

Bazele
Electrotehnicii
Tema 1

Vlad-Stefan Dieaconu
vladstefandieaconu [at] gmail.com
Seria CA
Grupa 311

*Facultatea de Automatică și Calculatoare
Universitatea Politehnica București
Aprilie 2018*

Cuprins

Cerințe	2
1 Exercițiul I	4
Subpunctul a.	4
Subpunctul b)	6
Subpunctul c)	7
Subpunctul d)	8
2 Exercițiul II	10
Subpunctul a.	10
Subpunctul b.	13
3 Exercițiul III	16
Subpunctul b.	16
4 Exercițiul IV	18
5 Exercițiul V	22
6 Bibliografie	24

Cerințe

Exercițiul I - Generarea unui circuit

Generați un circuit electric liniar, rezistiv, alcătuit din rezistoare, surse independente de tensiune și surse independente de curent. Procedați astfel:

a. Alegeți mai întâi o pereche de grafuri orientate (G_i , G_u) care să corespundă unui același circuit. Alegeți o topologie astfel încât graful să aibă cel puțin trei ochiuri și cel puțin cinci noduri. Alegeți orientări arbitrare, astfel încât să aveți laturi orientate și în regula de la receptoare, dar și în regula de la generatoare.

b. Alegeți tipuri de elemente (R, SIT, SIC) pe toate laturile și apoi calculați parametrii lor. Verificați că ați generat un circuit bine formulat, precizând un arbore normal.

c. Verificați teorema lui Tellegen (pentru a verifica perechea de grafuri) și bilanțul de puteri (pentru a verifica faptul că ați calculat corect elementele de circuit).

d. Modificați una din SIT într-o sursă de tensiune comandată în curent (SUCI), astfel încât soluția problemei să nu se modifice.

Exercițiul II - Metoda nodală

a. Scrieți sistemul de ecuații al metodei Kirchhoff în curenți pentru problema cu surse independente.

b. Reluați cerințele de la punctul a. pentru problema cu sursă comandată. Observați care sunt diferențele dintre cele două.

Exercițiul III - Simulatorul SPICE

a. Parcurgeți tutorialul SPICE din îndrumar.

b. Descrieți în SPICE problema cu surse comandate.

c. Simulați circuitul și verificați dacă obțineți rezultatele așteptate.

Exercițiul IV - Dioda Zener

Conectați (în plus față de elementele deja existente) între două noduri ale problemei fără surse comandate, o diodă Zener, cu o caracteristică pe care o alegeți (din literatură, definită analitic sau liniar pe porțiuni). Calculați punctul static de funcționare al diodei. Aveți libertatea de a alege o metodă dintre: analitic - metoda dreptei de sarcină sau numeric - formulați o ecuație algebrică neliniară și rezolvați-o cu un algoritm potrivit.

Exercițiul V - LATEX

Redactați în \LaTeX rezolvarea acestei teme.

1. Exercițiul I

Subpunctul a)

Am ales o pereche de grafuri orientate pentru curent și tensiune care să corespundă aceluiași circuit. După cum se poate vedea în figura de mai jos, arborele (desenat cu roșu) este format din laturile ce leagă nodurile (4), (1), (5), (3) și (2).

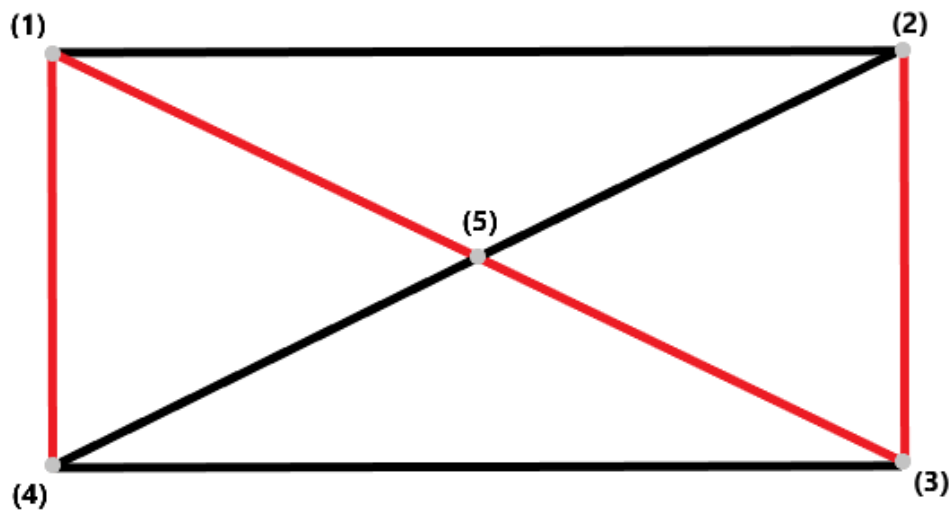


Figura 1: Arborele

Fixăm intensitățile curenților din coarbore (i_1, i_3, i_4, i_6) și determinăm intensitățile curenților din arbore (i_2, i_5, i_7, i_8) folosind legea I a lui Kirchhoff pentru $N-1 = 5-1 = 4$ noduri.

