

Вопрос по выбору

Исследование удельного заряда электрона 2
способами:

«Закон трех вторых». Метод магнетрона

Цель работы: определение удельного заряда электрона на основе «закона трех вторых» [1] и методом магнетрона [2].

метод $3/2$ [1]

Оборудование: радиолампа с цилиндрическим анодом, мультиметр-амперметр, стабилизированные источники постоянного тока и постоянного напряжения.

1. Теоретическая справка [1]

Закон степени трёх вторых (закон Чайлда, закон Чайлда-Ленгмюра, закон Чайлда-Ленгмюра-Богуславского) — в электровакуумной технике задаёт квазистатическую вольт-амперную характеристику идеального вакуумного диода — зависимость тока анода от напряжения между его катодом и анодом — в режиме пространственного заряда.

$$I \sim V^{3/2}$$

В работе исследуются зависимости прямого тока, проходящего через вакуумный диод, в зависимости от напряжения на нем, а именно та часть вольт-амперной характеристики, в которой электронное облако существенно влияет на распределение электрического поля между катодом и анодом.

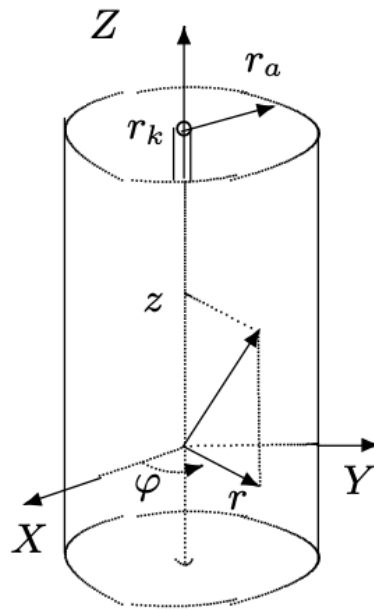
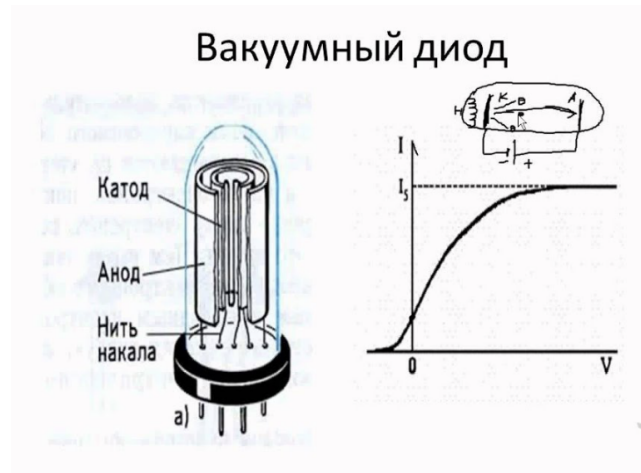


Рис. 1. Схема расположения электродов в диоде

Распределение потенциала по радиусу внутри диода определяется уравнением Пуассона в цилиндрических координатах:

$$\Delta V = \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dV}{dr} = -\frac{\rho(r)}{\epsilon_0}$$

При этом плотность заряда $\rho(r)$ связана с текущим через слой диода толщины l током I формулой $I = -2\pi r \rho(r) v(r) l$. При этом из закона сохранения энергии мы легко находим скорость $v(r)$ электронов, прошедших через разность потенциалов $V(r)$: $\frac{mv^2}{2} = eV(r)$. Отсюда мы получаем уравнение

$$r \frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{dV}{dr} = \frac{I}{2\pi\epsilon_0} \sqrt{\frac{m}{2eV}} \quad (1)$$

Однако, в дифференциальном уравнении 2-ого порядка относительно $V(r)$ нам неизвестен ток I , зависящий от V . Для доопределения уравнения будем полагать:

$$\left. \frac{dV}{dt} \right|_{r=r_k} = 0 \quad (2)$$

Наше предположение означает что вблизи катода пространственный заряд электронов полностью экранирует поле анодной разности потенциалов.

Уравнение (1) является нелинейным. Попробуем найти некое частное решение, где $V_a = V_{a0}$, при котором ток $I = I_0$. Тогда выражения

$$I = I_0 \left(\frac{V_a}{V_{a0}} \right)^{3/2}, \quad V(r) = V_{a0}(r) \frac{V_a}{V_{a0}}$$

являются решением уравнения (1), что проверяется подстановкой. В общем виде решение записывается в виде

$$I = \frac{8\sqrt{2}\pi\epsilon_0 l}{9} \sqrt{\frac{e}{m}} \frac{1}{r_a \beta^2} V^{3/2} \quad (3)$$

Это и есть так называемый «закон трех вторых» – ток в вакуумном диоде пропорционален напряжению на нем в степени 3/2. Он справедлив при любой геометрии электродов, если ток не слишком велик (т.е. пока выполнено условие (2)).

Так как нам нужно найти удельный заряд электрона, выпишем в явном виде его из уравнения (3):

$$\frac{e}{m} = \frac{81 r_a^2 \beta^4}{128 \pi^2 \epsilon_0^2 l^2} \cdot \frac{I^2}{V^3} = k \cdot \frac{I^2}{V^3} \quad (4)$$

Таким образом, удельный заряд электрона определяется из отношения квадрата тока к кубу напряжения, умноженный на коэффициент, зависящий от параметров установки.

