

10 класс

1. Четырёхзначное число называется *восхитительным*, если оно само делится на 25, его сумма цифр делится на 25 и его произведение цифр делится на 25. Найдите все восхитительные числа.

2. Действительные числа x и y ($x \neq 0, y \neq 0$) таковы, что

$$(x + y + y^{-1})(x^{-1} + y + y^{-1}) = 1.$$

Укажите все возможные значения, которые может принимать выражение $(x + y)(xy + 1)$.

3. Решите уравнение

$$\frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}} + \frac{1}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{x+2007} + \sqrt{x+2008}} = 1.$$

4. Пусть M — середина стороны BC , а K — основание биссектрисы BK треугольника ABC . Оказалось, что точки A, B, M и K лежат на одной окружности. Найдите длину отрезка KM , если $AB = 7, BC = 18$.
5. Точка M — середина стороны AB остроугольного треугольника ABC , BH и AN — его высоты. Найдите величину угла C , если известно, что $MN = NH$.
6. Натуральные числа a и b таковы, что число $190a + 14b$ делится на 11, а число $140a + 64b$ делится на 61. Найдите наименьшее возможное значение выражения $201a + 13b$.