+b)^3 + (b+c)^3 + (c+a)^3}{(b+d)^3 + (a+d)^3 + (c+d)^3}$$

при всех допустимых значениях действительных чисел  $a, b, c, d$ , если

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{d+a+b}{c} = \frac{c+d+a}{b} = \frac{b+c+d}{a}.$$

9.2. В выпуклом четырёхугольнике  $ABCD$  стороны  $AB$  и  $CD$  равны. Точки  $M$  и  $N$  — середины  $AD$  и  $BC$  соответственно. Известно, что  $\angle BAD = 55^\circ$  и  $\angle NMD = 72^\circ$ . Найдите величину угла  $ADC$ .

9.3. Даны числа 1, 2, 3, ..., 299, 300. Какое наибольшее количество из них можно выбрать и расставить их в ряд в некотором порядке так, чтобы получилась последовательность чисел, удовлетворяющая следующим двум условиям:

- 1) сумма любых четырёх подряд идущих чисел не делится на 3;
- 2) сумма любых пяти подряд идущих чисел делится на 3?

9.4. Бумажный треугольник прямолинейным разрезом разрезали на два многоугольника (получились либо два треугольника, либо треугольник и четырёхугольник). Затем один из двух получившихся многоугольников прямолинейным разрезом разрезали на два многоугольника. После этого снова один из имеющихся многоугольников прямолинейным разрезом разрезали на два многоугольника и т. д.: всякий раз один из имеющихся многоугольников прямолинейным разрезом разрезают на два многоугольника. Прodelав указанную операцию несколько раз, в результате получили четыре треугольника, три четырёхугольника и какое-то число пятиугольников (многоугольников с числом сторон, большим пяти, получено не было). Какое наибольшее число пятиугольников могло при этом получиться?

## 9 класс

### Второй день

- 9.5. В клетки таблицы  $3 \times 3$  вписаны не обязательно различные натуральные числа (в каждую клетку – одно число). Вася подсчитал суммы чисел во всех строчках таблицы и суммы чисел во всех её столбцах. Оказалось, что все шесть полученных им сумм являются попарно различными простыми числами. Какое наименьшее значение может иметь сумма всех девяти чисел такой таблицы?
- 9.6. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  ( $AB = BC$ ) через центр вписанной в него окружности проведена прямая, пересекающая сторону  $AC$  в точке  $M$  и сторону  $BC$  в точке  $N$ . Оказалось, что площадь треугольника  $MNC$  равна площади четырехугольника  $ABNM$ . Найдите длину отрезка  $MC$ , если  $AB = 5$  см.
- 9.7. На прямой отмечено пять точек. Петя измерил все десять попарных расстояний между ними и записал их значения на листке бумаги в порядке неубывания (среди записанных им чисел могли быть и равные – если длины каких-то разных отрезков равны). С течением времени некоторые из записанных Петей чисел стёрлись, и на листке сохранились только четыре первых и три последних из записанных им чисел: 2, 3, 5, 7, ..., 10, 15, 18. Восстановите стёршиеся числа.
- 9.8. У Миши есть бесконечно много монет, причём для каждого натурального  $n$  у него есть ровно по одной монете достоинством  $\frac{1}{n}$  тугрика. Монет других достоинств у Миши нет. Каким наименьшим количеством монет Миша может оплатить (без сдачи) шоколадку стоимостью  $\frac{4}{5}$  тугрика?