$$\sum_k i_k = 0$$

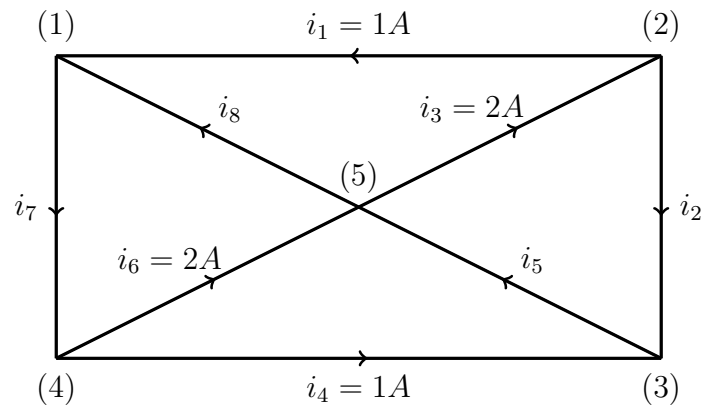


Figura 2: Graful Curenților

Valorile intensitatilor alese arbitrar sunt:

$$i_1 = 1 \text{ A} \quad i_3 = 2 \text{ A} \quad i_4 = 1 \text{ A} \quad i_6 = 2 \text{ A}$$

$$(1) : i_7 - i_1 - i_8 = 0$$

$$(2) : i_2 + i_1 - i_3 = 0$$

$$(3) : -i_4 - i_2 + i_5 = 0$$

$$(4) : -i_4 - i_6 + i_7 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{Kirchhoff } I} i_2 = 1 \text{ A} \quad i_5 = 2 \text{ A} \quad i_7 = 3 \text{ A} \quad i_8 = 2 \text{ A}$$

Pentru graful de tensiuni asociat circuitului, fixăm arbitrar tensiunile din arbore și determinăm tensiunile din coarbore folosind legea a II-a a lui Kirchhoff pentru $L-N+1=4$ ramuri.

$$\sum_k u_k = 0,$$

Arbitrar,

$$u_2 = 5 \text{ V} \quad u_5 = 2 \text{ V} \quad u_7 = 3 \text{ V} \quad u_8 = 2 \text{ V}$$

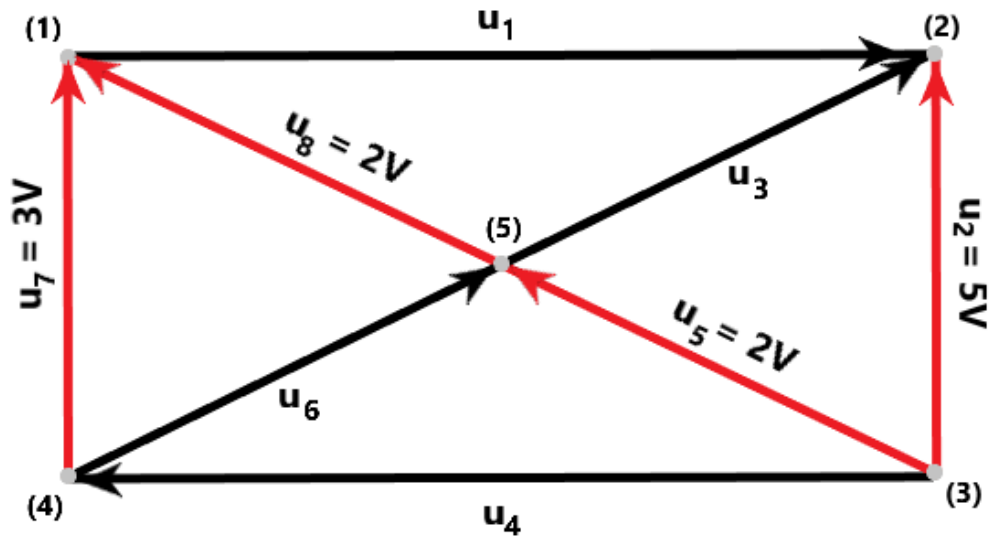


Figura 3: Graful tensiunilor

Ecuatiile rezultate din cele $L - N + 1 = 4$ ecuații Kirchhoff II sunt:

$$\begin{aligned} (1) : u_8 + u_1 - u_3 &= 0 \\ (2) : u_5 + u_3 - u_2 &= 0 \\ (3) : u_4 + u_6 - u_5 &= 0 \\ (4) : u_6 + u_8 - u_7 &= 0 \end{aligned}$$

$$\xrightarrow{\text{Kirchhoff II}} \quad u_1 = 1\text{ V} \quad u_3 = 3\text{ V} \quad u_4 = 1\text{ V} \quad u_6 = 1\text{ V}$$

Subpunctul b.

Condiția ca într-un circuit să nu existe generatoare în exces este ca circuitul să aibă un arbore normal în ramurile cărui să se afle toate generatoarele ideale de tensiune, iar generatoarele de curent să fie în coarbore [1].

Parametrii elementelor de circuit (R, SIT, SIC) sunt:

$$R_3 = \frac{u_3}{i_3} = 1.5 \Omega$$

$$R_5 = \frac{u_5}{i_5} = 1 \Omega$$

$$R_6 = \frac{u_6}{i_6} = 0.5 \Omega$$

$$R_8 = \frac{u_8}{i_8} = 1 \Omega$$

$$J_1 = i_1 = 1 \text{ A}$$

$$J_4 = i_4 = 1 \text{ A}$$

$$E_2 = 5 \text{ V}$$

$$E_7 = 3 \text{ V}$$

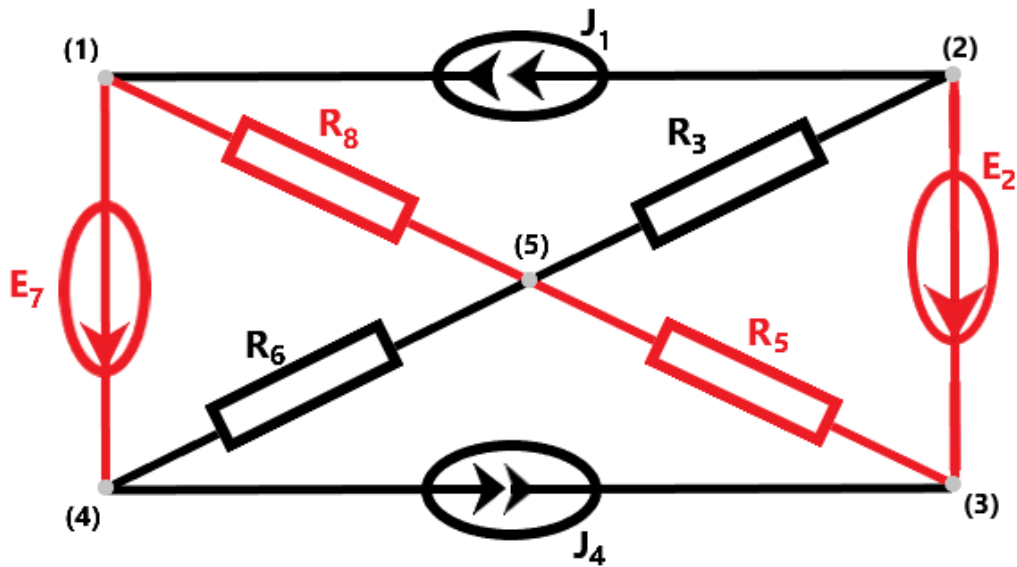


Figura 4: Schema circuitului

Subpunctul c.

Puterile transferate de elementele unui circuit electric satisfac o ecuație de conservare data de teorema Tellegen. Doua grafuri, unui de curent și unul de tensiune, sunt echivalente ca grafuri orientate dacă:

$$\sum_{k \in (n)} u_k \cdot i_k = 0$$

unde n este numărul de laturi.

Conditia de echivalenta a grafurilor orientate este echivalenta cu faptul ca circuitul are adoptata pentru toate elementele regula de asociere a sensurilor de la receptoare [1].

$$-i_1 \cdot u_1 - u_2 \cdot i_2 - u_4 \cdot i_4 - i_7 \cdot u_7 + u_3 \cdot i_3 + u_6 \cdot i_6 + u_5 \cdot i_5 + u_8 \cdot i_8 = -1 \cdot 1 - 5 \cdot 1 - 1 \cdot 1 - 3 \cdot 3 + 3 \cdot 2 + 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 = -16 + 16 = 0$$

Bilantul puterilor in circuitele electrice este o consecinta directa a teoremei lui Tellegen si reprezinta relatia de egalitate intre suma puterilor debitate de generatoarele retelei si puterile absorbite de elementele pasive. Pentru retele liniare, ecuatia de bilant este:

$$P_{gen} = P_{cons} \quad (1)$$

$$(1) : P_1 = j_1 \cdot u_1 = 1 \text{ W}$$

$$(2) : P_2 = E_2 \cdot i_2 = 5 \text{ W}$$

$$(3) : P_3 = R_3 \cdot i_3^2 = 6 \text{ W}$$

$$(4) : P_4 = j_4 \cdot u_4 = 1 \text{ W}$$

$$(5) : P_5 = R_5 \cdot i_5^2 = 4 \text{ W}$$

$$(6) : P_6 = R_6 \cdot i_6^2 = 2 \text{ W}$$

$$(7) : P_7 = E_7 \cdot i_7 = 9 \text{ W}$$

$$(8) : P_8 = R_8 \cdot i_8^2 = 4 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_{gen} = P_2 + P_7 + P_1 + P_4$$

$$P_{gen} = E_2 \cdot i_2 + E_7 \cdot i_7 + j_1 \cdot u_1 + j_4 \cdot u_4 = 5 + 9 + 1 + 1 = 16 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_{cons} = P_5 + P_6 + P_3 + P_8$$

$$P_{cons} = R_5 \cdot i_5^2 + R_6 \cdot i_6^2 + R_3 \cdot i_3^2 + R_8 \cdot i_8^2 = 4 + 2 + 6 + 4 = 16 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_{gen} = P_{cons} = 16 \text{ W}$$

Subpunctul d.

Am modificat circuitul inițial, înlocuind sursa ideală de tensiune (SIT), E_2 , cu o sursă de tensiune comandată în curent (SUCI) astfel încât:

$E_2 = \rho i_5$, unde ρ e rezistenta de transfer. Rezultă $\rho = \frac{E_2}{i_5} = 2.5 \Omega$.

Astfel, valoarea lui E_2 va fi $2.5 \cdot i_5$.

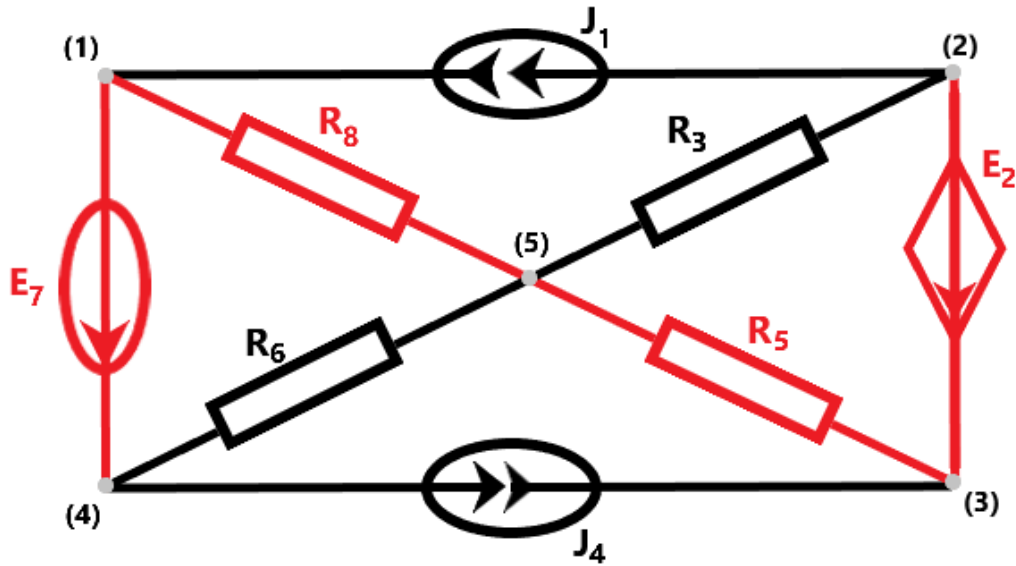


Figura 5: Schema circuitului cu SUCI

2. Exercițiul II

Subpunctul a.

