Nume: Vlad Theia-Madalin

Grupa: 324CC

Tema 1

Problema 1

Exercitiul 1.1 -> $\sqrt{n} * \log(\sqrt{n})) = \theta(n)$

- $\exists\, n_0 \in \mathbb{N}^*$ și $\exists\, c_1$ și $c_2 \in \mathbb{R}_+^*$ a.î. $c_1 * n \leq \sqrt{n}\log\left(\sqrt{n}\right) \leq c_2 * n$
- $2 * c_1 \leq \frac{\log(n)}{\sqrt{n}}$ (1)
- $2 * c_2 \geq \frac{\log(n)}{\sqrt{n}}$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{\log(n)}{\sqrt{n}} = 0$ (2)
- Din (1) si (2) => $c_1 = 0$ => Fals

Exercitiul 1.2 -> $\log^{2018}(n) = o(n^{\frac{1}{2018}})$

- $\exists\, n_0 \in \mathbb{N}^*$ și $\forall\, c \in \mathbb{R}_+^*$ a.i. $\log^{2018}(n) < c * n^{\frac{1}{2018}}$
- $c > \frac{\log^{2018}(n)}{n^{\frac{1}{2018}}}$ (1)
- $\lim_{n\to\infty} \frac{\log^{2018}(n)}{n^{\frac{1}{2018}}} = \lim_{n\to\infty} \frac{2018 * \log^{2017}(n)}{\frac{1}{2018} * n^{\frac{-2017}{2018}} * n * \ln 2} = \lim_{n\to\infty} \frac{2018^{2018} * 2018!}{n^{\frac{1}{2018}}} = 0$ (2)
- Din (1) si (2) => c > 0 => Adevarat

Exercitiul 1.3 -> $n! = \Omega(5^{\log(n)})$

- $\exists\, n_0 \in \mathbb{N}^*$ și $\forall\, c \in \mathbb{R}_+^*$ a.î. $c \leq \frac{n!}{5^{\log(n)}}$
- $\lim_{n\to\infty} \frac{n!}{5^{\log(n)}} = \infty \Rightarrow c \leq \infty \Rightarrow$ Adevarat

Exercitiul 1.4 -> $n! = n^3 * \log^4(n) = O(n^4)$

- $\exists\, n_0 \in \mathbb{N}^*$ și $\forall\, c \in \mathbb{R}_+^*$ a.î $n^3 * \log^4(n) \leq c * n^4$
- $c \geq \frac{\log^4(n)}{n}$

- $\lim_{n\to\infty} \frac{\log^4(n)}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{4 * \log^3(n)}{n} = \lim_{n\to\infty} \frac{4!}{n} = 0$
- $C \geq 0$ => Adevarat

Exercitiul 2.1 -> $O(n) + o(n)$

- $f(n) = O(n)$ și $g(n) = o(n)$
- $\exists\, n_0 \in \mathbb{N}^*$ și $\exists\, c_1 \in \mathbb{R}_+^*$ și $\forall\, c_2 \in \mathbb{R}_+^*$ a.î. $f(n) \leq c_1 * n$ și $g(n) < c_2 * n$, $\forall\, n \geq n_0$
- $f(n) + g(n) \leq (c_1 + c_2) * n$
- $O(n) + o(n) \leq k * n \Rightarrow O(n) + o(n) = O(n)$

Exercitiul 2.2 -> $\theta(n^2) + \Omega(n^3)$

- $f(n) = \theta(n^2)$ și $g(n) = \Omega(n^3)$
- $\exists\, n_0 \in \mathbb{N}^*$ și $\exists\, c_1, c_2 \in \mathbb{R}^*_+$ a.î. $c_1 * n^2 \leq f(n) \leq c_2 * n^2$
- $\exists\, c_3 \in \mathbb{R}_+^*$ a.î $g(n) \geq c_3 * n^3$
- $c_1 n^2 + c_3 n^3 \leq f(n) + g(n) \Rightarrow \theta(n^2) + \Omega(n^3) = \Omega(n^3)$

Exercitiul 2.3 -> $\theta(n^2) * O(n^3)$

- $f(n) = \theta(n^2)$ și $g(n) = O(n^3)$
- $\exists\, n_0 \in \mathbb{N}^*$ și $\exists\, c_1, c_2 \in \mathbb{R}^*_+$ a.î. $c_1 * n^2 \leq f(n) \leq c_2 * n^2$
- $\exists\, c_3 \in \mathbb{R}_+^*$ a.î $g(n) \leq c_3 * n^3$
- $c_1 * n^2 * g(n) \leq f(n) * g(n) \leq c_2 * n^2 * g(n) \leq c_2 * n^2 * c_3 * n^3$
- $f(n) * g(n) \leq k * n^5 \Rightarrow \theta(n^2) * O(n^3) = O(n^5)$

Exercitiul 2.4 -> $\frac{\theta(n^2)}{o(n)}$

- $f(n) = \theta(n^2)$ și $g(n) = o(n)$
- $\exists\, n_0 \in \mathbb{N}^*$ și $\exists\, c_1, c_2 \in \mathbb{R}^*_+$ a.î. $c_1 * n^2 \leq f(n) \leq c_2 * n^2$
- $\exists\, c_3 \in \mathbb{R}_+^*$ a.î $g(n) < c_3 * n$
- $\frac{c_1 * n^2}{c_3 * n} \leq \frac{f(n)}{g(n)} \leq \frac{c_2 * n^2}{c_3 * n} \Rightarrow k_1 * n < \frac{f(n)}{g(n)} < k_2 * n \Rightarrow \frac{\theta(n^2)}{o(n)} = \omega(n)$