Лабораторная работа №1

**Задание 1**

Для каждого из приведённых лямбда-выражений найдите из предложенных вариантов ему альфа – эквивалентное и обоснуйте Ваш выбор.

1. λxy.xz
   1. λxz.xz
   2. λmn.mz;
   3. λz.(λx).xz
2. λxy.xxy;
   1. λmn.mnp;
   2. λx.(λy).xy
   3. λa.(λb).aab;
3. λ xyz.zx;
   1. λx.(λy).(λz);
   2. λtos.st;
   3. λmnp.mn;

**Задание 2**

Определите, какие из следующих выражений являются комбинаторами и обоснуйте Ваш выбор.

1. λx.xxx;
2. λxy.zx
3. λxyz.xy(zx);  
   (λx.λy.λz.xy)(zx)   
   [x := z]  
   (λy.λz.zy)(x)  
   [y := x]  
   (λz.zx) -> Не комбинатор
4. λxyz.xy(zxy);   
   (λx.λy.λz.xy)(zxy)  
   [x := z]  
   (λy.λz.zy)(xy)  
   [y := x]  
   (λz.zx)(y) -> Не комбинатор
5. λxy.xy(zxy);   
   (λx.λy.xy)(zxy)  
   [x := z]  
   (λy.zy)(xy) -> Не комбинатор

**Задание 3**

Определите, какие из следующих выражений могут быть редуцированы к бета-нормальной форме, а какие из них расходятся. Обоснуйте Ваш ответ.

1. λx.xxx  
   [x := a]  
   aaa
2. (λz.zz)(λy.yy);  
   [z := (λy.yy)]  
   (λy.yy) (λy.yy) -> расходится
3. (λx.xxx)z;  
   [x := z]  
   zzz

**Задание 4**

Произведите бета-редукцию следующих выражений к нормальной форме, зафиксировав все промежуточные шаги преобразований.

1. (λabc.cba)zz(λwv.w)  
   (λa.λb.λc.cba) (z) (z) (λw.λv.w)  
   [a := z]  
   (λb.λc.cbz) (z) ( λw.λv.w)  
   [b := z]  
   (λc.czz)(λw.λv.w)  
   [c := (λw.λv.w)]  
   (λw.λv.w) (z) (z)  
   [w := z]  
   (λv.z)(z)  
   [v := z]  
   z
2. (λx.λy.xyy) (λa.a)b  
   [x := (λa.a)]  
   (λy.(λa.a)yy)b  
   [y := b]  
   (λa.a)bb  
   [a := b]  
   bb
3. (λy.y) (λx.xx) (λz.zq)  
   [y := (λx.xx)]  
   (λx.xx) (λz.zq)  
   [x := (λz.zq)]  
   (λz.zq) (λz.zq)  
   [z := (λz.zq)]  
   (λz.zq)q  
   [z := q]  
   qq
4. (λz.z) (λz.zz) (λz.zy)  
   [z := (λz.z)]  
   (λz.zz) (λz.zy)  
   [z := (λz.zy)]  
   (λz.zy) (λz.zy)  
   [z := (λz.zy)]  
   (λz.zy)y  
   [z := y]  
   yy

Подсказка: используйте альфа-эквиваленцию для введения новых обозначений

1. (λx.λy.xyy) (λy.y) y  
   [x := (λy.y)]  
   (λy.(λy.y)yy)y  
   [y := y]  
   (λy.y)yy  
   [y := y]  
   yy
2. (λa.aa) (λb.ba) c  
   [a := (λb.ba)]  
   (λb.ba) (λb.ba) c  
   [b := (λb.ba)]  
   (λb.ba)ac  
   [b := a]  
   aac
3. (λxyz.xz(yz)) (λx.z) (λx.a)  
   (λx.λy.λz.xz(yz)) (λx.z) (λx.a)  
   [x := (λx.z)]  
   (λy.λz.(λx.z)z(yz)) (λx.a)  
   [y := (λx.a)]  
   λz.(λx.z)z((λx.a)z)  
   [x := z]  
   λz.z((λx.a)z)  
   [x := z]  
   λz.za