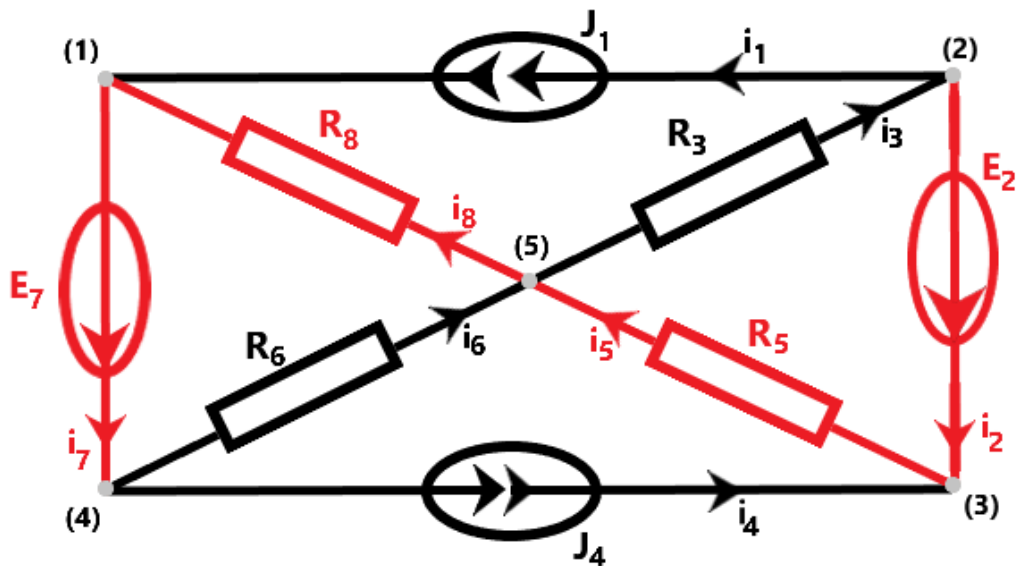


Figura 6:

$$\begin{cases} (1) : i_1 + i_2 - i_3 = 0 \\ (2) : -i_1 - i_8 + i_7 = 0 \\ (3) : i_6 + i_4 - i_7 = 0 \\ (4) : i_5 - i_2 - i_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1) : -i_2 + i_3 = 1 \\ (2) : i_7 - i_8 = 1 \\ (3) : i_7 = 3 \\ (4) : i_5 - i_2 = 1 \end{cases}$$

A doua lege a lui Kirchhoff pe $L - N + 1 = 4$ bucle se scrie:

$$\begin{cases} [1] : -u_1 - i_8 R_8 + i_3 R_3 = 0 \\ [2] : i_8 R_8 + i_6 R_6 = E_7 \\ [3] : -i_6 R_6 - u_4 + i_5 R_5 = 0 \\ [4] : i_3 R_3 + i_5 R_5 = E_2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -u_1 - i_8 = -3 \\ i_8 = 2 \\ -u_4 + i_5 = 1 \\ i_5 = 2 \end{cases}$$

Folosind notatia standard pentru un sistem de ecuatii algebrice $AX = b$, obtinem matricea coeficientilor care are dimensiunea 4 x 4:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matricea necunoscutelor are dimensiunea 4 x 1:

$$X = \begin{pmatrix} i_5 \\ i_8 \\ u_1 \\ u_4 \end{pmatrix}$$

Matricea termenilor liberi are dimensiunea 4 x 1:

$$b = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{Asadar, } \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} i_5 \\ i_8 \\ u_1 \\ u_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

Utilizand GNU OCTAVE obtinem:

$$i_5 = 2 \text{ A} \quad i_8 = 2 \text{ A} \quad u_1 = 1 \text{ V} \quad u_4 = 1 \text{ V}$$

```
>> A = [0, -1, -1, 0; 0, 1, 0, 0; 1, 0, 0, -1; 1, 0, 0, 0]
A =

     0     -1     -1      0
     0      1      0      0
     1      0      0     -1
     1      0      0      0

>> b = [-3;2;1;2]
b =

    -3
     2
     1
     2

>> x=A^(-1)*b
x =

     2
     2
     1
     1
```

Subpunctul b.

