Tema 2 - ELTH

Dieaconu Vlad Stefan
Facultatea de Automatică și Calculatoare
Universitatea Politehnica din București
email: VladStefanDieaconu [at] yahoo.com
Seria CA, Grupa 311

09.06.2018

Cuprins

1 Exercitiul 1

1.1 Trecerea unui circuit de c.a. in complex

Circuitul folosit la Tema 1:

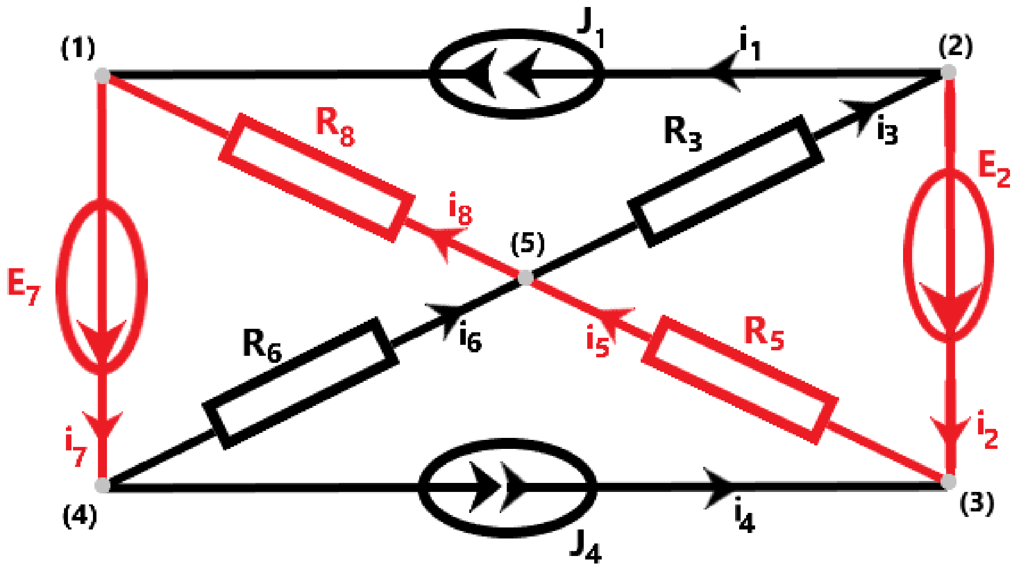


Figure 1: Circuitul cu elemente ideale de la tema 1

Am adaugat condensatorul in paralel cu rezistorul R_8 si bobina in serie cu rezistorul R_5. Marimile caracteristice componentelor circuitului aveau valorile:

$E_2 = 5V$

$E_7 = 3V$

$J_1 = 1A$

$J_4 = 1A$

$R_3 = 1.5\Omega$

$R_5 = 1\Omega$

$R_6 = 0.5\Omega$

$R_8 = 1\Omega$

Valorile elementelor adaugate vor fi
$L = R_3 \cdot 100/\pi = 150/\pi$ mH
$C = R_8 \cdot 100/\pi = 100/\pi$ μF

Frecventa surselor va fi:
$f = 50Hz$,
iar $\omega = 2\pi f = 100\pi$ rad/s

Sursele vor avea valorile:

$$\begin{cases} \mathrm{e}_2(t) = 5\sqrt{2}sin(100\pi t) \\ \mathrm{e}_7(t) = 3\sqrt{2}sin(100\pi t + \frac{\pi}{4}) \\ \mathrm{j}_1(t) = \sqrt{2}sin(100\pi t + \frac{\pi}{2}) \\ \mathrm{j}_4(t) = \sqrt{2}sin(100\pi t - \frac{\pi}{4}) \end{cases}$$

Circuitul in c.a. este urmatorul:

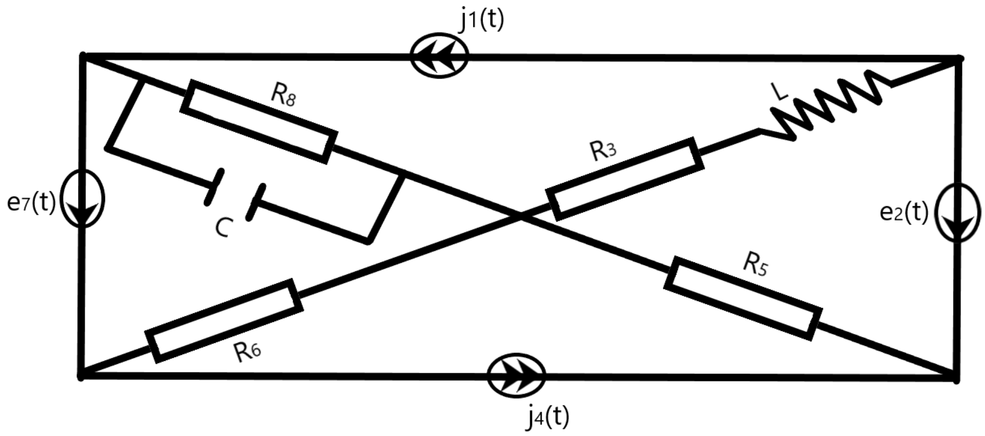


Figure 2: Circuitul in c.a.

In complex sursele vor avea valorile:

$$\begin{cases} \underline{E_2} = 5 \\ \underline{E_7} = 3\sqrt{2}/2 + j3\sqrt{2}/2 \\ \underline{J_8} = j \\ \underline{J_{11}} = \sqrt{2}/2 - j\sqrt{2}/2 \end{cases}$$

Impedantele elementelor adaugate au valorile:

$$\begin{cases} \underline{Z_L} = j\omega L = 15j \\ \underline{Z_C} = \frac{1}{j\omega C} = -100j \end{cases}$$

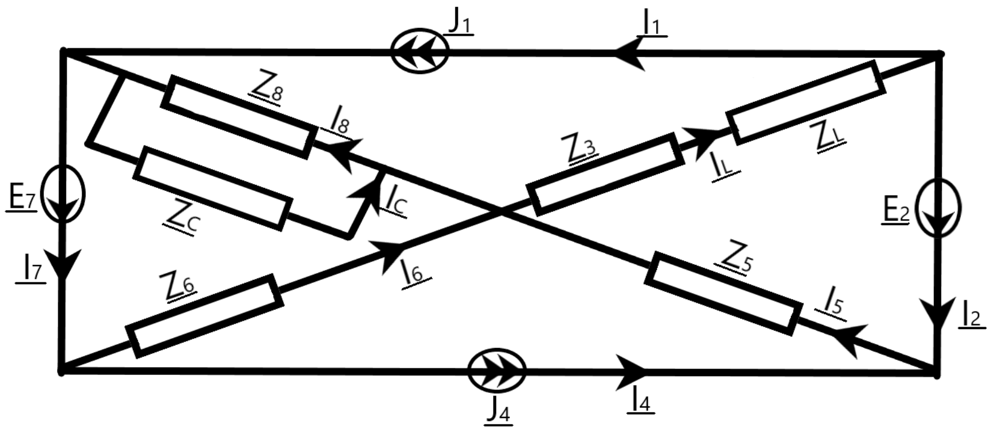


Figure 3: Circuitul in complex

Din prima lege Kirchhoff rezulta:

$$\begin{cases} \underline{I_6} - \underline{I_7} + \underline{I_4} = 0 \\ \underline{I_4} + \underline{I_2} - \underline{I_5} = 0 \\ \underline{I_L} - \underline{I_2} - \underline{I_1} = 0 \\ \underline{I_6} + \underline{I_5} + \underline{I_C} - \underline{I_8} - \underline{I_L} = 0 \end{cases}$$

Aplicam apoi Kirchhoff II pe $L - N + 1 = 5$ bucle:

$$\begin{cases} \underline{I_6 Z_6} + \underline{I_8 Z_8} = \underline{E_7} \\ \underline{I_5 Z_5} - \underline{I_6 Z_6} - \underline{U_4} = 0 \\ \underline{I_5 Z_5} + \underline{I_L (Z_3 + Z_L)} = \underline{E_2} \\ \underline{I_8 Z_8} - \underline{I_L (Z_3 + Z_L)} + \underline{U_1} = 0 \\ \underline{I_8 Z_8} + \underline{I_C Z_C} = 0 \end{cases}$$

Inlocuind valorile cunoscute rezulta urmatorul sistem:

$$
\begin{cases}
\underline{I_6} - \underline{I_7} = -\sqrt{2}/2 + j\sqrt{2}/2 \\
\underline{I_2} - \underline{I_5} = -\sqrt{2}/2 + j\sqrt{2}/2 \\
-\underline{I_2} + \underline{I_L} = j \\
\underline{I_5} + \underline{I_6} - \underline{I_8} + \underline{I_C} = 0 \\
0.5\underline{I_6} + \underline{I_8} = 3\sqrt{2}/2 + 3j\sqrt{2}/2 \\
\underline{I_5} - 0.5\underline{I_6} - \underline{U_4} = 0 \\
\underline{I8} - 100j\underline{I_C} = 0 \\
\underline{I_8} - (1.5 + 15j)\underline{I_L} + \underline{U_1} = 0
\end{cases}
$$