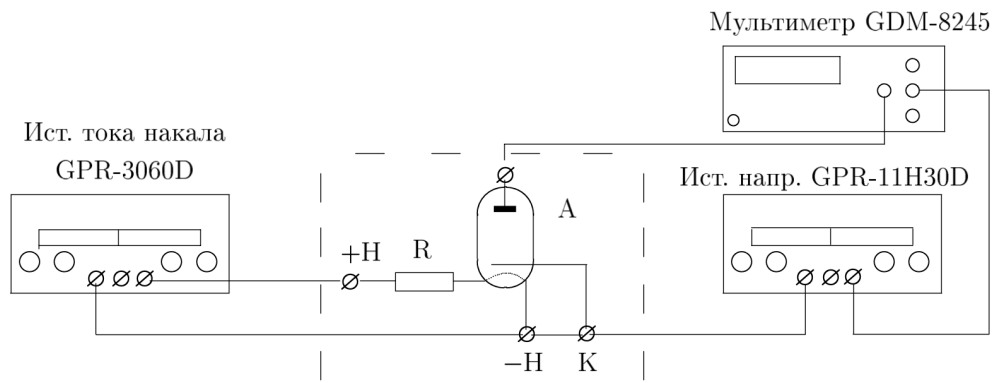


Рис. 2. Схема экспериментальной установки

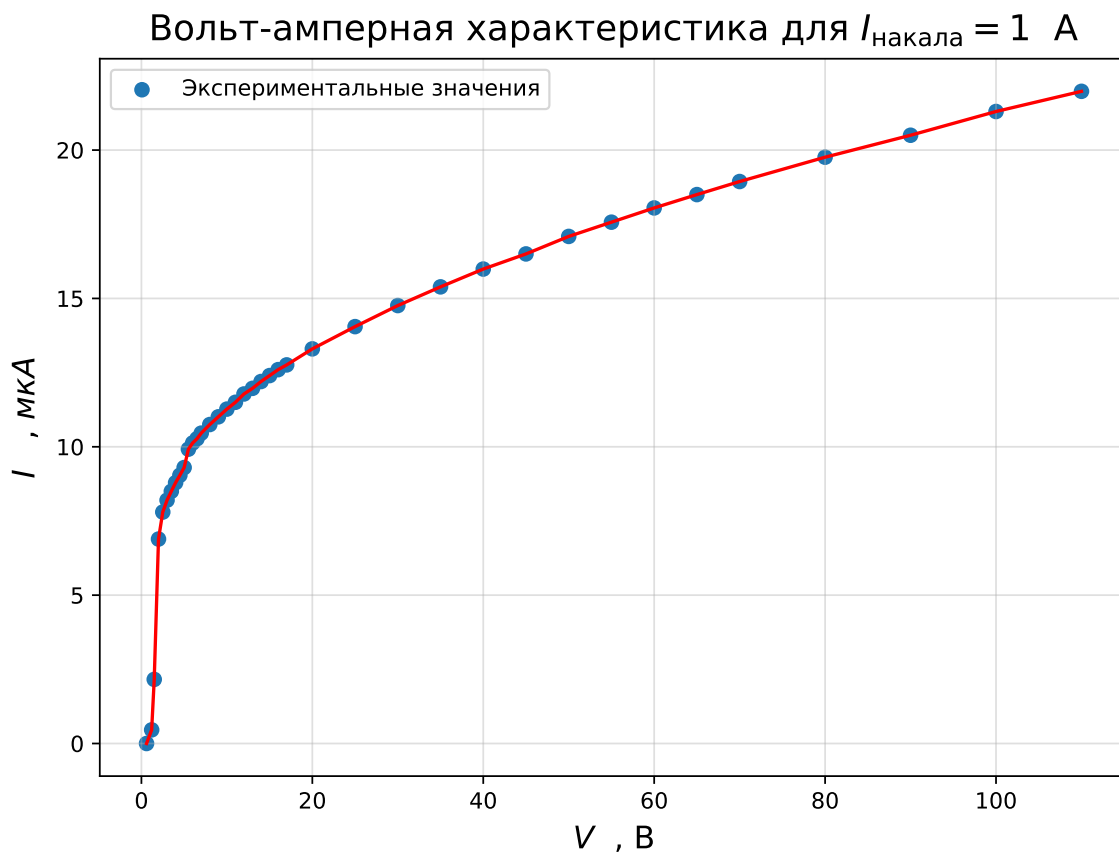
В работе используется диод 2Ц2С с косвенным накалом. Радиус его катода $r_k = 0,9$ мм, радиус анода $r_a = 9,5$ мм, коэффициент $\beta^2 = 0,98$, длина слоя центральной части катода, покрытой оксидным слоем $l = 9$ мм.

Для подогрева катода и анода используются стабилизированные источники постоянного тока и напряжения. В цепь накала включено предохранительное напряжение R . Анодное напряжение измеряется вольтметром источника питания, анодный ток — многопредельным мультиметром GDM-8245.

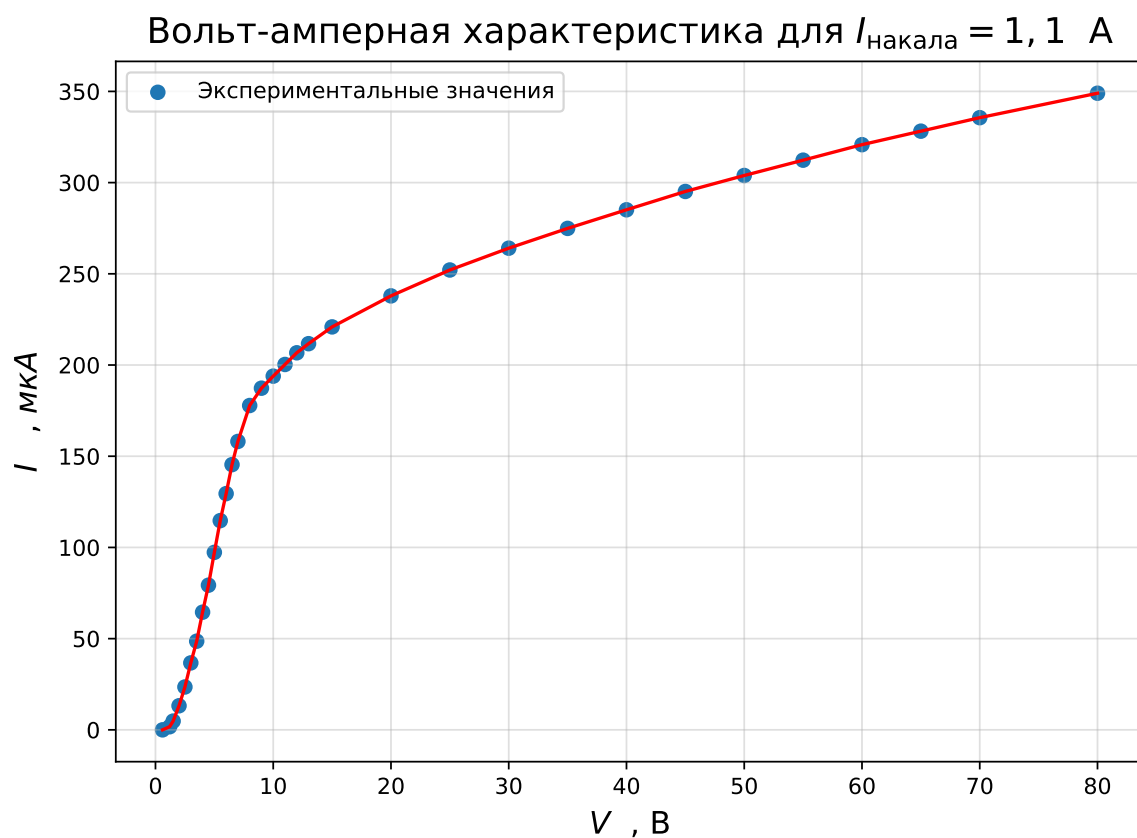
2. Ход работы [1]

Измерения проводим для токов накала $I_n = [1, 1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5]$.

Построим графики зависимости анодного тока от напряжения для всех токов накала, меняя напряжение в пределах от 0,5 В до 110 В. Тем самым проходя все возможные значения в возможном диапазоне.



Из теории известно, что «закон трех вторых» верен только на некотором участке вольт-амперной характеристики. Из формулы (4) и физического смысла понятно, что отношение $\frac{I^2}{V^3}$ должно быть постоянным (ведь оно пропорционально фундаментальной константе).



Построим графики для выбранных точек. Получим линейные графики зависимости I от $V^{3/2}$.

Закон $3/2$ выполняется только при средних токах, когда мы находимся примерно на линейном участке ВАХ. При малом накале, у нас все точки сконцентрированы либо уже в зоне насыщения, либо в области маленьких анодных токов. Поэтому нормально построить зависимость нет возможности.

Оставим только графики для случаев $I_n = 1.2, 1.3, 1.4, 1.5$.