Înlocuind sursa ideală de tensiune (SIT) E_2 cu o sursă de tensiune comandată în curent (SUCI), astfel încât $E_2 = 2.5 i_5$, circuitul devine:

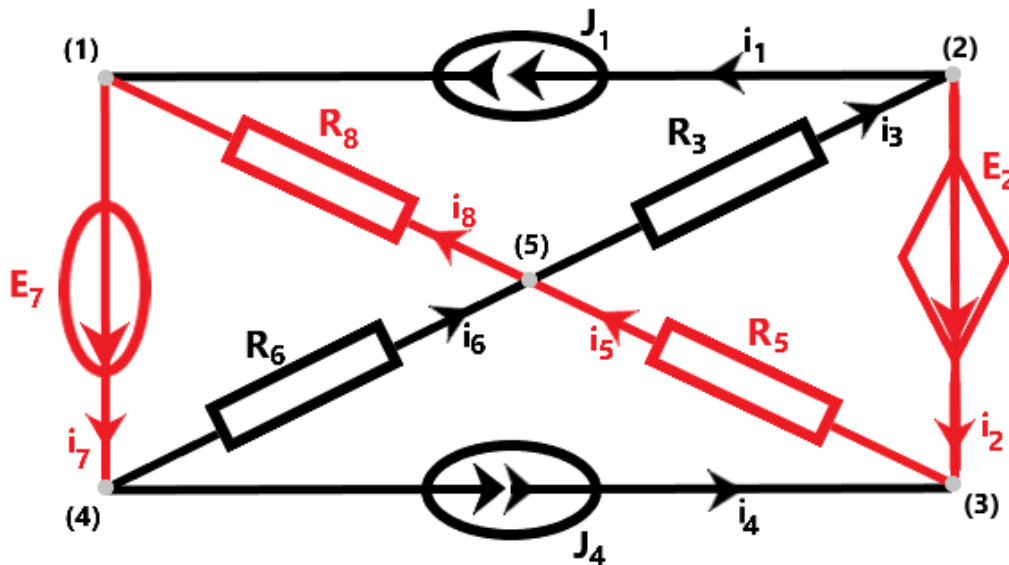


Figura 7:

Sistemul devine:

$$\begin{cases} -u_1 - i_8 R_8 + i_3 R_3 = 0 \\ i_8 R_8 + i_6 R_6 = E_7 \\ -i_6 R_6 - u_4 + i_5 R_5 = 0 \\ i_3 R_3 + i_5 R_5 - p i_5 = 0 \end{cases}$$

Înlocuind din nou valorile cunoscute obținem sistemul:

$$\begin{cases} -u_1 - i_8 = -3 \\ i_8 = 2 \\ -u_4 + i_5 = 1 \\ 3 + i_5(1 - p) = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_1 + i_8 = 3 \\ i_8 = 2 \\ i_5 - u_4 = 1 \\ i_5 = 2 \end{cases}$$

Utilizand notatia standard pentru un sistem de ecuatii algebrice liniare $AX = b$, obtinem matricea coeficientilor care are dimensiunea 4 x 4:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Matricea necunoscutelor are dimensiunea 4 x 1:

$$X = \begin{pmatrix} i_5 \\ i_8 \\ u_1 \\ u_4 \end{pmatrix}$$

Matricea termenilor liberi are dimensiunea 4 x 1:

$$b = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Soluția obținută este aceeași.

$$\begin{aligned} A X &= b \\ X &= A^{-1} b \end{aligned}$$

```
>> A= [0,1,1,0;0,1,0,0;1,0,0,-1;1,0,0,0]
```

```
A =
```

```
    0    1    1    0
    0    1    0    0
    1    0    0   -1
    1    0    0    0
```

```
>> b=[3;2;1;2]
```

```
b =
```

```
    3
    2
    1
    2
```

```
>> x= A^(-1)*b
```

```
x =
```

```
    2
    2
    1
    1
```

```
>>
```


3. Exercițiul III

Am început rezolvarea acestui exercitiu prin a alege nodul 5 ca nod de potential 0. Folosind simulatorul LTSpice, am rezolvat circuitul.

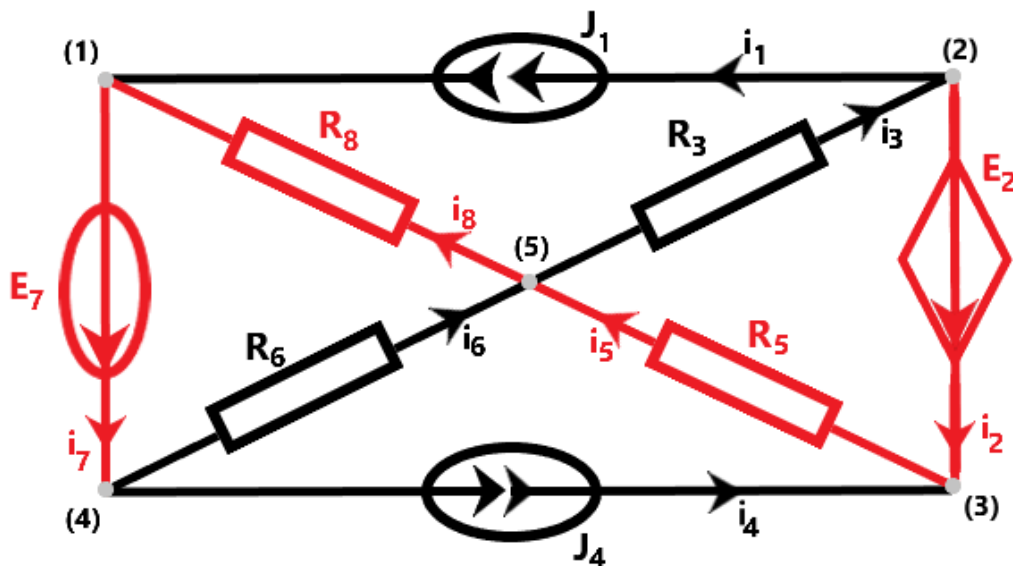


Figura 8:

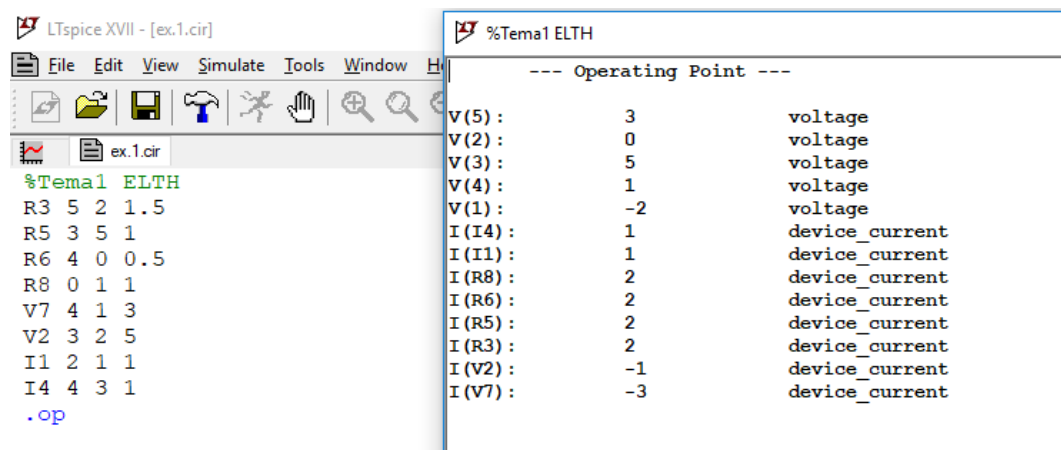


Figura 9: SPICE (fara SUCI)

Rezultatele obtinute sunt foarte apropiate de cele corecte, depinzand de numarul de vecimale pe care il oferim valorii lui H2 (sursa comandata in curent).

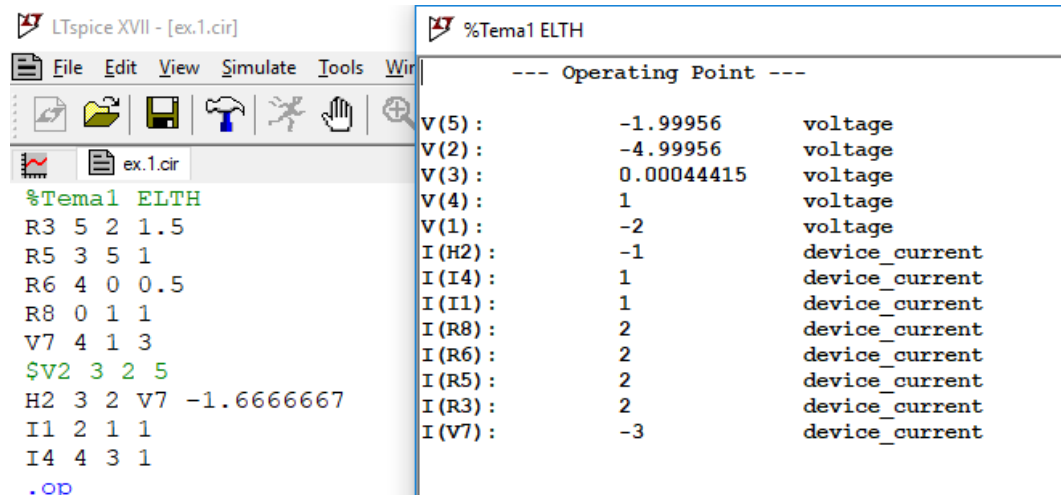


Figura 10: SPICE (cu SUCI)

4. Exercițiul IV

Am început rezolvarea acestui exercițiu adăugând o diodă Zener în circuitul inițial, fără surse comandate.

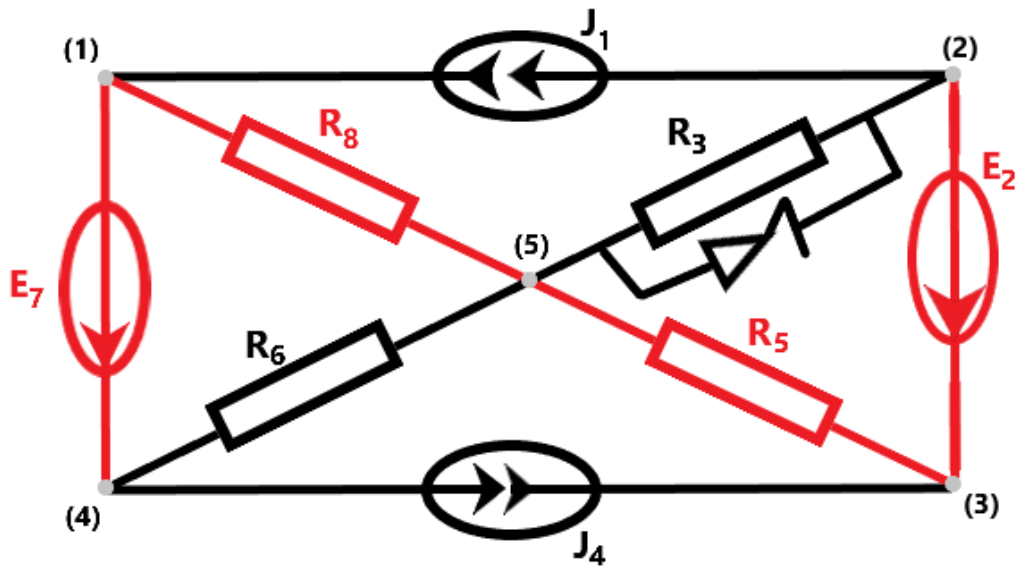


Figura 11: Dioda în paralel cu R_3

Calculăm $U_{AB_{\text{initial}}} = U_{AB_0} = 3V$

Folosind metoda Thevenim, pasivizam circuitul.