Am rezolvat sistemul folosind utilitarul Matlab. In ecuatia Ax=b, A este matricea coeficientilor, x este vectorul coloana al necunoscutelor, iar b este vectorul termenilor liberi:

$$
\begin{pmatrix}
0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 1 & 0 & -1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0.5 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & -0.5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & (1.5+15j) & 0 & 0 & \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -100j & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & (-1.5-15j) & 0 & 1 & 0
\end{pmatrix}
\begin{pmatrix}
\underline{I_2} \\ \underline{I_5} \\ \underline{I_6} \\ \underline{I_7} \\ \underline{I_8} \\ \underline{I_L} \\ \underline{I_C} \\ \underline{U_1} \\ \underline{U_4}
\end{pmatrix}
=
\begin{pmatrix}
\text{-}\sqrt{2}/2 + j\sqrt{2}/2 \\
\text{-}\sqrt{2}/2 + j\sqrt{2}/2 \\
\text{j} \\
0 \\
3\sqrt{2}/2 + 3j\sqrt{2}/2 \\
0 \\
5 \\
0 \\
0
\end{pmatrix}
$$

Solutia acestui sistem este urmatoarea:

```
0.157141 - 1.260003i
0.864248 - 1.967110i
0.937211 + 2.563303i
1.644318 + 1.856196i
1.652715 + 0.839669i
0.157141 - 0.260003i
0.008397 - 0.016527i
2.483038 + 1.127441i
0.395642 - 3.248761i
```

Figure 4: Solutia sistemului

1.2 Calcularea bilantului de puteri

In urma calculelor am obtinut urmatoarele puteri

$S_{gen} = 11.9158 + 1.3501i$

$S_{cons} = 11.9158 + 1.3501i$

Asadar, bilantul de puteri se verifica, calculele sunt corecte.

1.3 Reprezentarea grafica a intensitatii prin bobina

Pentru a realiza variatia in timp a intensitatii prin bobina am folosit functiile "angle" si "abs" din Matlab. Am considerat 1000 de puncte in intervalul [0,0.1]. Forma in complex a intensitatii este:

$$\underline{I_L} = 0.157141 - 0.260003i$$

$$i_L(t) = abs(\underline{I_L}) \cdot \sqrt{2} \cdot sin(100\pi t + angle(\underline{I_L})$$

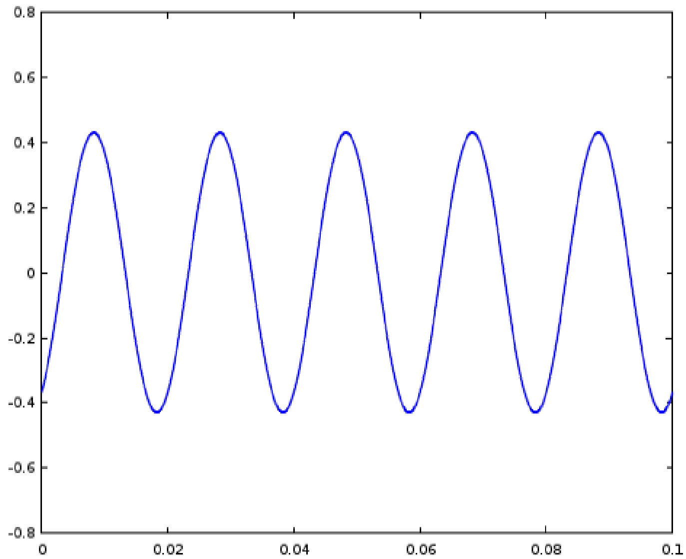


Figure 5: Graficul intensitatii prin bobina

Graficul este valid deoarece valoarea maxima a intensitatii obtinuta prin calcule este aceeasi cu cea reprezentata grafic:

$$abs(\underline{I_L}) \cdot \sqrt{2} = 0.42964$$

2 Exercitiul 2

2.1 Valorile initiale ale elementelor adaugate

Pentru rezolvarea acestui exercitiu am lasat bobina si condensatorul pe aceleasi laturi folosite la primul exercitiu.