Вольт-амперная характеристика для $I_{\text{накала}} = 1,2 \text{ А}$

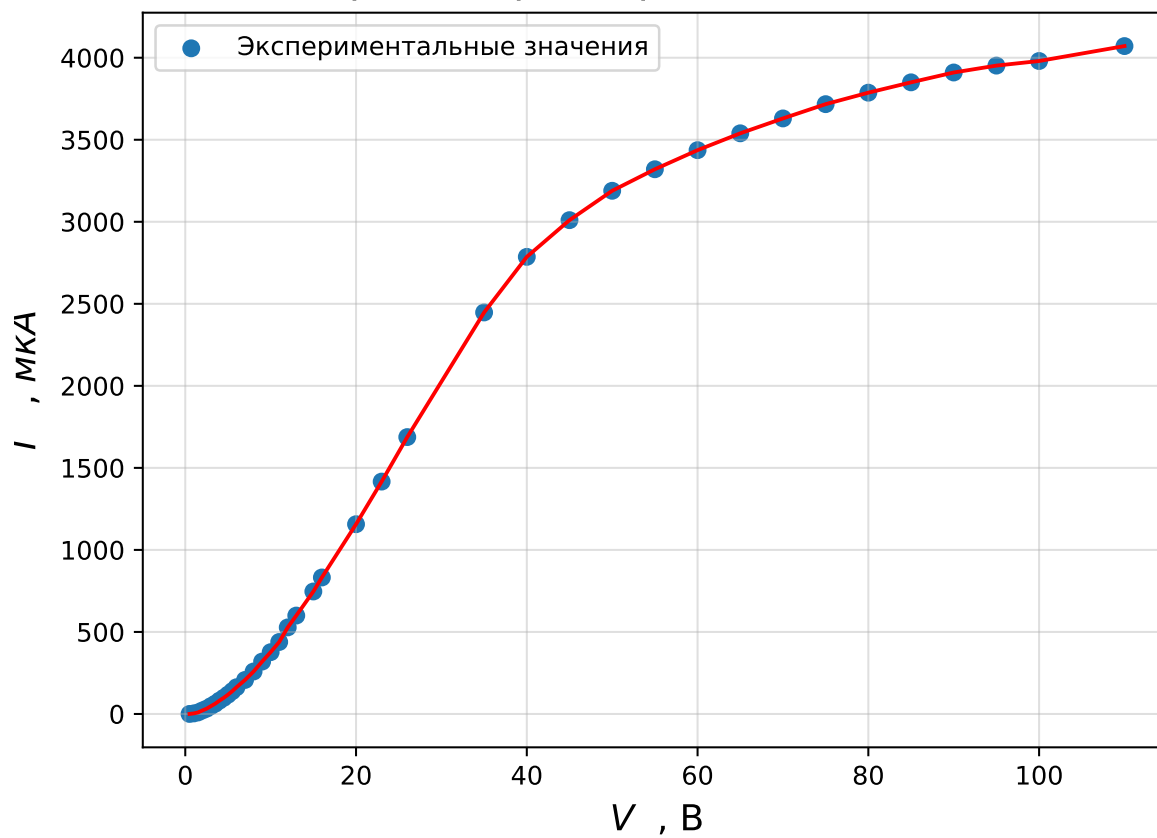
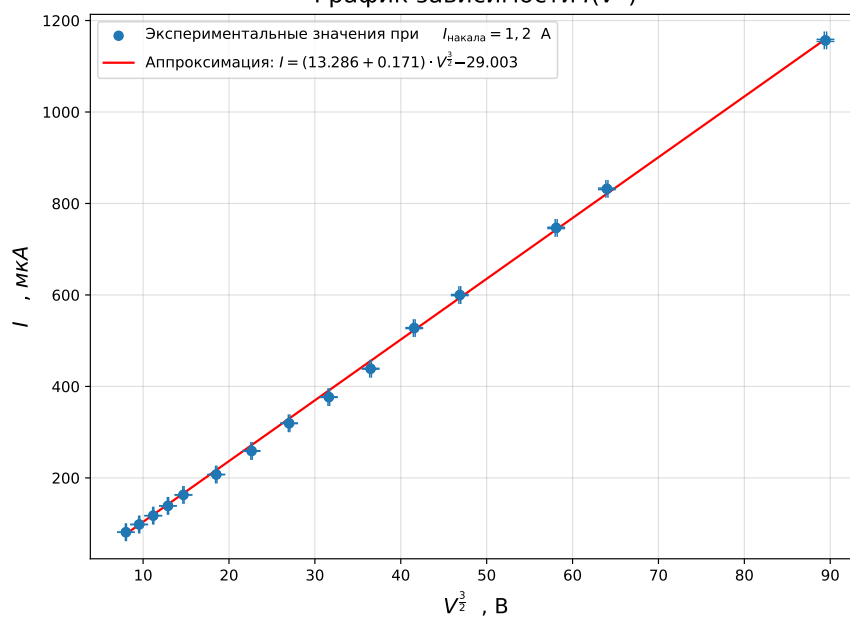


График зависимости $I(V^{\frac{3}{2}})$



Вольт-амперная характеристика для $I_{\text{накала}} = 1,3 \text{ А}$

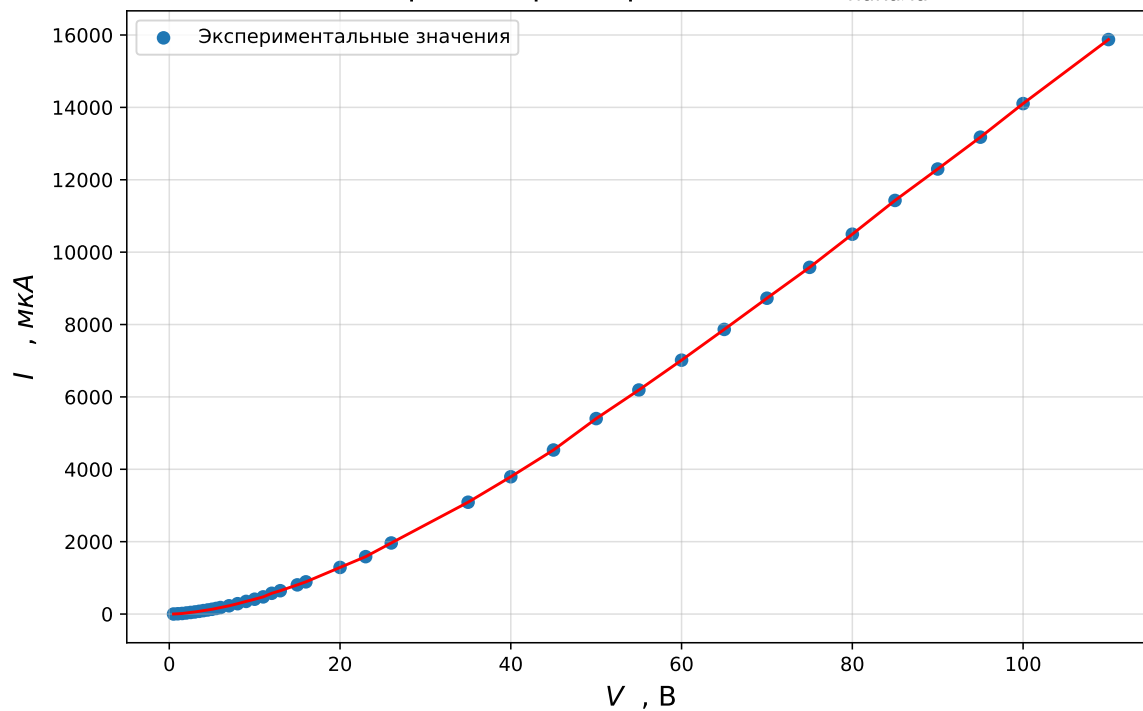
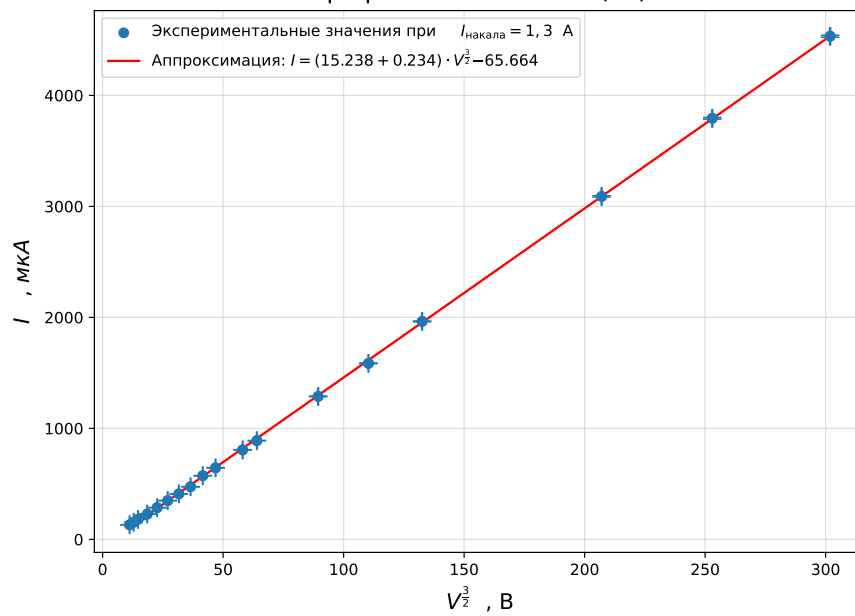