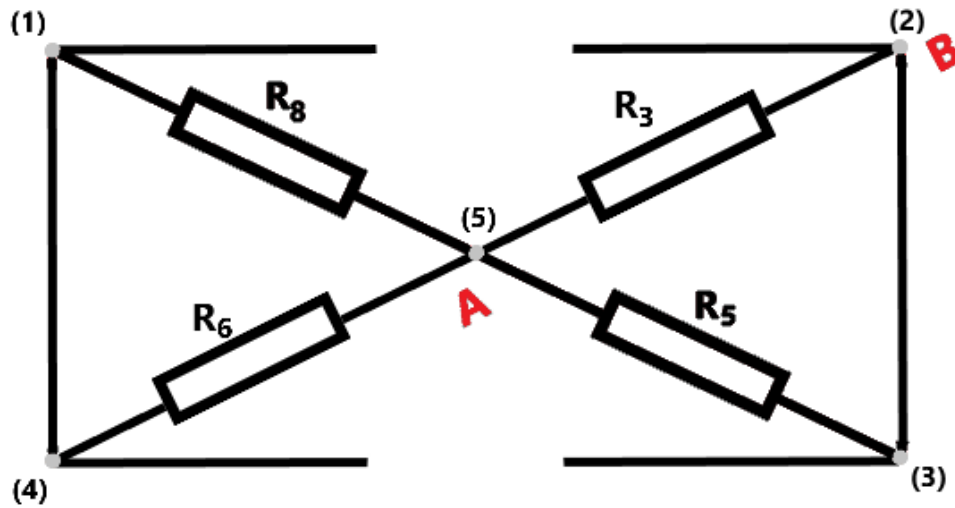


Figura 12: Circuit pasivizat cu metoda Thevenim)

$$R_{AB0} = \frac{R_3 \cdot R_5}{R_3 + R_5} = \frac{1.5}{2.5} = 0.6\Omega \quad (2)$$

$$I_{sc} = \frac{U_{AB0}}{R_{AB0}} = 5 \text{ A} \quad (3)$$

Generatorul echivalent al partii liniare are $E = U_{AB0} = 3V$ si $R_{AB} = 0.6$.

Punctul static de functionare al diodei se afla la intersectia dreptei de sarcina cu caracteristica diodei Zener.

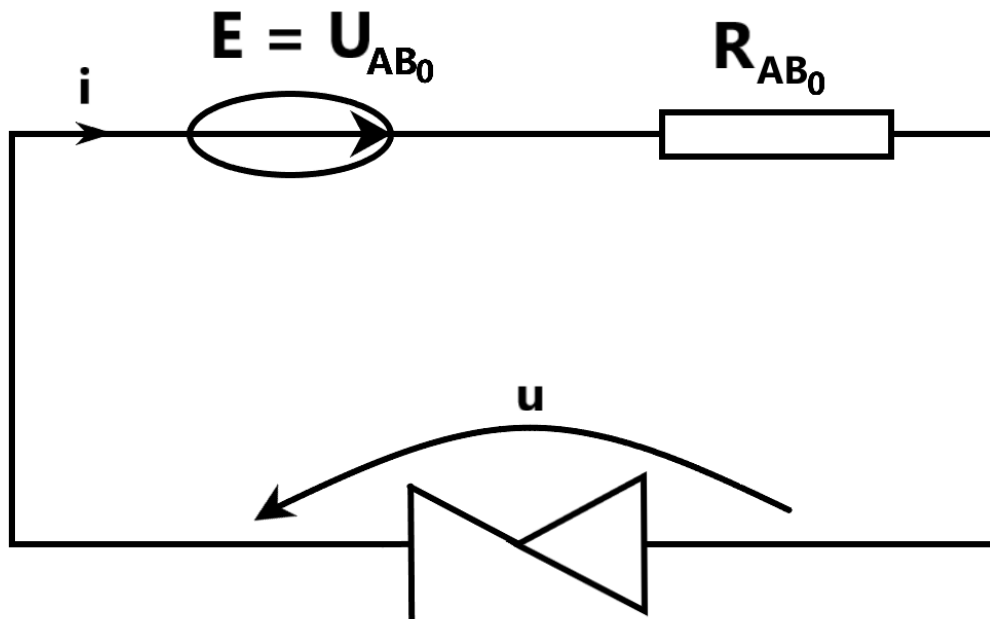


Figura 13: Circuitul Echivalent

$$\begin{cases} (1) : u = E - i \cdot R_{AB_0} \\ (2) : i = f(u) \end{cases}$$

$$\text{Astfel, } \begin{cases} u = 0.7 \\ i = \frac{3-0.7}{0.6} = \frac{2.3}{0.6} = 3.833A \end{cases}$$

In final rezulta PSF(0.7V; 3.833A).