Valorile initiale ale elementelor adaugate sunt cele obtinute la tema 1,adica, $i_L(0_-) = 2A$, iar $u_C(0_-) = 2V$.

2.2 Rezolvarea circuitului in regim tranzitoriu

La momentul $t = 0$ am eliminat latura cu sursa E_2.

Valorile elementelor in regim tranzitoriu sunt urmatoarele:

$e_7(s) = 3/s$
$j_1(s) = 1/s$
$j_4(s) = 1/s$
$sL(0_-) = \frac{0.15s}{\pi}$
$Li_L(0_-) = \frac{0.3}{\pi}$
$u_C(0_-)/s = \frac{2}{s}$
$\frac{1}{sC} = \frac{10^4\pi}{s}$

Dupa trecerea elementelor circuitului in regim tranzitoriu se obtine urmatorul circuit:

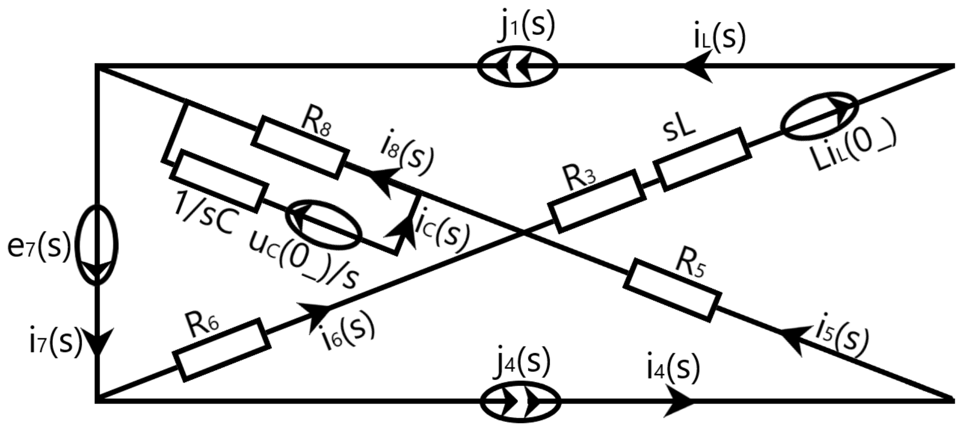


Figure 6: Circuitul cu elemente ideale de la tema 1

Aplicam prima lege a lui Kirchhoff pe $N - 1$ noduri:

$$\begin{cases} i_7(s) - i_6(s) - i_4(s) = 0 \\ i_6(s) + i_c(s) + i_4(s) - i_8(s) - i_L(s) = 0 \end{cases}$$

In continuare am aplicat a doua lege a lui Kirchhoff pe $L - N + 1 = 4$ bucle:

$$\begin{cases} i_L(s)(R_3 + s_L) - u_1(s) = Li_L(0_) \\ R_8 i_8(s) + i_C(s)\frac{1}{sC} = \frac{-u_C(0_-)}{s} \\ R_6 i_6(s) + i_8(s) R_8 = e_7(s) \\ i_6(s) R_6 - i_4(s) R_5 + u_4(s) = 0 \end{cases}$$

Cum bobina este in serie cu o sursa de curent (J_1), i$_L(s) = j_1(s) = \frac{1}{s}$

Inlocuind valorile cunoscute obtinem urmatorul sistem:

$$\begin{cases} -i_6(s) + i_7(s) = \frac{1}{s} \\ i_6(s) - i_8(s) + i_C(s) = 0 \\ 0.5 i_6(s) + u_4(s) = \frac{1}{s} \\ u_1(s) = \frac{1.5}{s} - \frac{0.15}{\pi} \\ i_8(s) + i_c(s) \cdot \frac{10^4 \pi}{s} = -\frac{2}{s} \\ 0.5 i_6(s) + i_8(s) = \frac{3}{s} \end{cases}$$

Acesta este un sistem de forma $Ax = b$ pe care l-am rezolvat in Matlab, obtinand $u_C(s) = \frac{-2s+188400}{s(s+94200)}$.