График зависимости $I(V^{\frac{3}{2}})$



Вольт-амперная характеристика для $I_{\text{накала}} = 1,4 \text{ А}$

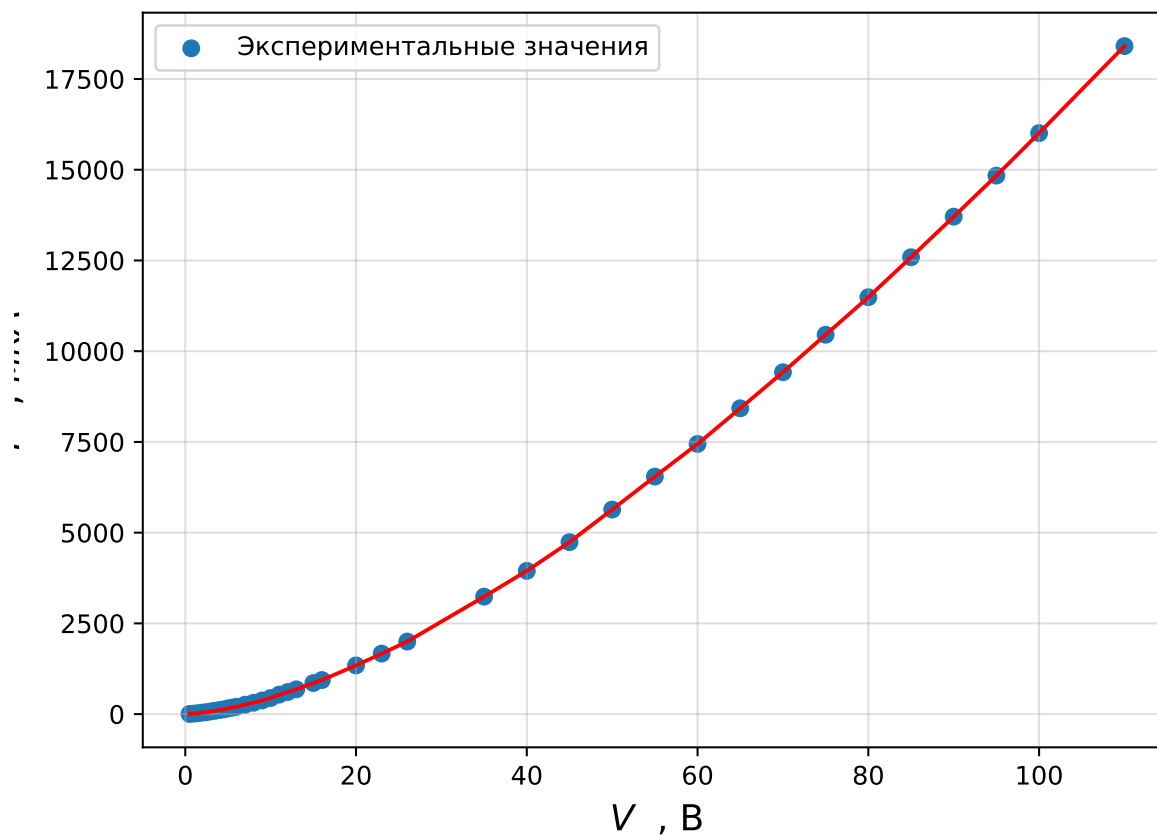
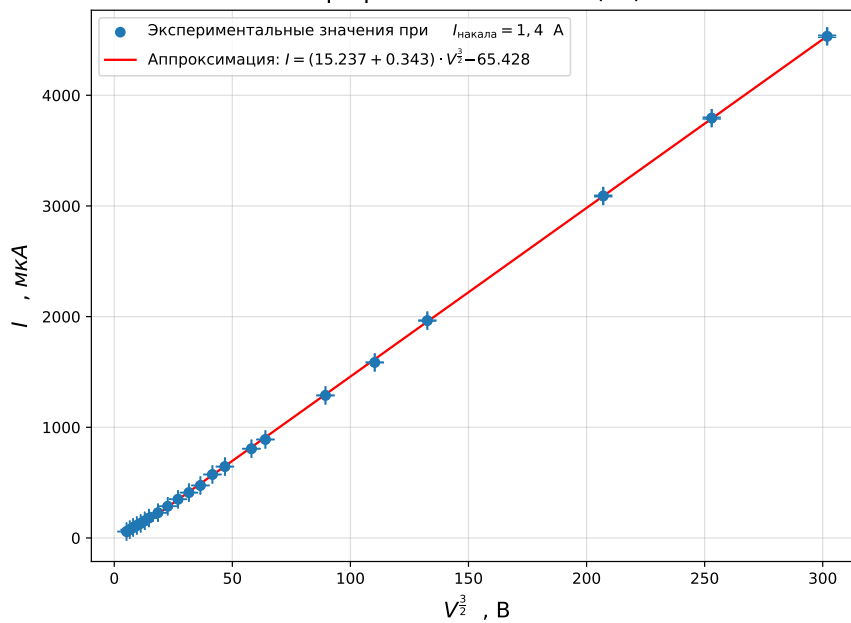
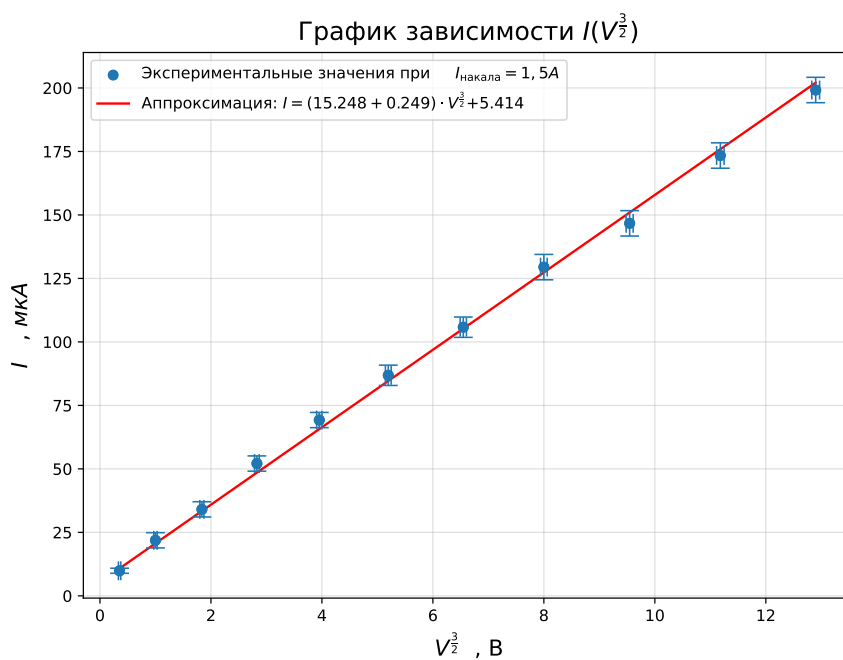
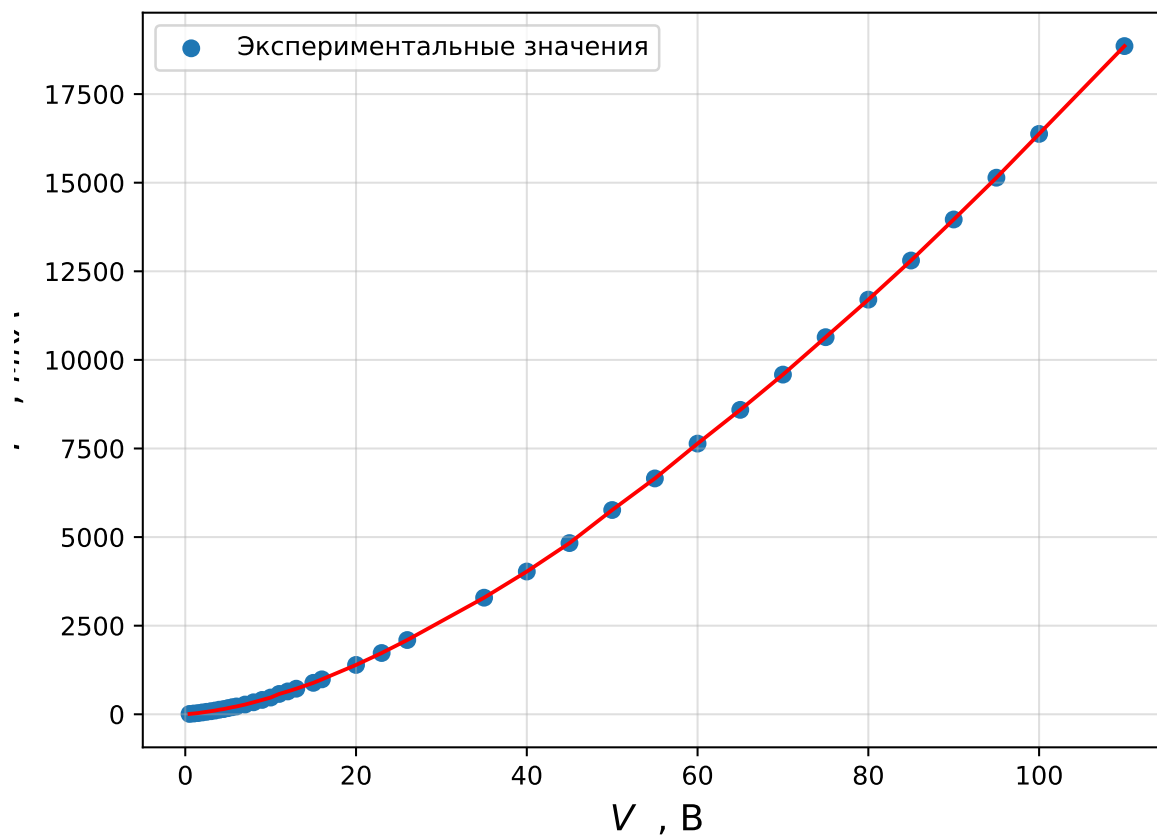