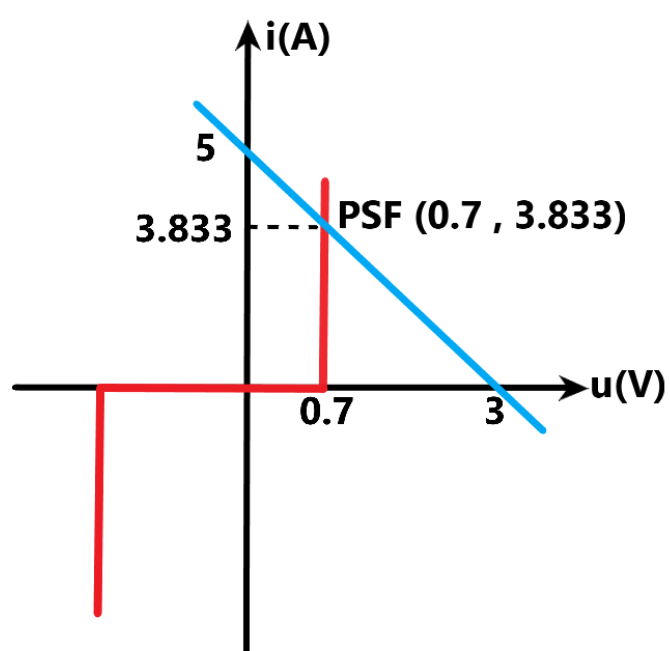


Figura 14: Grafic PSF

5. Exercițiul V

În conformitate cu cerințele exercitiului 5, în redactarea temei am folosit \LaTeX . Am învățat astfel comenzile de bază ale limbajului pentru a putea scrie și edita articole, ecuații matematice, cât și pentru a desena circuite.

```

\hspace{1cm} Valorile intensitatilor alese arbitrar sunt:
\begin{center}

 $i_1 = 1 \text{ A}$ 
 $i_3 = 2 \text{ A}$ 
 $i_4 = 1 \text{ A}$ 
 $i_6 = 2 \text{ A}$ 
\linebreak
\end{center}
\begin{IEEEeqnarray*}{cCl}
(1):& \hspace{5pt} i_7 - i_1 - i_8 = 0 \\
(2):& \hspace{5pt} i_2 + i_1 - i_3 = 0 \\
(3):& \hspace{5pt} -i_4 - i_2 + i_5 = 0 \\
(4):& \hspace{5pt} -i_4 - i_6 + i_7 = 0 \\
\end{IEEEeqnarray*}

 $\xrightarrow{\text{Kirchhoff}} I$ 
\hspace{1pt}
 $i_2 = 1 \text{ A}$ 
 $i_5 = 2 \text{ A}$ 
 $i_7 = 3 \text{ A}$ 
 $i_8 = 2 \text{ A}$ 

\begin{equation}
P_{\text{gen}} = P_{\text{cons}}
\end{equation}
\begin{IEEEeqnarray*}{cCl}
(1):& P_1 = j_1 \cdot u_1 \hspace{3pt} = 1 \text{ W} \\
(2):& P_2 = E_2 \cdot i_2 \hspace{3pt} = 5 \text{ W} \\
(3):& P_3 = R_3 \cdot i_3^2 \hspace{3pt} = 6 \text{ W} \\
(4):& P_4 = j_4 \cdot u_4 \hspace{3pt} = 1 \text{ W} \\
(5):& P_5 = R_5 \cdot i_5^2 \hspace{3pt} = 4 \text{ W} \\
(6):& P_6 = R_6 \cdot i_6^2 \hspace{3pt} = 2 \text{ W} \\
(7):& P_7 = E_7 \cdot i_7 \hspace{3pt} = 9 \text{ W} \\
(8):& P_8 = R_8 \cdot i_8^2 \hspace{3pt} = 4 \text{ W} \\
\end{IEEEeqnarray*}

```

```

\begin{figure}[h!]
\begin{center}
\hypertarget{C2}{}
\begin{circuitikz}

\draw[thick]

% ramurile arborelui
(0, 0) -- (8,0)
(4,-2) -- (0,-4)
(0, 0) -- (0, -4)
(0,-4) -- (8,-4)
(8,-4) -- (4, -2)
(4,-2) -- (8, -0)
(0,0) -- (4,-2)
(8,-4) -- (8,0)

% intensitatile pe ramuri
(4,0.4) node{$i_1=1A$}
(8.4,-2) node{$i_2$}
(4,-4.4) node{$i_4=1A$}
(-0.4,-2) node{$i_7$}
(2.3,-0.7) node{$i_8$}
(6.3,-2.7) node{$i_5$}
(1.5,-2.7) node{$i_6=2A$}
(5.5,-0.7) node{$i_3=2A$}

(0,0.4)node{(1)}
(8,0.4)node{(2)}
(8,-4.4)node{(3)}
(0,-4.4)node{(4)}
(4,-1.6)node{(5)}

\usetikzlibrary{decorations.markings}

\begin{scope}[very thick,decoration={
markings,
mark=at position 0.5 with {\arrow{<}}}
]
\draw[postaction={decorate}] (0, 0) -- (8,0);
\draw[postaction={decorate}] (4,-2) -- (0,-4);
\draw[postaction={decorate}] (0, -4) -- (0, 0);
\draw[postaction={decorate}] (8,-4) -- (0,-4);
\draw[postaction={decorate}] (4, -2) -- (8,-4);
\draw[postaction={decorate}] (8, 0) -- (4,-2);
\draw[postaction={decorate}] (0,0) -- (4,-2);
\draw[postaction={decorate}] (8,-4) -- (8,0);
\end{scope}
;\end{circuitikz}
\caption{Graful Curentilor}
\end{center}
\end{figure}

```


6. Bibliografie

1. <http://www.lmn.pub.ro/gabriela/LatexTemplate4Students/>
2. <https://www.sharelatex.com/learn/Headersandfooters>
3. G. Ciuprina, A. Gheorghe, M. Popescu, D. Niculae, A.S. Lup, R. B'arbulescu, D. Ioan, Modelarea si simularea circuitelor electrice. In-drumar de laborator, <http://cs.curs.pub.ro/2017/course/view.php?id=50>
4. Gabriela Ciuprina, Template pentru redactarea rapoartelor in LaTeX (v4), <http://cs.curs.pub.ro/2017/course/view.php?id=50>
5. <https://www.sharelatex.com/blog/2013/08/27/tikz-series-pt1.html>
6. <http://www.rpi.edu/dept/arc/docs/latex/latex-intro.pdf>
7. <http://www.etti.tuiasi.ro/pac/AACCE/AACCELaborator/Lab05Sursecomandate.pdf>
8. <https://en.wikibooks.org/wiki/LaTeX/Picture>
9. <https://latex.org/forum/viewtopic.php?t=24057>