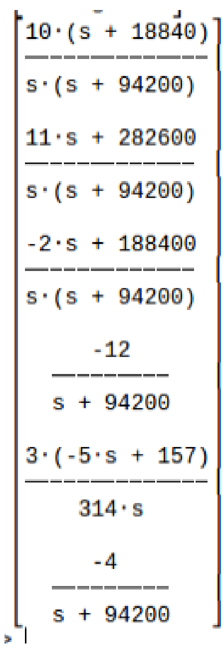


Figure 7: Solutia sistemului

2.3 Trecerea in timp a rezultatelor obtinute

Am obtinut $i_L(s) = \frac{1}{s}$. La aplicarea transformatei Laplace inversa se obtine $i_L(t) = 1$.

Verific conditiile initiale:

$$\lim_{s \to \infty} s * i_L(s) = s \cdot \frac{1}{s} = \lim_{t \to 0} i_L(t) = 1$$

Verific conditiile finale:

$$\lim_{s \to 0} s * i_L(s) = s \cdot \frac{1}{s} = \lim_{t \to \infty} i_L(t) = 1$$

Intrucat cele doua valori sunt egale putem trage concluzia ca sunt verificate conditiile initiale.

2.4 Graficul in timp

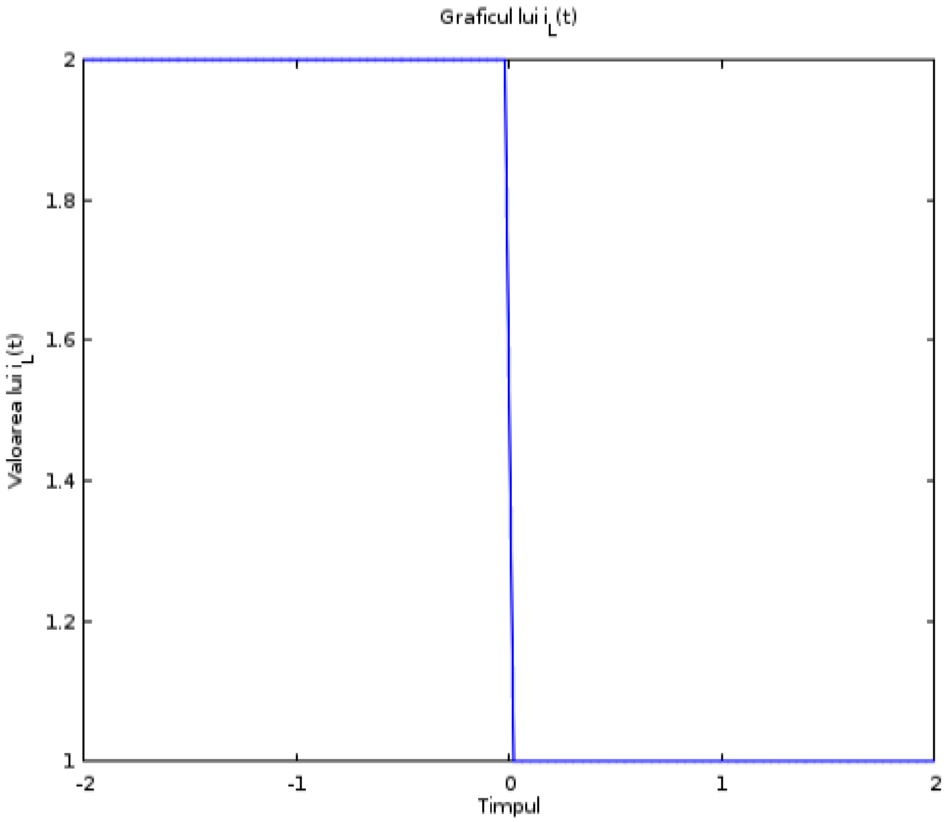


Figure 8: Graficul in timp

3 Exercitiul 3

3.1 Aflarea lui D(r)

Am considerat distributia de sarcina de forma:

$$\rho(r,\theta,\phi) = \begin{cases} 2 + r^2, r\epsilon[0,a] \\ 0, r > a \end{cases}$$

$\int_\Sigma DdA = \int_{D_\Sigma} \rho dV$
$q = \int\int\int \rho dV$

Se disting doua cazuri:
Cazul I: $r \geq a$

$q = \int_0^a (2+r^2) \cdot 4\pi r^2 dr$
$q = 4\pi \cdot (2\frac{r^3}{3} + \frac{r^5}{5})|_0^a$
$q = 4\pi \cdot (\frac{3a^4}{3} + \frac{a^5}{5})$
$\Rightarrow D(r) = \frac{1}{r^2} \cdot (\frac{a^3}{3} + \frac{a^5}{5})$

Cazul II: $0 < r < a$:

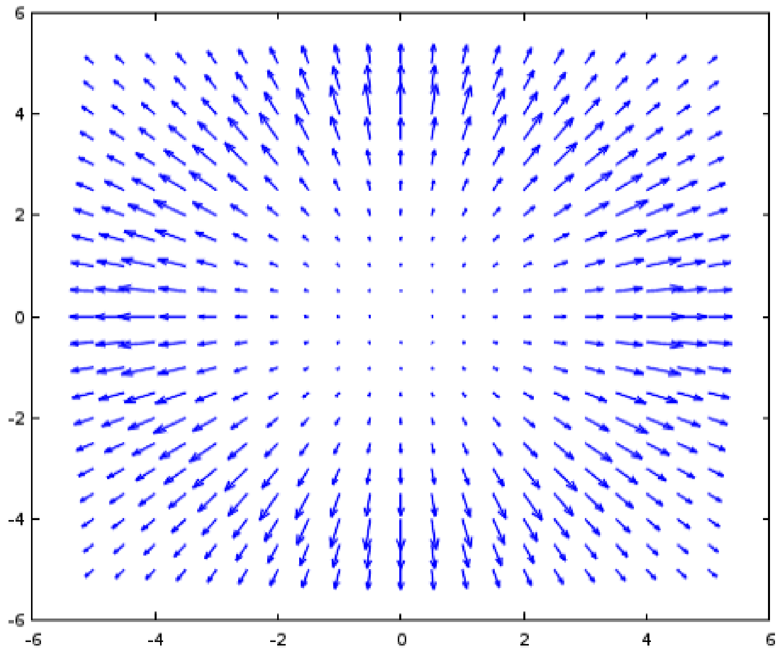
$q = \int_0^r (2+r^2) \cdot 4\pi r^2 dr$
$q = 4\pi \cdot (\frac{2r^3}{3} + \frac{r^5}{5})$
$\Rightarrow D(r) = \frac{q}{4\pi r^2} = \frac{2r}{3} + \frac{r^3}{5}$

Deci in final inductia electrica D(r) este:

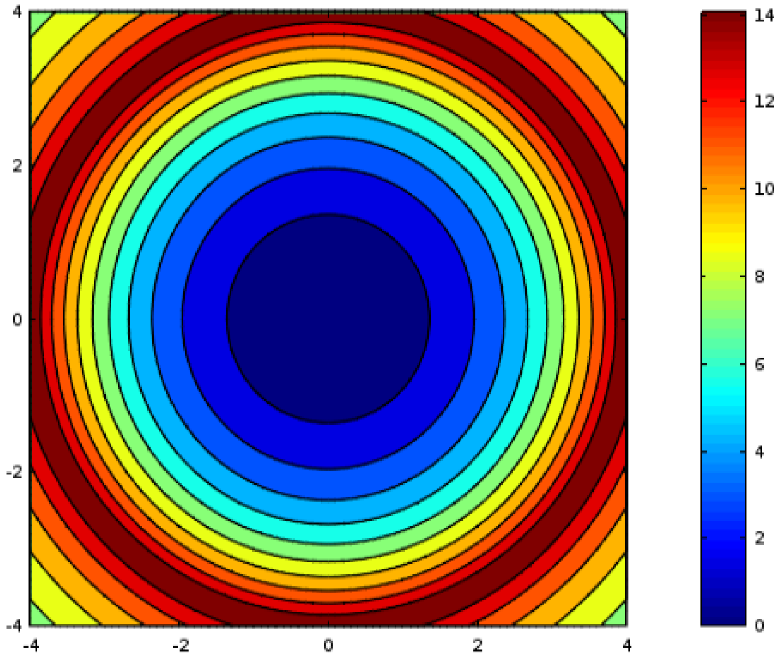
$$D(r) = \begin{cases} \frac{1}{r^2} \cdot (\frac{a^3}{3} + \frac{a^5}{5}, r > a \\ \frac{2r}{3} + \frac{r^3}{5}, 0 < r < a \end{cases}$$

3.2 Reprezentarea grafica a spectrului lui D(r)

In reprezentarea spectrului si echivalorilor lui D am considerat $a = 4$



3.3 Reprezentarea grafica a echivalorilor



4 Bibliografie

1. cs.curs.pub.ro - prof. Gabriela Ciuprina
2. sharelatex.com
3. http://web.ift.uib.no/Teori/KURS/WRK/TeX/symALL.html