График зависимости $I(V^{\frac{3}{2}})$



Вольт-амперная характеристика для $I_{\text{накала}} = 1,5 \text{ А}$



Теперь вычислим искомое значение удельного заряда электрона.

N	Ток накала I_n , А	коэф, $\text{мкА/В}^{3/2}$	Погрешность, Кл/кг	$e/m \cdot 10^{11}$, Кл/кг	$\sigma \cdot 10^{11}$, Кл/кг
1	1,2	15,248	0,249	1,756	0,057
2	1,3	15,237	0,343	1,753	0,079
3	1,4	15,238	0,234	1,753	0,054
4	1,5	13,286	0,171	1,333	0,034

Метод магнетрона [2]

Оборудование: Электронно-лучевая трубка и блок питания к ней, источник постоянного тока, соленоид, электростатический вольтметр, миллиамперметр, ключи.

3. Описание установки. [2]

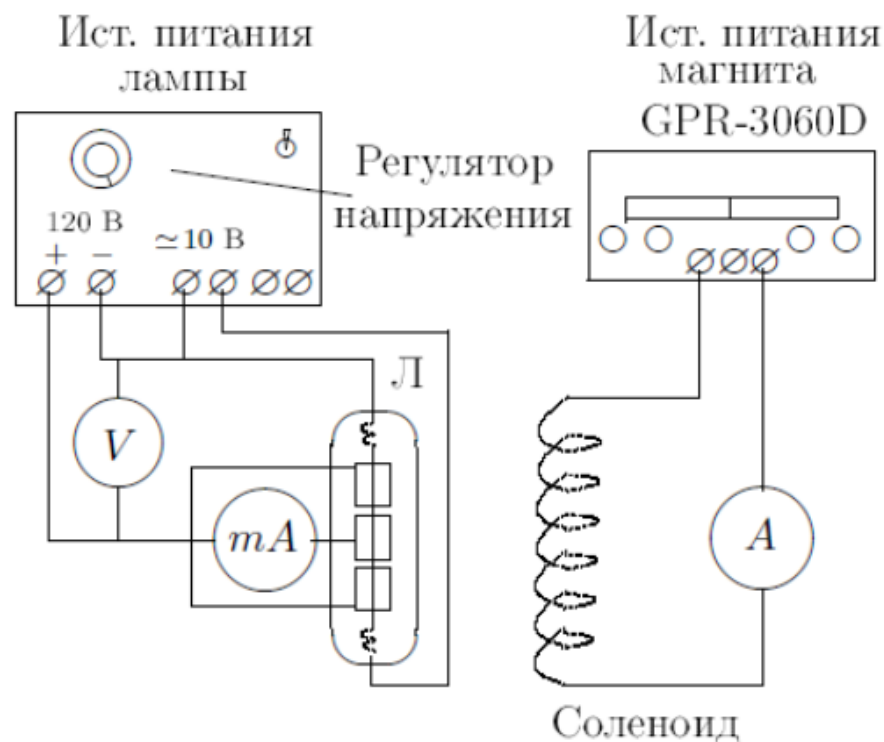


Рис. 1: Схема установки.

Два крайних цилиндра изолированы от среднего небольшими зазорами и используются для устранения краевых эффектов на торцах среднего цилиндра, ток с которого используется при измерениях. В качестве катода используется тонкая вольфрамовая проволока.

Катод разогревается переменным током, отбираемым от стабилизированного источника питания.

С этого же источника на анод лампы подается напряжение, регулируемое с помощью потенциометра и измеряемое вольтметром.

Индукция магнитного поля в соленоиде рассчитывается по току I_m , протекающему через обмотку соленоида. Коэффициент пропорциональности между ними указан в установке.

Лампа закреплена в соленоиде. Магнитное поле в соленоиде создается постоянным током, сила которого регулируется ручками источника питания и измеряется амперметром.

4. Теоретическая справка [2]

В настоящей работе отношение e/m для электрона определяется с помощью метода, получившего название «метод магнетрона». Это название связано с тем, что применяемая в работе конфигурация электрического и магнитного полей напоминает конфигурацию полей в магнетронах — генераторах электромагнитных колебаний сверхвысоких частот.

Здесь удельный заряд электрона определяется по формуле

$$\frac{e}{m_e} = \frac{8V_a}{B_{kr}^2 r_a^2},$$

Формула позволяет вычислять e/m , если при заданном V_a найдено такое значение магнитного поля (или, наоборот, при заданном B такое значение V_a), при котором электроны перестают попадать на анод.

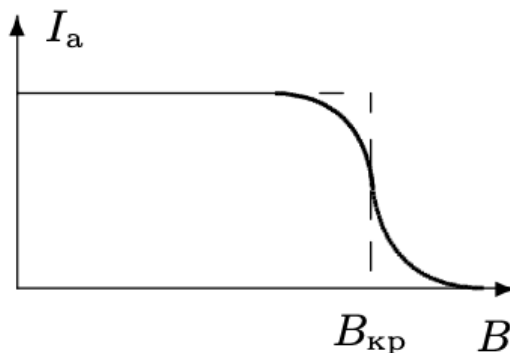


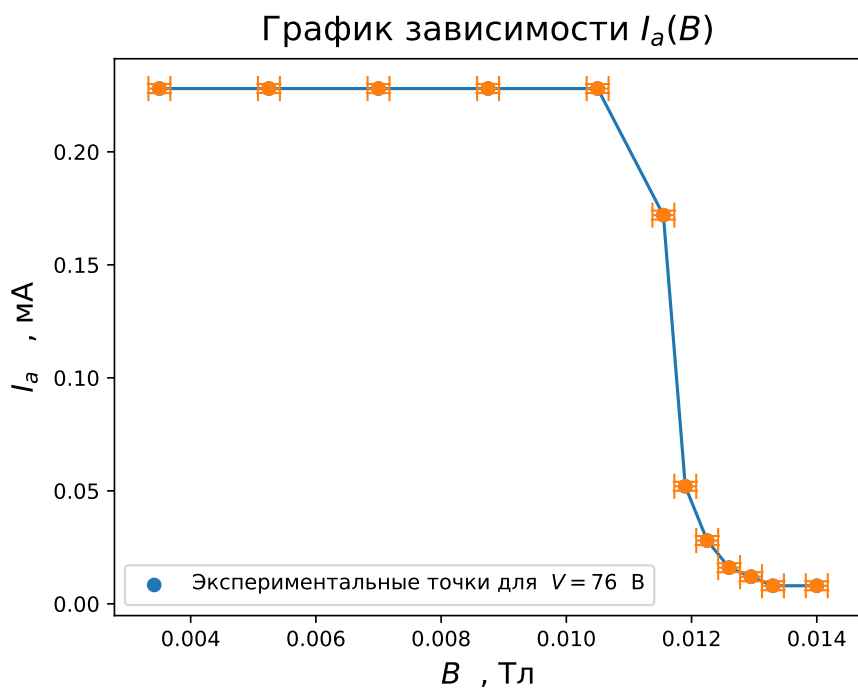
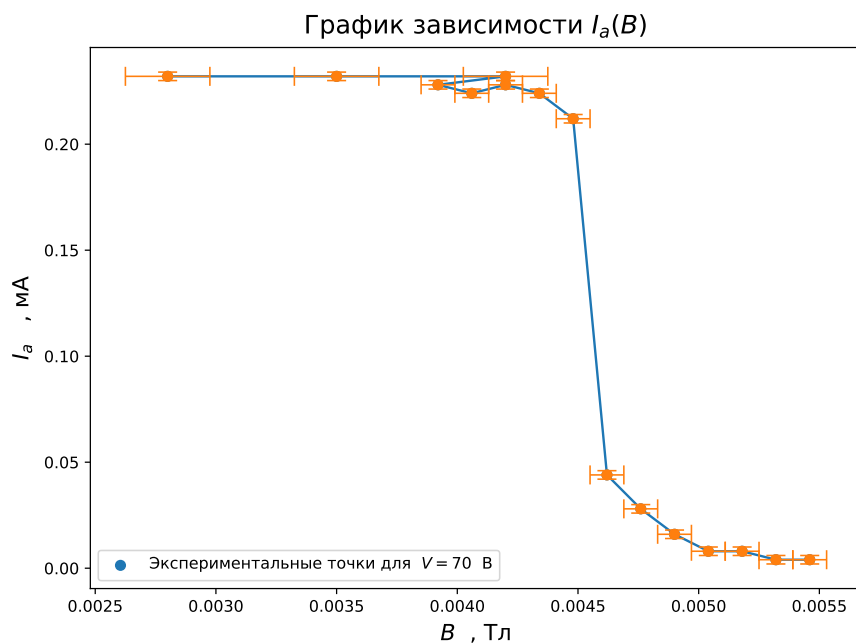
Рис. 4. Зависимость анодного тока от индукции магнитного поля в соленоиде

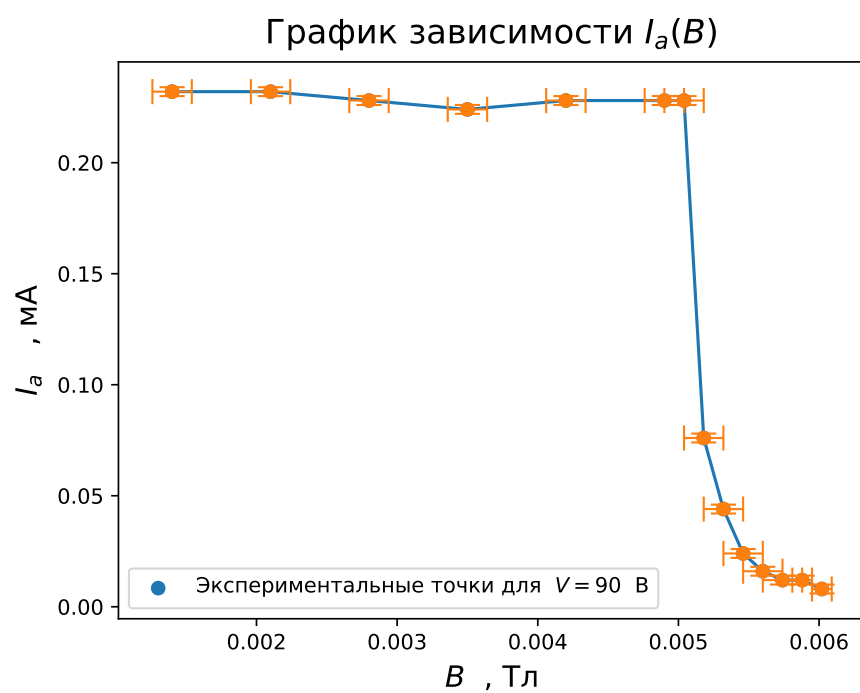
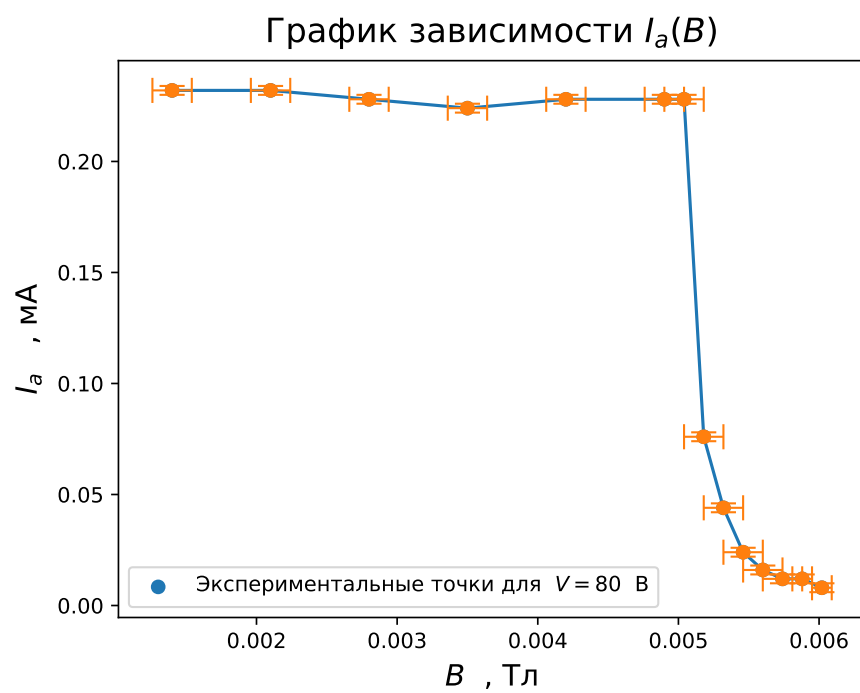
До сих пор мы рассматривали идеальный случай, когда при $B < B_{kr}$ все электроны без исключения попадают на анод, а при $B > B_{kr}$ все они возвращаются на катод, не достигнув анода. Анодный ток I_a с увеличением магнитного поля изменялся бы при этом так, как это изображено на рис. 4 штриховой линией.

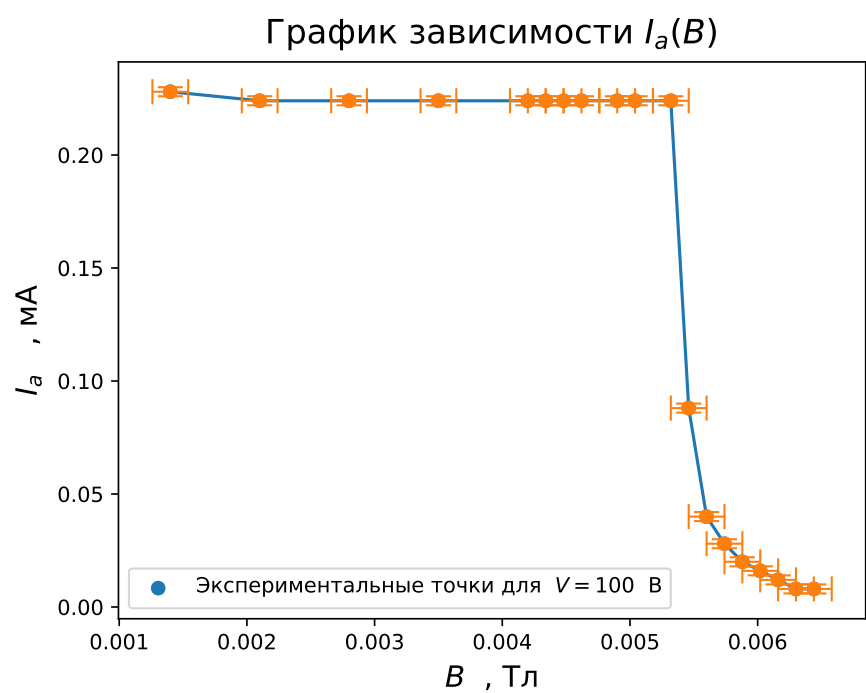
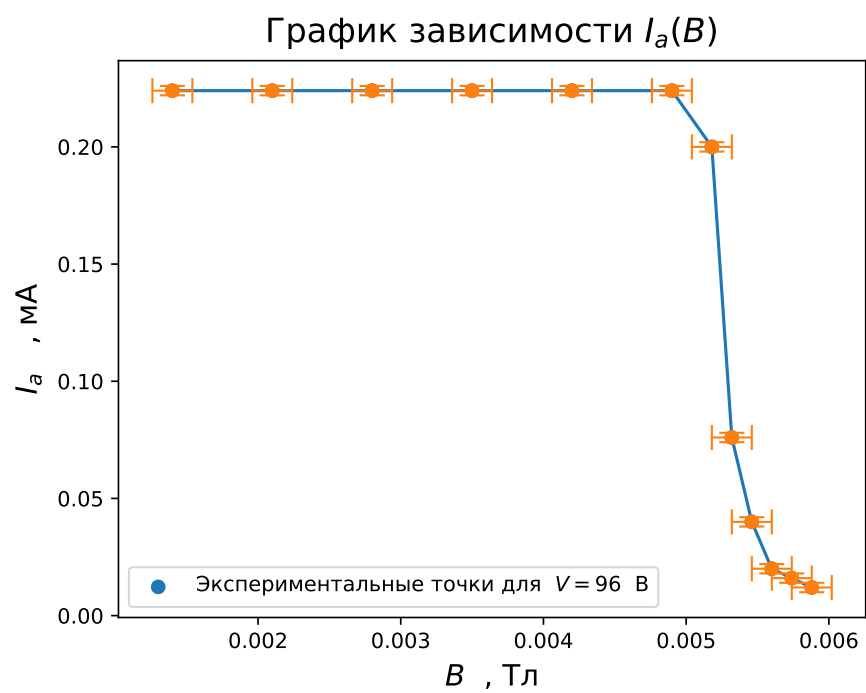
5. Ход работы [2]

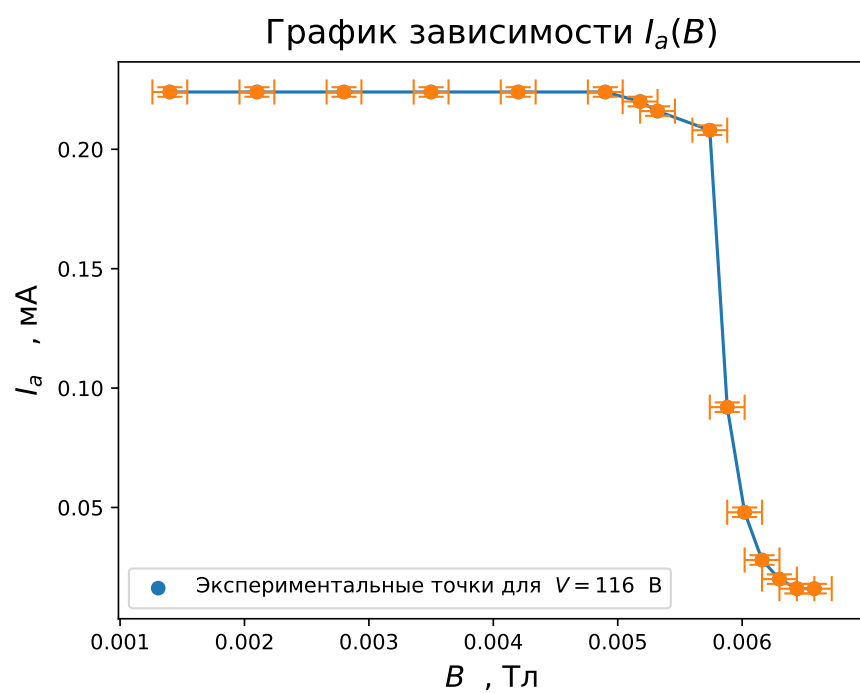
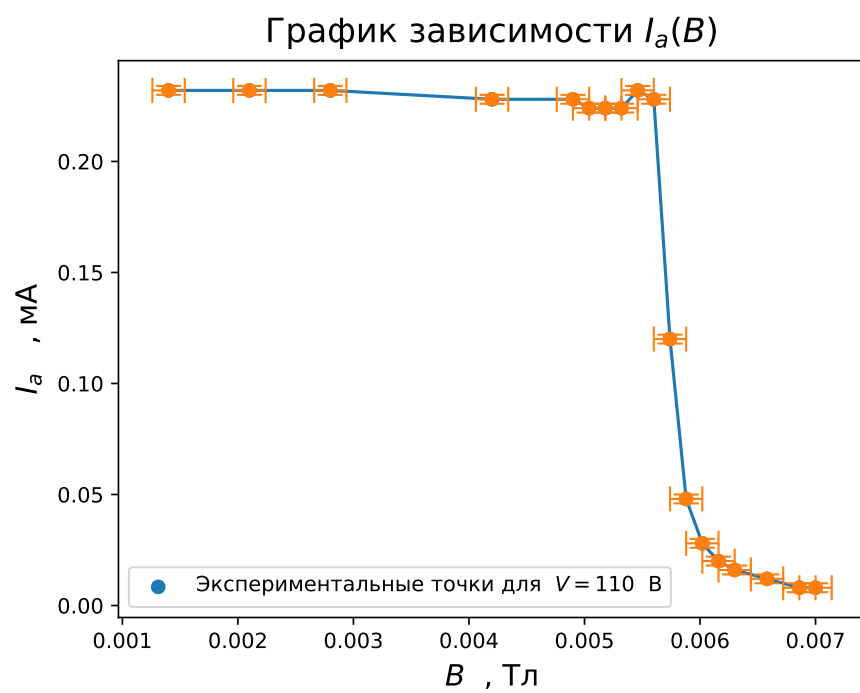
Снимем зависимость анодного тока I_a от индукции магнитного поля в соленоиде (от тока I_m через соленоид). В области резкого изменения тока точки должны лежать чаще. Снимем значения для значений напряжений $V_a = [70, 76, 80, 90, 96, 100, 110, 116, 120]$.

Построим графики.









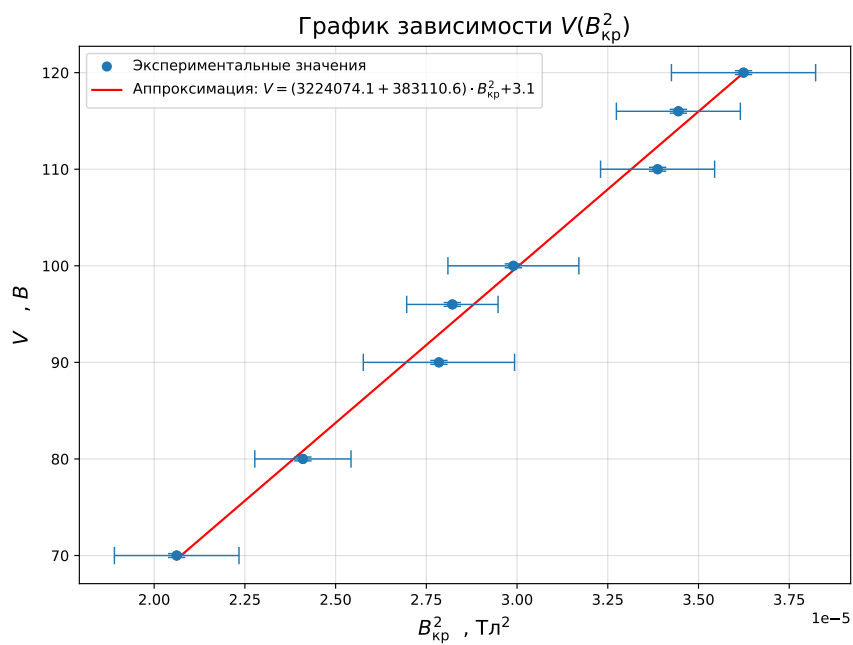
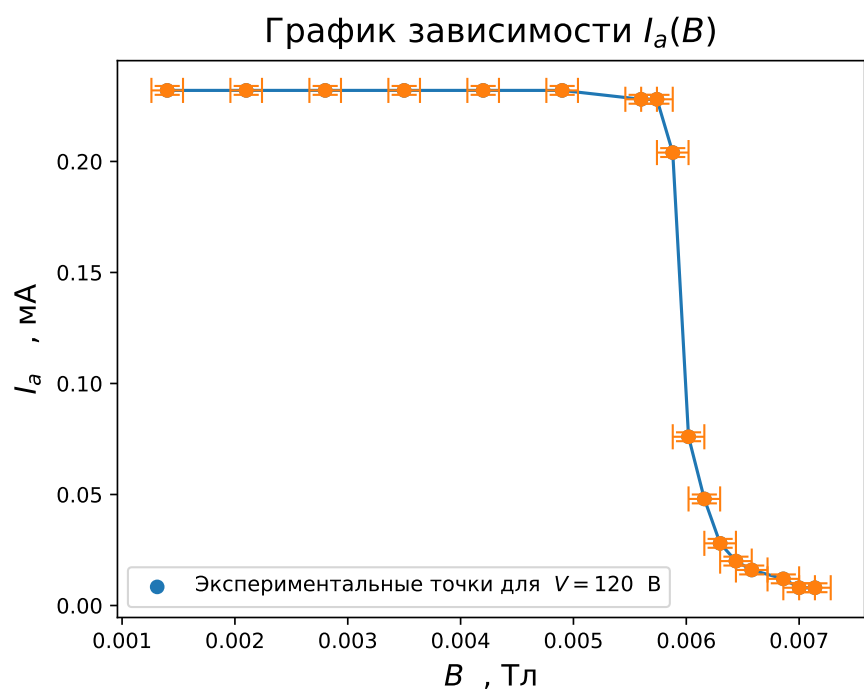


Рис. 2: график зависимости $B_{кр}^2$ от V_a .

удельный заряд $e/m \cdot 10^{-11}/$	погрешность, $10^{-11}/$
1,791	0,213

Таблица 1: Результат

6. Вывод [1] и [2]

Табличное значение удельного заряда электрона равно $1,758 \cdot 10^{11}$ Кл/кг. Под него хорошо подходит результат, полученный в методе «3/2» при токе накала $I_n = 1,5$ А:

$$\frac{e}{m} = (1,756 \pm 0,057) \cdot 10^{11} \text{Кл/кг}$$

Как мы видим, данный метод позволяет определить удельный заряд электрона с точностью до порядка величины ($\simeq 10^{11}$ Кл/кг).

Метод магнетрона оказался менее точным, погрешность на 1 порядок больше чем у метода 3/2 :

$$\frac{e}{m} = (1,791 \pm 0,213) \cdot 10^{11} \text{Кл/кг}$$